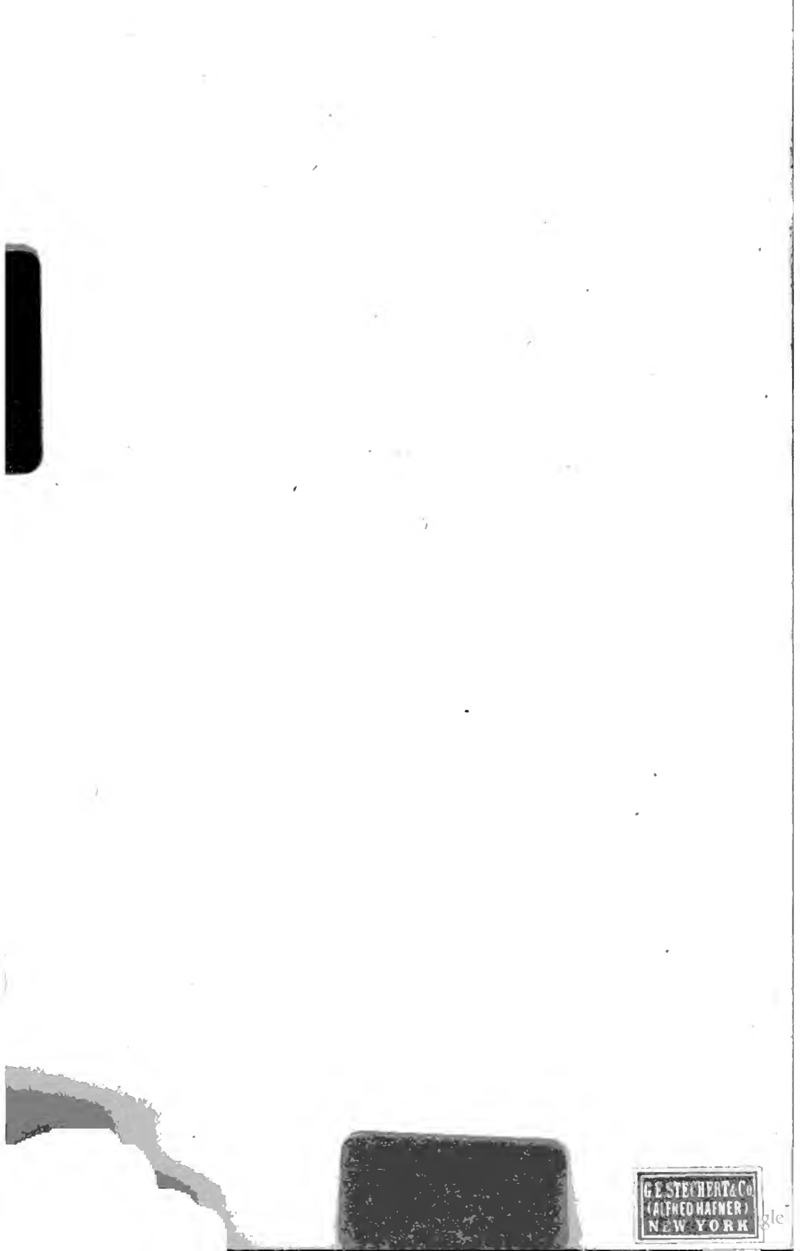
Untersuchun... über die Ausbreitung der elektrischen ...

Heinrich Hertz

Untersuchun... über die Ausbreitung der elektrischen ...

Heinrich Hertz


G.E. STECHERT & Co
(ALFRED HAFNER)
NEW YORK

GESAMMELTE WERKE

VON

HEINRICH HERTZ.

BAND II

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE AUSBREITUNG DER ELEKTRISCHEN KRAFT.



LEIPZIG, 1894

JOHANN AMBROSIUS BARTH

(ARTHUR MEINER)

UNTERSUCHUNGEN

ÜBER DIE

AUSBREITUNG

DER

ELEKTRISCHEN KRAFT

VON

HEINRICH HERTZ

MIT 40 FIGUREN IM TEXT

ZWEITE AUFLAGE

LEIPZIG, 1894
JOHANN AMBROSIUS BARTH
(ARTHUR MEINER)

SEINER EXCELLENZ

DEM WIRKLICHEN GEHEIMEN RATHE

HERRN

HERMANN VON HELMHOLTZ

IN TIEFSTER EHRFURCHT UND DANKBARKEIT

GEWIDMET

VOM VERFASSER.

Vorwort.

In der letzten Zeit sind mehrfach von der Verlagsbuchhandlung der „Annalen der Physik und Chemie" Abzüge meiner Arbeiten über die zeitliche Ausbreitung der elektrischen Kraft und über elektrische Schwingungen gewünscht worden, ohne dass es möglich war, solche Wünsche zu befriedigen. Der Herr Verleger der Annalen forderte mich deshalb auf, einen Wiederabdruck jener Arbeiten in gesammelter Form zu veranstalten. Ein unveränderter Abdruck ohne Zusatz schien mir unzulässig, da sich durch meine Schuld und durch die Neuheit des Gegenstandes nicht unerhebliche Irrthümer in die Arbeiten eingeschlichen haben und ich mir nicht den Anschein geben durfte, als hielte ich in allen Punkten an der einmal geäusserten Ansicht fest. Eine vollständige Neubearbeitung der Versuche unter Vermeidung des Falschen und Zweifelhaften konnte wiederum die aufgewandte Mühe nicht lohnen, und es ist auch wohl unmöglich, Versuche von andern Gesichtspunkten aus zu schildern, als von welchen aus sie angestellt wurden. Ich habe mich deshalb entschlossen, zwar die hierher gehörigen Arbeiten in unveränderter Form abzudrucken, zugleich aber eine weniger strenge gehaltene Uebersicht über den Gang und Zusammenhang der Arbeiten vorauszuschicken. Ich erlangte so die

Gelegenheit, wirklich begangene Fehler anzuerkennen, irrthümlich mir zugerechnete Fehler abzulehnen, zugleich gewann ich die Möglichkeit, öffentlich eine Reihe von Fragen zu beantworten, die häufig mündlich oder brieflich an mich gestellt worden sind.

Die begangenen Fehler mit der Schwierigkeit der Untersuchung ausdrücklich zu entschuldigen, wäre wohl nur dann ein Anlass, wenn ich wegen derselben hart getadelt worden wäre. Das ist aber nicht der Fall; selbst diejenigen Fachgenossen, welche mir auf Grund eigener Arbeit in einzelnen Punkten widersprechen mussten, haben dies mit soviel Sachlichkeit und Wohlwollen gethan, dass ich dessen nur mit Dankbarkeit gedenken kann.

Bonn, im Dezember 1891.

Inhalt.

1. Einleitende Uebersicht.

A. Zu den Versuchen.

Sehr häufig bin ich gefragt worden, auf welche Weise ich zuerst zu den im Folgenden beschriebenen Versuchen geführt worden bin. Der allgemeine Anlass war dieser: Im Jahre 1879 hatte die Akademie der Wissenschaften zu Berlin als Preisarbeit die Aufgabe ausgeschrieben, irgend eine Beziehung zwischen den elektrodynamischen Kräften und der dielektrischen Polarisation der Isolatoren experimentell nachzuweisen, sei es nun eine elektrodynamische Kraft, welche durch Vorgänge in Nichtleitern erregt würde, sei es eine Polarisation der Nichtleiter durch die Kräfte der elektrodynamischen Induction. Da ich damals im physikalischen Institut zu Berlin mit elektrodynamischen Arbeiten beschäftigt war, machte Herr von Helmholtz mich auf jene Aufgabe aufmerksam und versprach mir die Unterstützung des Instituts, wenn ich mich an die Bearbeitung derselben wagen wollte. Ich überlegte mir die Aufgabe und berechnete den Erfolg, welcher sich etwa unter den günstigsten Verhältnissen erwarten liess, unter Anwendung der Schwingungen Leydener Flaschen oder offener Inductionsapparate. Das Ergebniss war freilich nicht das gewünschte; es zeigte sich, dass eine unzweifelhafte Wirkung kaum zu hoffen war, vielmehr nur eine solche, welche an der Grenze der Beobachtung lag. Ich verzichtete deshalb auf die Bearbeitung jener Aufgabe; es ist mir auch nicht bekannt geworden, dass dieselbe eine anderweitige Bearbeitung gefunden hätte. Es blieb aber mein Ehrgeiz, die damals aufgegebene Lösung später dennoch auf irgend einem neuen Wege zu finden, zugleich war meine Aufmerksamkeit ge-

schärft für Alles, was mit elektrischen Schwingungen zusammenhing. Es war nicht wohl möglich, dass ich eine neue Form solcher Schwingungen übersehen konnte, falls ein glücklicher Zufall mir eine solche in die Hände spielte.

Ein solcher Zufall und damit der besondere Anlass der folgenden Untersuchungen trat mir im Herbst 1886 entgegen. In der physikalischen Sammlung der Technischen Hochschule zu Karlsruhe, wo ich diese Versuche ausführte, hatte ich zu Vorlesungszwecken ein Paar sogenannter Riess'scher oder Knochenhauerscher Spiralen vorgefunden und benutzt. Es hatte mich überrascht, dass es nicht nöthig war, grosse Batterien durch die eine Spirale zu entladen, um in der andern Funken zu erhalten, dass vielmehr hierzu auch kleine Leydener Flaschen genügten, ja der Schlag eines kleinen Inductionsapparats, sobald nur die Entladung eine Funkenstrecke zu überspringen hatte. Indem ich die Verhältnisse abänderte, fiel mir die Erscheinung der Nebenfunken auf, von welcher die folgende Untersuchung ausgeht. Anfangs hielt ich die elektrischen Bewegungen für zu stürmisch und unregelmässig, um sie weiter benutzen zu können; als ich aber das Auftreten des Indifferenzpunktes in der Mitte einer Nebenleitung und damit eine klare und reine Erscheinung gefunden hatte, war ich überzeugt, dass nunmehr die Aufgabe der Berliner Akademie löslich sein würde, und weiter ging zur Zeit mein Ehrgeiz nicht. Bestärkt wurde meine Ueberzeugung natürlich, als ich fand, dass ich regelmässige Schwingungen vor mir hatte. Die erste hierunter wieder abgedruckte Abhandlung: „Ueber sehr schnelle elektrische Schwingungen" giebt im Wesentlichen in richtiger zeitlicher Folge die Untersuchung wieder, wie sie zu Ende des Jahres 1886 und zu Anfang des Jahres 1887 ausgeführt wurde.

Während diese Arbeit im Druck war, sollte ich erfahren, dass ihr Inhalt nicht völlig so neu war, wie ich glaubte. Der Geographentag vom April 1887 führte Herrn W. von Bezold nach Karlsruhe und in mein Institut; ich sprach ihm von meinen Versuchen, er antwortete mir, dass er ähnliche Erscheinungen schon vor einer Reihe von Jahren beobachtet habe und machte mich aufmerksam auf seinen Aufsatz: „Untersuchungen über die elektrische Entladung" im 140. Bande der Poggendorffschen Annalen. Dieser Aufsatz war mir völlig entgangen,

da er sich äusserlich auf ganz andere Dinge als auf elektrische Schwingungen, nämlich auf die Lichtenbergischen Figuren zu beziehen schien, wie er denn auch überhaupt keine seinem wichtigen Inhalt entsprechende Beachtung gefunden zu haben scheint. In einem Nachtrag zu der vorigen Arbeit erkannte ich die älteren Rechte Herrn von Bezolds auf eine ganze Reihe von Beobachtungen an. An Stelle dieses Nachtrages ist hier als zweite Nummer mit der freundlichen Genehmigung Herrn von Bezolds derjenige Theil seiner Abhandlung mitgetheilt, welcher sich auf den uns hier interessirenden Gegenstand bezieht. Man wird sich jetzt fast mit Erstaunen fragen, wie es möglich war, dass so wichtige und so bestimmt ausgesprochene Ergebnisse keinen grössern Einfluss auf den Gang der Wissenschaft ausgeübt haben. Vielleicht hat hierzu der Umstand beigetragen, dass Herr v. Bezold seine Mittheilung als eine vorläufige bezeichnet hatte.

Es sei mir gestattet, an dieser Stelle auch der Verdienste zweier englischer Fachgenossen zu gedenken, welche gleichzeitig mit mir dem gleichen Ziele zustrebten. Professor Oliver Lodge in Liverpool hat in den gleichen Jahren, in welchen ich die hier beschriebene Arbeit ausführte, die Theorie des Blitzableiters verfolgt und dabei eine Reihe von Versuchen über die Entladung sehr kleiner Condensatoren angestellt, welche ihn auf die Beobachtung von Schwingungen und Wellen in Drähten führten. Da er vollständig auf dem Boden der Maxwellschen Anschauung stand und eifrig bestrebt war, diese Anschauungen zu erweisen, so ist kaum zu zweifeln, dass wenn ich ihm nicht zuvorgekommen wäre, er auch zur Beobachtung der Wellen in der Luft und damit zum Nachweis der zeitlichen Ausbreitung der elektrischen Kraft gelangt wäre. Professor Fitzgerald in Dublin hatte sich seit mehreren Jahren bemüht, mit Hülfe der Theorie die Möglichkeit solcher Wellen vorauszusagen und die Bedingungen für die Erzeugung derselben aufzufinden. Auf meine eigenen Versuche waren die Arbeiten dieser Gelehrten freilich ohne Einfluss, da ich erst nachträglich Kenntniss von denselben erhielt. Ich glaube übrigens nicht, dass es möglich gewesen wäre, mit Hilfe der Theorie allein zu den Erscheinungen vorzudringen. Denn das wirkliche Eintreten derselben in unsern Versuchen hängt ausser von ihrer theoretischen

Möglichkeit noch ab von einer besonderen und überraschenden Eigenschaft des elektrischen Funkens, welche durch keine Theorie vorauszusehen war.

Durch die bisher erwähnten Versuche hatte ich ein Mittel erlangt, schnellere elektrische Bewegungen zu erregen, als vorher dem Physiker zu Gebote gestanden hatten. Ehe ich indess dazu schreiten konnte, dies Mittel zur Erforschung der Vorgänge in Isolatoren anzuwenden, musste eine andere Untersuchung erledigt sein. Bald nach Beginn der Versuche war mir eine merkwürdige Wechselwirkung zwischen gleichzeitigen elektrischen Funken aufgefallen. Es war nicht meine Absicht, mich durch diese Erscheinung von meinem eigentlichen Ziele abziehen zu lassen; sie trat aber doch in zu bestimmter und räthselhafter Gestalt auf, als dass ich sie hätte ganz vernachlässigen können. War ich doch einige Zeit zweifelhaft, ob ich nicht eine völlig neue Form elektrischer Fernwirkung vor mir hätte. Dass das Licht das Wirksame sei, schien ausgeschlossen, weil Glasplatten die Wirkung abschnitten, und natürlich dauerte es einige Zeit, ehe ich darauf kam, Versuche mit Platten aus Bergkrystall anzustellen. Nachdem ich sicher wusste, dass ich es nur mit einer Wirkung des ultravioletten Lichtes zu thun hatte, liess ich diese Untersuchung fallen, um mich wieder der Hauptfrage zuzuwenden. Da eine gewisse Kenntniss der Erscheinung für die Untersuchung der Schwingungen nicht entbehrt werden kann, ist meine diesbezügliche Mittheilung „Ueber einen Einfluss des ultravioletten Lichtes auf die elektrische Entladung“ unter Nr. 4 hier ebenfalls abgedruckt. Die genauere Kenntniss der Erscheinung selbst ist seither durch die Arbeiten einer ganzen Reihe von Forschern, vor allen der Herren Righi, Hallwachs Elster und Geitel, ungemein gefördert; die Mechanik derselben hat sich freilich dem Verständniss noch nicht vollständig erschlossen.

Der Sommer 1887 verstrich mit vergeblichen Versuchen, mit Hülfe der neuen Klasse von Schwingungen den elektrodynamischen Einfluss der Isolatoren wirklich nachzuweisen. Die einfachste Methode hätte darin bestanden, den Einfluss der Dielektrica auf die Lage des Indifferenzpunktes eines Nebenschlusses zu bestimmen. Allein ich hätte alsdann elektrostatische Kräfte in den Kauf nehmen müssen, und die Aufgabe bestand gerade darin,

die Kraft der Induction allein zu untersuchen. Der Plan, welchen ich verfolgte, war dieser: der primäre Leiter[1]) erhielt die in Figur 1 angegebene Gestalt; zwischen seine Endplatten A und A′ wurde ein Klotz BB aus Schwefel oder Paraffin gebracht und schnell wieder entfernt. Die Erwartung war, dass ohne diesen Klotz nur sehr schwache Funken, mit dem Klotz sehr kräftige Funken in dem secundären Leiter C sich zeigen würden, dem ich diejenige Lage gegen den primären gab, welche ich bis dahin einzig in Betracht gezogen hatte. Der erste Theil der Erwartung begründete sich auf die Voraussetzung, dass in dem fast geschlossenen Leiter C die elektrostatischen Kräfte niemals einen Funken hervorrufen könnten, da diese Kräfte ein Potential haben, also ihr Integral über eine fast geschlossene Strombahn verschwindet. Es wäre dann bei fehlendem Isolator nur die Inductionswirkung des entfernteren Drahtes a b in Betracht gekommen. Der Versuch wurde dadurch vereitelt, dass ich stets sehr kräftige Funken in dem secundären Leiter erhielt, so dass die mässige Verstärkung oder Schwächung, welche der Isolator hervorbringen musste, nicht zur Geltung kam. Erst ganz allmählich gelang es mir, mir klar zu machen, dass jener Satz, welcher die Voraussetzung meines Versuches bildete, hier keine Anwendung fände; dass bei der Schnelligkeit der Bewegung auch Kräfte, welche ein Potential besassen, in der fast geschlossenen Leitung Funken erregen könnten; dass überhaupt die grösste Vorsicht zu beobachten sei bei Anwendung der allgemeinen Begriffe und Lehrsätze, welche der gewöhnlichen Elektricitätslehre entstammten. Diese Sätze bezogen sich alle auf statische oder stationäre Zustände, hier aber hatte ich in Wahrheit veränderliche Zustände vor mir. Ich sah ein, dass ich gewissermaassen allzu gerade auf mein Ziel zugegangen war. Es gab ja noch eine unendliche Mannigfaltig-

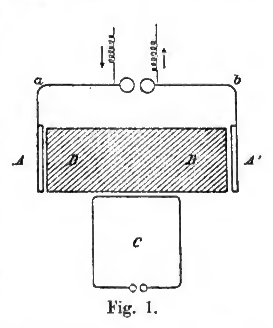


Fig. 1.

[1]) Es wird vorausgesetzt, dass der Leser die vorerwähnten Abhandlungen jetzt bereits kenne.

keit anderer Lagen des secundären gegen den primären Leiter, unter diesen konnten wohl solche sein, welche für mein Vorhaben günstiger waren. Diese Mannigfaltigkeit war also zuerst zu erforschen. So fand ich die mich überraschenden äusserst regelmässigen und abwechslungsvollen Erscheinungen, welche in der fünften Nummer „Ueber die Einwirkung einer geradlinigen elektrischen Schwingung auf eine benachbarte Strombahn“ beschrieben sind. Die Auffindung und Entwirrung dieser äusserst regelmässigen Erscheinungen machte mir besondere Freude. Die Abhandlung erschöpft durchaus nicht alle erkennbaren Feinheiten; wer die Versuche auf andere Leiterformen variiren wollte, würde wohl noch einen dankbaren Stoff finden. Die Beobachtungen in grösseren Abständen sind auch wohl sehr ungenau, da sie durch die damals noch nicht vermutheten Reflexionen getrübt sind. Uebrigens erregte gerade die immer wachsende Entfernung, bis zu welcher ich die Wirkung wahrnahm, am meisten mein Erstaunen; man war bis dahin gewohnt, elektrische Kräfte nach dem Newton'schen Gesetze abnehmen und also mit wachsender Entfernung schnell unmerklich werden zu sehen.

Durch diese Untersuchung hatte ich nunmehr Lagen des secundären Leiters gewonnen, in welchen die Annäherung eines Isolators Funken entstehen oder verschwinden lassen musste, statt nur die Grösse derselben abzuändern. Die Lösung der Aufgabe, welche ich verfolgte, gelang nun ohne Weiteres in der Art, wie es in der Abhandlung No. 6 „Ueber Inductionserscheinungen, hervorgerufen durch die elektrischen Vorgänge in Isolatoren“ dargestellt ist. Unterm 10. November 1887 konnte ich der Berliner Akademie Mittheilung von dem glücklichen Erfolge machen.

Jene Aufgabe der Akademie, welche mich bis hierher geleitet hatte, war offenbar seinerzeit von Herrn von Helmholtz in folgendem Zusammenhange gestellt worden. Wenn man von den Sätzen der Elektrodynamik ausgeht, welche damals allgemeine Anerkennung genossen, so gelangt man zu den damals durchaus nicht allgemein anerkannten Gleichungen der Maxwell'schen Theorie durch Hinzunahme der Voraussetzungen: erstens, dass die Veränderungen der dielektrischen Polarisationen der ponderabelen Nichtleiter dieselben elektrodynamischen Kräfte ausüben wie gleichwerthige Ströme; zweitens, dass die elektrodynamischen Kräfte ebenso gut wie die elektrostatischen die dielek-



trischen Polarisationen zu erregen im Stande sind; drittens, dass der Luftraum und der leere Raum selber sich in diesen Beziehungen wie jedes andere Dielektricum verhalten. Die Ableitung der Maxwellschen Gleichungen aus der ältern Anschauung und aus Voraussetzungen, welche den angeführten gleichwerthig sind, hat von Helmholtz in seiner Abhandlung „Ueber die Bewegungsgleichungen der Elektricität für ruhende leitende Körper“[1]) am Schluss derselben gegeben. Da die Aufgabe, alle drei Voraussetzungen und damit die Richtigkeit der ganzen Maxwell'schen Theorie zu erweisen, eine unbillige Forderung schien, so hatte sich die Akademie begnügt, die Bestätigung einer der beiden ersten zu verlangen.

Die erste Voraussetzung war nunmehr als richtig erwiesen. Ich dachte eine Zeit lang daran, nun zunächst die zweite in Angriff zu nehmen. Unmöglich schien die Prüfung derselben jetzt keineswegs; ich goss zu dem Ende geschlossene Ringe von Paraffin. Es fiel mir aber während der Arbeit auf, dass sich das Hauptinteresse der neuen Theorie eigentlich nicht an die Folgerungen der ersten beiden Voraussetzungen knüpfe. Wären für einen bestimmten Isolator die erste und die zweite Voraussetzung als richtig erwiesen, so wäre gezeigt, dass sich in diesem Isolator Wellen der von Maxwell vermutheten Art fortpflanzen könnten, mit einer endlichen Geschwindigkeit, welche vielleicht von der des Lichtes sehr weit abwiche. Dies konnte aber nicht sehr überraschen, nicht mehr, als etwa der längst bekannte Umstand, dass sich in Drähten die elektrische Erregung mit grosser aber endlicher Geschwindigkeit fortpflanzte. Ich musste mir sagen, dass der Kernpunkt, der Sinn und die Besonderheit der Faraday'schen und damit der Maxwell'schen Anschauung in der dritten Voraussetzung liege, dass es also ein würdigeres Ziel sei, wenn ich mich geradeswegs auf diese wandte. Für den Luftraum[2]) die erste und die zweite Voraussetzung gesondert zu prüfen, sah ich keine Möglichkeit; beide Voraussetzungen aber waren zugleich bewiesen, wenn es gelang, eine endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit und Wellen im Luftraum nachzuweisen.

---

[1]) v. Helmholtz, Ges. Abhandl. I. 545.

[2]) Die Ausdrücke Luftraum und leerer Raum werden hier als Synonyme gebraucht, weil die wägbare Luft in diesen Versuchen von verschwindendem Einfluss ist.

Einige erste Versuche hierzu, welche ich bei kürzeren Abständen vorgenommen und welche in den vorigen Abhandlungen erwähnt sind, waren allerdings missglückt. Aber inzwischen war es gelungen, die Inductionswirkung bis auf 12 m Entfernung wahrzunehmen; in dieser Entfernung musste sich die Phase der Bewegung schon mehr als einmal umgekehrt haben, es kam nur darauf an, diese Umkehr nachzuweisen. So entstand der Plan, dessen Ausführung in der Arbeit „Ueber die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektrodynamischen Wirkungen" dargelegt ist. Die ersten Schritte der Ausführung gelangen leicht. In gerade gespannten Drähten entstanden mit überraschender Schärfe durch Reflexion die stehenden Schwingungen mit Knoten und Bäuchen, welche gestatteten, die Wellenlänge genau zu bestimmen und die Phasenänderung längs des Drahtes festzustellen. Ebenso schnell gelang es, die durch den Draht und die durch die Luft fortgeleitete Wirkung zur Interferenz zu bringen und also ihre Phase zu vergleichen. Besassen nun beide Wirkungen eine endliche und die gleiche Geschwindigkeit, wie ich erwartete, so mussten sie in allen Entfernungen mit gleicher Phase interferiren. Ein einfacher qualitativer Versuch, welcher bei der Uebung, welche ich damals besass, in einer Stunde zu beenden war, musste dies entscheiden und auf einmal zum Ziele führen. Als ich nun aber die Apparate sorgfältig aufgestellt hatte und den Versuch ausführte, fand ich die Phase der Interferenz deutlich verschieden in verschiedenen Entfernungen und zwar etwa in solcher Abwechslung, wie es einer unendlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit im Luftraum entsprochen hätte. Entmuthigt brach ich die Versuche ab. Erst nach einigen Wochen nahm ich dieselben wieder auf. Ich sagte mir, dass es die gleiche Wichtigkeit habe, zu erfahren, dass sich die elektrische Kraft mit unendlicher Geschwindigkeit ausbreite und dass die Maxwell'sche Theorie falsch sei, wie sich im Gegentheil zu überzeugen, dass diese Theorie Recht habe, vorausgesetzt nur, dass das Ergebniss ein bestimmtes und sicheres sei. Ich stellte also, ohne auf die Resultate zu achten, mit bester Sorgfalt die Erscheinungen fest, wie sie waren, und zwar mit den Ergebnissen, welche in der Abhandlung selbst wiedergegeben sind. Als ich dann daran ging, diese Ergebnisse genauer zu durchdenken, sah ich, dass sich die Folge der Interferenzen auch nicht

mit der Annahme einer unendlichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Einklang bringen liess, sondern dass es nöthig war, eine endliche Geschwindigkeit anzunehmen, welche aber grösser war als die im Drahte. Die verschiedenen Möglichkeiten suchte ich in der Weise in Harmonie zu bringen, welche die Abhandlung angiebt, und obwohl mir die Verschiedenheit der Geschwindigkeiten unwahrscheinlich geschienen hatte, glaubte ich doch den Versuchen nicht misstrauen zu dürfen. Es war ja auch keineswegs unmöglich, dass unbekannte Ursachen, etwa eine eigentliche Trägheit der freien Elektricität, die Bewegung im Drahte verlangsamte.

Ich habe hier so ausführlich berichtet, weil ich den Leser überzeugen möchte, dass ich in dieser Untersuchung nicht einfach in bequemster Weise eine vorgefasste Meinung durch passende Deutung der Versuche habe bestätigen wollen. Im Gegentheil habe ich diese nicht leichten Versuche entgegen einer vorgefassten Ansicht mit bestmöglichster Sorgfalt durchgeführt. Und doch habe ich offenbar bei allem Glück gerade in dieser Untersuchung entschieden Unglück gehabt. Denn anstatt mit leichter Mühe zum wahren Ziele zu gelangen, wozu ein richtig angelegter Plan mich vielleicht berechtigt hätte, scheine ich mit grosser Mühe in die Irre gegangen zu sein.

Erstens ist die Arbeit entstellt durch einen Rechenfehler. Die Schwingungsdauer ist im Verhältniss von $\sqrt{2}:1$ zu gross berechnet worden. Auf diesen Fehler hat zuerst Herr Poincaré[1]) aufmerksam gemacht. Der Fehler scheint den Inhalt der Arbeit wesentlich zu beeinflussen, beeinflusst freilich in Wahrheit mehr die Form. Mein Vertrauen auf die Zuverlässigkeit der Rechnung beruhte wesentlich auf der vermeintlichen Uebereinstimmung derselben mit den Versuchen von Siemens und Fizeau und mit meinen eigenen.[2]) Hätte ich den richtigen Werth der Capacität benutzt und also einen Widerspruch der Rechnung mit den Versuchen gefunden, so würde ich der Rechnung die geringere Beachtung geschenkt haben, und die Arbeit wäre in der Form etwas verändert, in der Sache unverändert niedergeschrieben worden.

---

1) H. Poincaré, Comptes rendues 111. p. 322.

2) Vergleiche die Bemerkung am Schluss des zweiten Abschnittes der Arbeit selbst.

Zweitens aber, und das ist der wichtigere Punkt, ist es kaum möglich, an einem Hauptergebniss der Arbeit festzuhalten, nach welchem die Geschwindigkeiten in der Luft und im Drahte verschieden sind. Statt diesem Ergebniss zu Hülfe zu kommen, haben die weiteren Erfahrungen, welche an Drahtwellen gewonnen wurden, dasselbe immer unwahrscheinlicher gemacht. Es scheint jetzt ziemlich sicher, dass, wenn der Versuch vollkommen richtig und ohne störende Einflüsse angestellt worden wäre, er allerdings beinahe das Resultat hätte ergeben müssen, welches ich zuerst erwartete. Es hätte die Phase der Interferenz allerdings ein Mal das Zeichen wechseln müssen, (was ich nicht im Voraus erwartet hatte); ein zweiter Vorzeichenwechsel der Interferenz, (welchen doch die Versuche einstimmig aufweisen) hätte dann aber nicht mehr eintreten dürfen. Es erscheint schwer, einen störenden Einfluss aufzuweisen, welcher so täuschend die Wirkung einer verschiedenen Geschwindigkeit nachahmen konnte; unmöglich aber erscheint es doch auch keineswegs, eine solche Täuschung anzunehmen. Ich vermuthete bei der Ausführung dieser Versuche nicht im Mindesten einen Einfluss der benachbarten Wände; ich entsinne mich z. B., dass ich den wellenführenden Draht nur in einem Abstand von 1,5 m an einem eisernen Ofen vorbeiführte. Es wäre möglich, dass eine derartige, stets an demselben Punkte wirkende Störung den Anlass des zweiten Phasenwechsels der Interferenz abgegeben hat. Wie dem auch sei, ich erlaube mir die Hoffnung auszusprechen, dass auch diese Versuche von einem andern Beobachter unter möglichst günstigen Bedingungen, d. h. in einem möglichst grossen Raume möchten wiederholt werden. Ist der Plan des Versuches, wie ich denke, richtig, so muss derselbe richtig ausgeführt zu jeder Zeit das Resultat geben, welches er gleich anfangs hätte geben sollen, er würde dann ohne Messungen zugleich die endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen in der Luft erweisen und die Gleichheit derselben mit der Geschwindigkeit der Wellen im Drahte.

Ich möchte hier übrigens noch einige weitere Ueberlegungen anführen, welche mich damals in der Meinung bestärkten, dass die Wellen im Drahte verzögert seien. Wenn die Wellen im Drahte mit der gleichen Geschwindigkeit forteilen, wie die Wellen im Luftraum, so müssen die elektrischen Kraftlinien senkrecht auf dem Drahte stehen. Ein gerader wellendurch-

flossener Draht kann dann auf einen benachbarten parallelen Draht keine Inductionswirkung ausüben. Eine solche Wirkung aber fand ich, wenn sie auch nur schwach war. Also schloss ich, dass die Kraftlinien nicht senkrecht auf dem Drahte ständen und dass die Geschwindigkeit der Wellen nicht die Lichtgeschwindigkeit sei. Ferner ergiebt eine einfache Rechnung, dass wenn die Kraftlinien senkrecht auf der Richtung des Drahtes stehen, dann die in einem einzelnen Drahte in der Welle fortgepflanzte Energie logarithmisch unendlich würde. Also schloss ich, es sei eine derartige Welle von vornherein unmöglich. Endlich schien mir, dass es auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in einer geraden Leitung ohne Einfluss sein müsse, ob die Leitung ein glatter Draht sei oder ein Draht mit seitlichen Ansätzen oder ein gezackter Draht oder auch ein in kleinen Windungen aufgerollter spiraliger Draht, solange nur alle diese Abweichungen von der geraden Linie klein wären gegen die Wellenlänge und ihr Widerstand nicht in Betracht käme. Nun fand ich aber, dass alle diese Abänderungen einen sehr merklichen Einfluss auf die Geschwindigkeit ausübten. Ich schloss also, dass hier eine noch unverstandene verzögernde Ursache thätig sei, welche auch schon im einfachen glatten Draht ihre Wirkung äussert. Diese und ähnliche Gründe erscheinen mir jetzt nicht mehr von entscheidendem Gewicht, aber damals beruhigten sie mich hinreichend, um die Verschiedenheit der Geschwindigkeit ohne Rückhalt zu behaupten und in dieser Erkenntniss ein Hauptinteresse des Versuchs zu sehen. Bald sollte ich eine vermeintliche, mir damals sehr willkommene Bestätigung meiner Ansicht finden.

Während ich die Wirkung meiner primären Schwingung in grossen Entfernungen untersuchte, war mir deutlich eine Art von Schattenbildung hinter leitenden Massen entgegengetreten, und diese war mir nicht sehr auffällig erschienen. Etwas später glaubte ich auch eine eigenthümliche Verstärkung der Wirkung vor solchen schattengebenden Massen und vor den Wänden des Raumes zu bemerken. Als mir zuerst der Gedanke kam, dass diese Verstärkung von einer Art Reflexion der elektrischen Kraft von den leitenden Massen herrühre, schien mir derselbe fast unzulässig, so sehr wich er immerhin von der uns damals geläufigen Vorstellung einer elektrischen Kraft ab, unbeschadet

aller Bekanntschaft mit dem Vorstellungskreis der Maxwellschen Theorie. Nachdem ich aber das Vorhandensein wirklicher Wellen glaubte sicher festgestellt zu haben, trat ich der anfangs verworfenen Erklärungsart wieder näher und kam so zu den Erscheinungen, welche in der Abhandlung „Ueber elektrodynamische Wellen im Luftraum und deren Reflexion“ dargelegt sind. Qualitativ dürfte gegen den Inhalt dieser Arbeit nichts einzuwenden sein, die Versuche sind sehr oft wiederholt und bestätigt gefunden worden. Was aber die Messungen anlangt, so ist auch der Inhalt dieser Arbeit verdächtig, da er ebenfalls zu dem höchst unwahrscheinlichen Resultat führt, dass die Geschwindigkeit in der Luft wesentlich grösser als die der Drahtwellen sei. Angenommen, dies Resultat ist unrichtig, wie ist der begangene Fehler zu erklären? Sicherlich nicht durch einfache Ungenauigkeit der Beobachtung. Die Beobachtung mag vielleicht um Dezimeter ungenau gewesen sein, auf keinen Fall um Meter. Ich vermag auch hier nur ganz im Allgemeinen den besonderen Resonanzverhältnissen des benutzten Raumes die Schuld zu geben. Haben sich vielleicht die Eigenschwingungen desselben herausgebildet und habe ich die Knoten solcher Eigenschwingung beobachtet, während ich die Knoten der Wellen des primären Leiters zu beobachten glaubte? Sicherlich war die Entfernung der Knoten, welche ich in der Luft mass, wesentlich verschieden von den Wellenlängen im Drahte; ich habe ausdrücklich mein Augenmerk auf die Frage gerichtet, ob sie verschieden oder gleich wären. Was freilich die genaue Uebereinstimmung mit der ersten Versuchsreihe anlangt, so gebe ich gern zu, dass ich mich hier in der Deutung der Versuche von dem Wunsche habe beeinflussen lassen, die Uebereinstimmung zwischen beiden Messungen herzustellen. Ich verlege den ersten Knoten eine gewisse Strecke hinter die Wand, für deren Grösse aus den Versuchen ein fester Zwang nicht herzunehmen ist. Hätte ich die Versuche anders combiniren wollen, so hätte ich wohl ein der Einheit näher kommendes Verhältniss der Geschwindigkeiten berechnen können; ich hätte aber niemals Gleichheit der Geschwindigkeiten aus denselben herleiten können.

Wenn nun aber meine damaligen Versuche übereinstimmend auf eine verschiedene Geschwindigkeit schliessen lassen, so ist die Frage natürlich, welche Gründe mich denn jetzt bestimmen,

lieber unbekannte Fehlerquellen in den Versuchen zuzugeben, als an der behaupteten Verschiedenheit festzuhalten. Ist es die von vielen Seiten hervorgehobene Abweichung des Ergebnisses von der Theorie? Gewiss nicht; die Theorie war mir auch damals bekannt und dieselbe muss sich den Versuchen unterordnen. Ist es der hierauf bezügliche Versuch Herrn Lecher's?[1]) Bei aller Anerkennung der grossen Verdienste Herrn Lecher's um dies Gebiet muss ich diese Frage doch verneinen. Herr Lecher setzt bei der Ausnutzung seines Versuchs die Richtigkeit der Rechnung, damit in gewissem Sinne die Richtigkeit der Theorie voraus.[2]) Dann sind es also die Resultate der Herren Sarasin und de la Rive,[3]) welche die Versuche genau wiederholten mit einem der Theorie vollständig entsprechendem Ergebniss? In gewissem Sinne ja, in anderm Sinne nein. Die Genfer Physiker arbeiteten in einem viel kleineren Raume als ich selber; die grösste ihnen zu Gebote stehende Entfernung betrug nur 10 Meter und selbst auf diese Entfernung hin konnten die Wellen sich nicht völlig frei entwickeln. Ihr Spiegel war nur 2,8 m hoch. Die Sorgfalt der Beobachtung kann die Ungunst der räumlichen Verhältnisse nicht compensiren. In meinen Versuchen hatten die Wellen doch immerhin einen völlig freien Spielraum von etwa 15 m. Mein Spiegel war 4 m hoch. Läge also die Entscheidung einzig und allein bei den Versuchen, so könnte ich denjenigen der Herren Sarasin und de la Rive kein grösseres Gewicht als meinen eigenen beilegen und insofern also nein.[4]) Aber die Genfer Versuche zeigen jedenfalls, dass sich die von mir ausgeführten Messungen nicht überall bestätigen; sie zeigen, dass vor andern reflectirenden Wänden und in andern Räumen die Erscheinungen quantitativ anders ausfallen und dass die Wellenlängen unter Umständen auch die von der Theorie ge-

---

[1]) E. Lecher. Eine Studie über elektrische Resonanzerscheinungen. Wied. Ann. 41. 850.

[2]) Die gleiche Bemerkung gilt auch für die ganz neuerdings erschienene Arbeit des Herrn Blondlot, C. R. 113. 628. [Vergl. Anmerkg. 15 am Schluss des Buches.]

[3]) E. Sarasin u. L. de la Rive, Comptes rendues 112. 658.

[4]) In einem Raum von nicht näher angegebenen Dimensionen fand Herr Trouton die Wellenlänge meines primären Leiters in der Luft ebenso wie ich zu etwa 10 m. Nature 39. 391.

forderten Werthe haben. Geben aber die Versuche zweideutige und widersprechende Auskunft, so enthalten sie offenbar noch unverstandene Ursachen der Täuschung und dann allerdings können sie nicht gegen die durch so viele Wahrscheinlichkeitsgründe gestützte Theorie ins Feld geführt werden. Die Genfer Versuche entkräften also meine eigenen und insofern stellen sie das Gleichgewicht zu Gunsten der Theorie wieder her.

Ich muss indessen bekennen, dass für mich die entscheidenden Gründe mehr indirekter Art waren. Als ich zuerst eine Verzögerung der Wellen in den Drähten zu finden glaubte, hoffte ich die Ursache dieser Verzögerung bald aufzudecken und Uebergänge zwischen beiden Geschwindigkeiten aufzufinden. Diese Hoffnung hat sich nicht verwirklicht. Ich habe keine Uebergänge gefunden und statt auf eine Aufklärung stiess ich bei zunehmender Erfahrung auf wachsende Widersprüche, bis dieselben mir schliesslich unauflöslich schienen und ich die Ueberzeugung von der Richtigkeit meiner ersten Beobachtung aufgeben musste. Dazu kam die von mir selbst gemachte Erfahrung, dass für kurze Wellen der Unterschied der Geschwindigkeiten so gut wie verschwindet. Ehe ein Fachgenosse dieses Gebiet betreten hatte, fasste ich meine Ueberzeugung in den Worten zusammen:[1]) „Für lange Wellen fand sich also die Wellenlänge in der Luft grösser als die in Drähten, während für kurze Wellen beide merklich gleich sich zeigten. Dies Ergebniss ist zu auffällig, als dass wir es als sicher betrachten könnten. Die Entscheidung muss späteren Versuchen vorbehalten bleiben." Von späteren Versuchen kommen bisher nur die Versuche der Herren Sarasin und de la Rive in Betracht und da diese in kleinen Räumen vorgenommen wurden, kann man sie mit mehr Recht für eine Bestätigung des zweiten Theiles meiner Behauptung erklären, als für eine Widerlegung des ersten Theiles. Für lange Wellen scheinen mir entscheidende Versuche noch auszustehen.[2]) Ich kann allerdings kaum zweifeln, dass dieselben

---

[1]) Archives de Genève (3). 21, p. 302.

[2]) Seit ich das Obige geschrieben, ist der ausgesprochene Wunsch völlig erfüllt worden durch die Versuche, welche die Herren Sarasin und de la Rive in der grossen Halle der Rhône-Wasserwerke zu Genf ausgeführt haben (Archives de Genève (3). 29, pp. 358 und 441). Diese Versuche haben die Gleichheit der Geschwindigkeiten in Luft und in Drähten bewiesen und

für die Gleichheit der Geschwindigkeit in allen Fällen entscheiden werden.

Vielleicht fragt der Leser, warum ich nicht selbst versucht habe, durch Wiederholung der Versuche die Zweifel zu beseitigen. Ich habe die Versuche wohl wiederholt, aber ich habe dabei nur gefunden, was auch zu vermuthen steht, dass die einfache Wiederholung unter ähnlichen Verhältnissen die Zweifel nicht zu heben, sondern eher zu vermehren im Stande ist. Die sichere Entscheidung steht bei Versuchen, welche unter günstigeren Verhältnissen ausgeführt werden. Günstigere Verhältnisse bedeuten hier grössere Räume. Solche waren mir bisher nicht zur Hand. Ich betone nochmals, dass die Ungunst der Räume nicht durch Sorgfalt der Beobachtung compensirt werden kann. Wenn sich die langen Wellen nicht entwickeln können, können sie auch nicht beobachtet werden. Es mag hiermit genug über diese Frage gesagt sein.

Die bisher erwähnten Versuche über die Reflexion der Wellen waren im März 1888 vollendet. Noch in demselben Monat machte ich den Versuch, die Zerstreuung der Fernwirkung durch Reflexion an einer krummen Fläche zu verhindern. Ich baute für meine grosse Schwingung einen parabolischen Hohlspiegel von 4 m Höhe und etwa 2 m Oeffnung. Ich fand aber entgegengesetzt meiner Erwartung die Fernwirkung bedeutend geschwächt. Der grosse Spiegel wirkte wie ein die Schwingung umgebender Schutzkasten. Ich sagte mir, dass die Wellenlänge der Schwingung zu gross sei gegen die Brennweite des Spiegels. Eine mässige Verkleinerung des primären Leiters besserte den Erfolg nicht. Ich versuchte darauf mit einem Leiter zu arbeiten, welcher dem grossen geometrisch ähnlich, aber im Verhältniss 10 : 1 verkleinert war. Vielleicht bin ich nicht ausdauernd genug in diesen Versuchen gewesen, jedenfalls gelang es mir damals überhaupt nicht, so kurze Schwingungen zu erzeugen und zu beobachten und ich

---

also volle Uebereinstimmung hergestellt zwischen Erfahrung und Theorie. Ich betrachte diese Versuche als abschliessend und unterwerfe mich denselben nun ebenso willig, als ich damals zögern musste, mich von Versuchen überzeugen zu lassen, welche den meinigen nicht überlegen waren. Ich freue mich, hier den Herren Sarasin und de la Rive danken zu können für die Freundlichkeit und das Wohlwollen, welches sie mir bei Erörterung dieser Streitfrage stets erwiesen, — einer Streitfrage, welche jetzt völlig zu ihren Gunsten entschieden ist. [Zusatz zur englischen Ausgabe, 1893].

gab diese Versuche auf, um mich zunächst andern Fragen zuzuwenden.

Einmal galt es, die theoretische Behandlung der Versuche reiner und klarer zu fassen. Der Standpunkt, von welchem aus in den bisherigen Arbeiten die Versuche gedeutet waren, ist der Standpunkt, auf welchen ich durch das Studium der Abhandlungen von Helmholtz's[1]) gestellt war. Herr v. Helmholtz hält in diesen Abhandlungen zwei Formen der elektrischen Kraft auseinander, die elektrodynamische und die elektrostatische, welchen, solange die Erfahrung nicht gesprochen, zwei verschiedene Geschwindigkeiten beizulegen sind. Eine Deutung der Versuche von diesem Standpunkt aus konnte in keinem Falle falsch sein, aber sie war vielleicht unnöthig verwickelt. In einem besondern Grenzfall vereinfacht sich die Helmholtz'sche Theorie bedeutend, ihre Gleichungen gehen alsdann über in die Gleichungen der Maxwell'schen Theorie; es bleibt nur eine Form der Kraft übrig, welche sich mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitet. Es war also zu versuchen, ob man nicht mit diesen weit einfacheren Annahmen der Maxwell'schen Theorie auskomme. Der Versuch gelang. Die Ergebnisse der Rechnung sind dargelegt in der Abhandlung „Die Kräfte elektrischer Schwingungen, behandelt nach der Maxwell'schen Theorie". Derjenige Theil dieser Arbeit, welcher sich auf die Interferenzen zwischen Luft- und Drahtwellen bezieht, wäre offenbar leicht jeder andern Form solcher Interferenzen anzupassen, welche etwa vollkommnere Versuche ergeben könnten.

Neben diesen theoretischen Betrachtungen setzte ich die Versuche fort und wandte dieselben wieder mehr den Wellen in Drähten zu. Ich verfolgte dabei erstens das Ziel, die Ursache der vermeintlichen Verzögerung dieser Wellen aufzufinden. Zweitens wünschte ich die Anschauung zu prüfen, derzufolge die Wellen überhaupt nicht im Innern des Leiters, sondern vielmehr im umgebenden Raum ihren Sitz und Spielplatz haben. Ich liess also nicht mehr die Wellen in einem Draht forteilen, sondern in dem Zwischenraum zwischen zwei Drähten, zwischen zwei Platten, in röhrenförmigen Räumen; nicht mehr in verschiedenen Metallen, sondern in verschiedenen trennenden Isolatoren. Die Abhandlung „Ueber die Fortleitung elektrischer Wellen durch Drähte", obwohl

[1]) v. Helmholtz, Ges. Abhandl. I. 545.

erst später vollendet und veröffentlicht, ist grösstentheils im Sommer 1888 ausgeführt.

Im Herbst wurde ich nämlich von den Versuchen an Drähten aus Anlass einer besonderen Erscheinung abgezogen. Als ich zur Untersuchung der Wellen in dem engen Zwischenraum zwischen zwei Drähten Resonatoren von geringem äusseren Umfange anwandte und bemüht war, solche Resonatoren abzustimmen, fand ich, dass ich am Ende der Drähte auch dann deutliche Knoten erhielt, wenn ich viel zu kleine Resonatoren benutzte. Selbst als ich zu Kreisen von wenigen Centimetern Durchmesser herabstieg, erhielt ich noch Knoten; dieselben lagen in geringem Abstande vom Ende der Drähte und ich konnte noch halbe Wellenlängen bis herab zu 12 cm beobachten. So hatte mich ein Zufall auf die vorher nicht gefundene Spur der kurzen Wellen gebracht, ich verfolgte sogleich diese Spur und es gelang mir nun auch schnell eine Form des primären Leiters zu finden, welche mit den kleinen Resonatoren zusammen arbeitete.

Die Erscheinung, durch welche ich auf die Beobachtung der kurzen Wellen zurückgeführt wurde, habe ich an sich nicht beachtet und dieselbe, da sich keine passende Anknüpfung bot, in der Veröffentlichung nirgends erwähnt. Es war offenbar ein besonderer Fall derselben Erscheinung, welche später von den Herren Sarasin und de la Rive entdeckt,[1]) mit dem Namen „multiple Resonanz“ belegt, und dahin gedeutet wurde, dass der primäre Leiter überhaupt keine bestimmte Schwingungsdauer besitze, sondern alle innerhalb weiter Grenzen liegenden Schwingungen gleichzeitig ausführe. Wenn ich selber jene Erscheinung nicht beachtete, so lag dies einmal daran, dass ich über dieselbe schnell zu andern Versuchen fortgeführt wurde. Es lag aber nicht weniger auch daran, dass ich mir für jene Erscheinung in meinem Falle von vorn herein eine Erklärung gebildet hatte, welche derselben nur ein weit geringeres Interesse lieh als die Erklärung der Herren Sarasin und de la Rive. Ich sah die Erscheinung an als die nothwendige und vorauszusehende Folge der schnellen Dämpfung der primären Schwingung. Herr Sarasin hatte die Freundlich-

[1]) E. Sarasin und L. de la Rive, Arch. de Genève (3). 23. p. 113. 1890.

keit, mich von dem Ergebniss seiner Versuche alsbald in Kenntniss zu setzen, ich theilte ihm mein Bedenken gegen seine Erklärung der Erscheinung und meine eigene Erklärung derselben mit, aber obwohl er meinen Ausführungen die liebenswürdigste Bereitwilligkeit entgegenbrachte, gelang es uns nicht, uns über die Deutung der Versuche zu verständigen. Eine solche Verständigung gelang sogleich mit Herrn H. Poincaré, welcher sich selber eine im wesentlichen gleiche Auffassung der Erscheinung gebildet und mir brieflich dieselbe mitgetheilt hatte. Er hat diese Auffassung mathematisch ausgearbeitet und in seinem Werke „Electricité et optique" veröffentlicht.[1]) Gleichzeitig und unabhängig davon hat Herr V. Bjerknes die mathematischen Entwickelungen durchgeführt.[2]) Dass die Erklärung der Herren Poincaré und Bjerknes nicht nur eine mögliche, sondern die einzig mögliche Erklärung bildet, ist, wie mir scheint, nachgewiesen durch eine eben erschienene Untersuchung[3]) des Herrn Bjerknes, welche feststellt, dass die Schwingung des primären Leiters wenigstens in erster Annäherung eine regelmässig gedämpfte Sinuswelle von bestimmter Periode ist. Die sorgfältigen Untersuchungen der Herren Sarasin und de la Rive enthalten demnach eine unentbehrliche Vervollständigung unserer Kenntniss dieses Gebietes, aber sie enthalten keinen Widerspruch gegen irgend eine von mir aufgestellte Behauptung. So sind diese Versuche von ihren Urhebern auch angesehen worden. Eine schärfere Kritik ist aus Anlass jener Versuche von einem ausgezeichneten, übrigens diesen Versuchen fernstehendem französischen Gelehrten an meinen Arbeiten ausgeübt worden. Ich hoffe, man wird jetzt urtheilen, dass für eine solche Kritik die Berechtigung fehlte.[4])

Es sei mir gestattet, bei dieser Gelegenheit auch der Zweifel zu erwähnen, welche in der letzten Zeit von den Herren Hagenbach und Zehnder gegen die Beweiskraft meiner Versuche ausgesprochen worden sind.[5]) Ich möchte die Arbeit der

---

[1]) H. Poincaré, Electricité et optique II. p. 249.
[2]) V. Bjerknes, Wied. Ann. 44. p. 92. 1891.
[3]) V. Bjerknes, Wied. Ann. 45. p. 513. 1891.
[4]) Cornu, Comptes rendues 110. p. 72. 1890.
[5]) E. Hagenbach u. L. Zehnder, Wied. Ann. 43. p. 610. 1891.

Herren Hagenbach und Zehnder noch nicht als abgeschlossen betrachten. Die Verfasser behalten sich vor, auf die Erklärung der Resonanz, die Art der Fernwirkung, die Bildung der Knoten und Bäuche zurückzukommen. Dies sind aber gerade und fast allein die Erscheinungen, auf welchen meine Versuche und die ganze Deutung derselben beruht.

Nachdem ich nun in der vorhin erwähnten Weise zur Beobachtung sehr kurzer Wellen gelangt war, wählte ich solche von etwa 30 cm Länge aus und wiederholte mit denselben zunächst die früheren Versuche. Im Widerspruch mit meinen Erwartungen stand die neue Erfahrung, dass diese kurzen Wellen an Drähten mit fast der gleichen Geschwindigkeit entlang eilten, welche sie in der Luft besassen. Da so kurzen Wellen leicht ein freier Spielraum zu verschaffen war, so konnte hier ein Zweifel an der Richtigkeit des Resultats nicht aufkommen. Nachdem ich mich mit der Behandlung der kurzen Wellen vertraut gemacht hatte, nahm ich die Versuche mit den Hohlspiegeln wieder auf. Der alte grosse Spiegel war nicht mehr vorhanden, ich liess einen kleineren von 2 m Höhe und etwas über 1 m Oeffnung herstellen. Die Wirkung desselben war so auffallend günstig, dass ich sogleich nach den ersten Proben nicht nur einen zweiten Hohlspiegel, sondern auch ebene spiegelnde Flächen und ein grosses Prisma bestellte. Schnell hinter einander und ohne Mühe gelangen nun die Versuche, welche in der Abhandlung „Ueber Strahlen elektrischer Kraft“ dargestellt sind; dieselben waren lange vorher überlegt und vorbereitet gewesen, mit Ausnahme der Polarisationsversuche, welche mir erst während der Arbeit einfielen. Diese Versuche mit den Hohlspiegeln sind schnell aufgefallen, sie sind häufig wiederholt und bestätigt worden. Sie haben einen Beifall gefunden, welcher meine Erwartungen weit übertraf.[1]) Ein guter Theil dieses Beifalls entsprang einer philosophischen Quelle. Die alte Frage nach der Möglichkeit und dem Wesen der Wirkung in die Ferne war be-

[1]) Diese Versuche gaben auch den Anlass zu dem Vortrage „Ueber die Beziehungen zwischen Licht und Elektricität“, in welchem ich 1889 auf der Heidelberger Naturforscherversammlung den allgemeinen Zusammenhang meiner Versuche in leichtfasslicher Form darstellte (gedruckt bei E. Strauss, Bonn).

rührt. Die von der Wissenschaft geheiligte, vom Verstande aber nur ungern getragene Herrschaft der unmittelbaren Fernkräfte schien im Gebiet der Elektricität durch einfache und schlagende Versuche für immer zerstört.

Mit der Erreichung jenes Ziels war ein gewisser Abschluss erreicht. Eine Lücke war mir indessen noch empfindlich. Die Versuche behandelten nur die Ausbreitung der elektrischen Kraft. Es war wünschenswerth, dass gezeigt würde, dass auch die magnetische Kraft sich mit endlicher Geschwindigkeit ausbreitet. Nach der Theorie war hierzu die Erzeugung besonderer magnetischer Wellen nicht erforderlich, die elektrischen Wellen mussten an sich zugleich Wellen magnetischer Kraft sein; es kam nur darauf an, in diesen Wellen die magnetische Kraft neben der elektrischen wirklich nachzuweisen. Ich hoffte, dass dies möglich sein würde durch Beobachtung der mechanischen Kräfte, welche die Wellen auf ringförmige Leiter ausübten. So wurden damals die Versuche geplant, welche aus äusseren Anlässen erst später und nur unvollkommen zur Ausführung kamen, und über welche die letzte experimentelle Arbeit „Ueber die mechanischen Wirkungen elektrischer Drahtwellen" Bericht erstattet.

Werfen wir einen Blick zurück. Durch die Gesammtheit der geschilderten Versuche ist zum ersten Male der Beweis geliefert worden für die zeitliche Ausbreitung einer vermeintlichen Fernkraft. Diese Thatsache bildet den philosophischen, in gewissem Sinne zugleich den wichtigsten Gewinn der Versuche. In jenem Beweise ist enthalten die Erkenntniss, dass die elektrischen Kräfte sich von den ponderabeln Körpern loslösen und selbstständig als Zustände oder Veränderungen des Raumes fortbestehen können. Neben dieser Erkenntniss liefern die Einzelheiten der Versuche den Beweis, dass die besondere Art der Ausbreitung der elektrischen Kraft die grösste Analogie,[1]) wenn nicht vollständige Uebereinstimmung zeigt mit der Ausbreitung der Lichtbewegung. Dadurch wird die Hypothese, dass das Licht eine

[1]) Die Analogie liegt keineswegs nur in der Uebereinstimmung der mehr oder weniger genau gemessenen Geschwindigkeiten. Die nahezu gleiche Geschwindigkeit ist nur ein Element der Analogie unter vielen Elementen.

elektrische Erscheinung sei, in hohem Grade wahrscheinlich gemacht. Ein strenger Beweis für diese Hypothese kann von vornherein nur durch Versuche geliefert werden, welche am Lichte ausgeführt sind.

Was wir hier als die Leistung der Versuche bezeichnet haben, leisten dieselben unabhängig von der Richtigkeit besonderer Theorien. Nichtsdestoweniger liegt die Bedeutung der Versuche offenbar in ihrem Zusammenhang mit der Theorie, in welchem Zusammenhang sie ja auch unternommen wurden. Seit dem Jahre 1861 besitzt die Wissenschaft die Theorie, welche Maxwell auf den Anschauungen Faraday's aufgebaut hat, welche wir deshalb die Faraday-Maxwell'sche Theorie nennen und welche die Möglichkeit der hier aufgefundenen Klasse von Erscheinungen mit der gleichen Sicherheit behaupten konnte, mit welcher die übrigen elektrischen Theorien gezwungen waren, die Möglichkeit derselben zu verneinen. Die Maxwell'sche Theorie übertraf von vornherein die übrigen elektrischen Theorien durch Schönheit und Reichthum der Beziehungen, welche sie zwischen den Erscheinungen annahm. Die Wahrscheinlichkeit dieser Theorie und damit die Zahl ihrer Anhänger wuchs von Jahr zu Jahr. Gleichwohl vermochte die Maxwell'sche Theorie die ihr entgegenstehenden Theorien nicht vollständig zu verdrängen, weil sie sich nur auf die Wahrscheinlichkeit ihrer Endergebnisse, nicht auf die Sicherheit ihrer Voraussetzungen berufen konnte. Die Fundamentalhypothesen der Maxwell'schen Theorie widersprachen den üblichen Anschauungen und konnten sich nicht an sichere Versuche als an Beweise anlehnen. In diesem ihrem natürlichen Zusammenhang können wir Absicht und Ergebniss unserer Versuche nicht besser charakterisiren, als indem wir sagen: Die Absicht dieser Versuche war die Prüfung der Fundamentalhypothesen der Faraday-Maxwell'schen Theorie und das Ergebniss der Versuche ist die Bestätigung der Fundamentalhypothesen dieser Theorie.

B. Zur Theorie.

Was ist nun aber, genau gesprochen, die Faraday-Maxwell'sche Theorie? Maxwell hat als Arbeit seiner reiferen Jahre uns ein grösseres Werk über die Elektricität und den Magne-

tismus hinterlassen; man darf also wohl sagen, die Maxwell'sche Theorie sei diejenige Theorie, welche in diesem Werke niedergelegt ist. Aber denjenigen Fachgenossen, welche diesen Fragen näher getreten sind, wird nicht allen mit dieser Antwort Genüge geschehen sein. Mancher hat sich mit Eifer an das Studium des Maxwell'schen Werkes gemacht und, ohne auf ungewöhnliche mathematische Schwierigkeiten gestossen zu sein, dennoch darauf verzichten gemusst, sich eine völlig widerspruchsfreie Vorstellung von Maxwell's Ansichten zu bilden. Mir selbst ist es nicht besser gegangen. Bei der grössten Bewunderung für die mathematischen Beziehungen der Maxwell'schen Theorie war ich doch hinsichtlich der physikalischen Bedeutung seiner Behauptungen nicht immer vollständig sicher, Maxwell's wahre Meinung errathen zu haben. In meinen Versuchen konnte ich mich daher auch nicht direkt durch das Maxwell'sche Buch leiten lassen, ich liess mich hier leiten durch die Arbeiten von Helmholtz, wie es ja auch aus der Darstellung der Versuche deutlich hervorgeht. Für den besonderen Grenzfall der Helmholtz'schen Theorie, welcher auf die Maxwell'schen Gleichungen führt, und auf welchen die Versuche hinleiteten, verflüchtigt sich nun aber leider die physikalische Grundlage der Helmholtz-schen Theorie, wie sich dieselbe allgemein verflüchtigt, wenn man von Fernkräften absehen will. Ich versuchte deshalb mir die unentbehrlichen physikalischen Vorstellungen widerspruchsfrei selbst zu construiren, indem ich von den Maxwell'schen Gleichungen ausging, im Uebrigen aber die Maxwell'sche Theorie so viel wie möglich vereinfachte durch Elimination oder einfache Fortlassung aller derjenigen Elemente, welche ich nicht verstand und welche entbehrlich waren, da sie auf keine möglichen Erscheinungen einen Einfluss üben konnten. So entstanden die beiden theoretischen Arbeiten, welche den Schluss dieser Sammlung bilden. Die Darstellung der Theorie in Maxwell's eigenem Werk, die Darstellung als Grenzfall der Helmholtz'schen Theorie und die Darstellung in den vorliegenden Abhandlungen sind also wesentlich verschiedene Formen für einen wesentlich gleichen gemeinsamen Inhalt. Dieser gemeinsame Inhalt der verschiedenen Formen, für welchen gewiss noch viele andere Formen gefunden werden können, erscheint mir als der unsterbliche Theil der Maxwell'schen Arbeit, diesem

Inhalt und nicht den besonderen Vorstellungen oder Methoden Maxwell's möchte ich den Namen „Maxwell'sche Theorie" vorbehalten wissen. Auf die Frage „Was ist die Maxwell'sche Theorie?" wüsste ich also keine kürzere und bestimmtere Antwort als diese: Die Maxwell'sche Theorie ist das System der Maxwell'schen Gleichungen. Jede Theorie, welche auf diese Gleichungen führt, und damit dieselben möglichen Erscheinungen umfasst, würde ich als eine Form oder einen Specialfall der Maxwell'schen Theorie bezeichnen; jede Theorie, welche auf andere Gleichungen und damit auf andere mögliche Erscheinungen führt, ist eine andere Theorie. In diesem Sinne also und nur in diesem Sinne bilden die beiden theoretischen Abhandlungen dieser Sammlung eine Darstellung der Maxwell'schen Theorie. Keineswegs können sie den Anspruch erheben, genau Maxwell's Gedanken wiederzugeben. Es ist im Gegentheil zweifelhaft, ob Maxwell, falls er lebte, die vorgetragene Darstellung als die seine anerkennen würde.

Darin, dass derselbe Inhalt in verschiedenen Fassungen vorgetragen wird, liegt ein bedeutendes Erschwerniss für das Verständniss jeder einzelnen Fassung. Dieselbe Bezeichnung bedeutet in den verschiedenen Formen verwandte und doch verschiedene Begriffe oder Vorstellungen. Die erste Bedingung für das Verständniss ist also, dass man jede Darstellung für sich zu verstehen suche und nicht in sie die Vorstellungen einer andern Darstellung hineintrage. Vielleicht erweise ich manchen Fachgenossen einen Dienst, wenn ich hier kurz die Grundvorstellungen der drei Darstellungen der Maxwell'schen Theorie erläutere, welche ich oben erwähnte. Ich habe dabei Gelegenheit anzugeben, worin nach meinem Urtheil die besondere Schwierigkeit von Maxwell's eigener Darstellung liege. Die oft gehörte Ansicht, dass diese Schwierigkeit mathematischer Natur sei, kann ich nicht theilen.

Wenn wir die Körper aus der Ferne auf einander wirken sehen, so können wir uns von der Natur dieser Wirkung verschiedene Vorstellungen machen. Wir können die Einwirkung als eine unmittelbare, den Raum überspringende Fernkraft betrachten oder wir können sie als die Folge einer Wirkung ansehen, welche in einem hypothetischen Medium von Punkt zu

Punkt sich fortpflanzt. In den Anwendungen dieser Vorstellungen auf die Elektricität können wir indessen noch eine Reihe feinerer Unterschiede machen. Gehen wir von der reinen Vorstellung der unmittelbaren zu der reinen Vorstellung der vermittelten Fernwirkung über, so können wir etwa vier Standpunkte unterscheiden.

Auf dem ersten Standpunkte betrachten wir die Anziehung zweier Körper als eine Art geistiger Hinneigung beider zu einander. Die Kraft, welche jeder von beiden ausübt, ist geknüpft an das Vorhandensein des andern Körpers. Damit überhaupt eine Kraft vorhanden sei, müssen mindestens zwei Körper vorhanden sein. Ein Magnet erhält gewissermassen seine Kraft erst dann, wenn ein anderer Magnet in seine Nähe gebracht wird. Diese Vorstellung ist die reine Vorstellung der Fernkraft, die Vorstellung des Coulomb'schen Gesetzes. Sie ist in der Lehre von der Elektricität fast verlassen, sie wird wohl noch benutzt in der Lehre von der Gravitation. Der berechnende Astronom spricht von der Anziehung zwischen der Sonne und einem Planeten, aber die Anziehung im leeren Raum beschäftigt ihn nicht.

Auf dem zweiten Standpunkt sehen wir die Anziehungen der Körper immer noch an als eine Art geistiger Einwirkung derselben auf einander. Aber obwohl wir zugeben, dass wir diese Fernwirkung nur dann bemerken können, wenn wir mindestens zwei Körper haben, so nehmen wir doch an, dass auch der einzelne der wirkenden Körper beständig das Bestreben habe, in jedem Punkte seiner Umgebung Anziehungen hervorzubringen von bestimmter Grösse und Richtung, auch dann, wenn sich keine andern ihm verwandten Körper in der Nähe finden. Mit den stetig von Punkt zu Punkt sich ändernden Bestrebungen dieser Art füllen wir in unserer Vorstellung den Raum. Gleichwohl nehmen wir nicht am Ort der Wirksamkeit irgend eine Veränderung des Raumes an, um deren willen wir diesen Ort als den Sitz der Kraft bezeichnen könnten, sondern zugleich Sitz und Ursprung der Kraft bleibt der wirkende Körper. Dieser Standpunkt ist etwa der Standpunkt der Potentialtheorie. Er ist selbstverständlich auch der Standpunkt gewisser Capitel in Maxwell's Werk, obwohl nicht der Standpunkt der Maxwell'schen Theorie. Um die Vorstellungen in sinnlicher Darstellung mit einander vergleichen zu können, sind in Fig. 2 zwei ent-

gegengesetzt elektrisirte Condensatorplatten von diesem Standpunkt aus in leicht verständlicher Symbolik dargestellt. Man sieht in den Platten die materiell gedachte positive und negative Elektricität, zwischen den Platten die durch Pfeile dargestellte Kraft. Ob der Raum zwischen den Platten erfüllt oder leer ist, ist von diesem Standpunkt aus gleichgültig. Geben wir also den Lichtäther zu, denken ihn uns aber aus einem Theil B des Raumes entfernt, so wird gleichwohl in diesem Raum die Kraft unverändert sein.

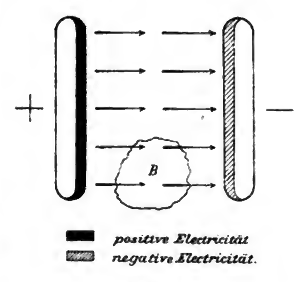


Fig. 2.

Der dritte Standpunkt behält die Vorstellungen des zweiten bei, fügt ihnen aber eine Complication hinzu. Er nimmt an, dass die unvermittelten Fernkräfte die Wirkung der getrennten Körper nicht allein bestimmen. Vielmehr nimmt er an, dass die Kräfte in dem überall erfüllt gedachten Raum Veränderungen hervorrufen, welche ihrerseits Anlass zu neuen Fernkräften geben. Die Anziehungen der getrennten Körper beruhen dann zum Theil auf der unmittelbaren Fernwirkung derselben, zum Theil auf dem Einfluss des veränderten Mediums. Die Veränderung des Mediums selbst wird gedacht als eine elektrische, bez. magnetische Polarisation seiner kleinsten Theile unter dem Einfluss der wirkenden Kraft. Im Hinblick auf statische Erscheinungen ist dieser Standpunkt von Poisson für den Magnetismus entwickelt, von Mosotti auf die elektrischen Erscheinungen übertragen worden; in allgemeinster Entwickelung und in Ausdehnung auf das ganze Gebiet des Elektromagnetismus findet er sich vertreten in der Theorie von Helmholtz.[1])

Fig. 3 versinnlicht diesen Standpunkt für den Fall, dass sich das Medium nur in geringem Maasse an der Gesammt-

---

[1]) Am Schluss der Abhandlung „Ueber die Bewegungsgleichungen der Elektricität für ruhende leitende Körper.“ Ges. Abh. I. p. 545.

wirkung betheiligt. Man sieht in den Platten die freien Elektricitäten, ebenso die in den Theilen des Dielektricums getrennten, aber nicht ableitbaren elektrischen Fluida. Denken wir uns, der Raum zwischen den Platten enthalte nur den Lichtäther und machen wir in denselben eine Höhlung von der Gestalt B, so werden in dieser Höhlung die Kräfte erhalten bleiben, die Polarisationen abèr fortfallen.

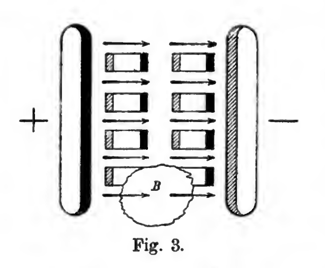


Fig. 3.

Ein Grenzfall dieser Vorstellungsweise ist von besonderer Wichtigkeit. Wie die nähere Ueberlegung zeigt, können wir die allein beobachtbare Gesammtwirkung der greifbaren Körper auf einander in verschiedener Weise vertheilen auf den Einfluss der unmittelbaren Fernkräfte und auf den Einfluss des zwischenliegenden Mediums. Wir können den Theil der Gesammtenergie, welcher seinen Sitz in den elektrisirten Körpern hat, vergrössern auf Kosten des Theiles, welchen wir in dem Medium suchen, und umgekehrt. Im Grenzfall nun suchen wir die gesammte Energie im Medium. Da den Elektricitäten, welche sich in den Leitern finden, keine Energie entsprechen soll, so müssen die Fernkräfte verschwindend klein werden. Dafür ist wieder nothwendige Bedingung, dass nirgends freie Elektricität auftrete. Die Elektricität muss sich also bewegen wie eine incompressibele Flüssigkeit. Daher haben wir nur geschlossene Ströme, daher die Möglichkeit, die Theorie auf alle Arten der elektrischen Bewegung zu erweitern trotz unserer Unkenntniss der Gesetze der ungeschlossenen Ströme.

Die mathematische Behandlung dieses Grenzfalles führt uns auf die Gleichungen Maxwell's. Wir bezeichnen also diese Behandlung als eine Form der Maxwell'schen Theorie. So wird auch dieser Grenzfall bei v. Helmholtz bezeichnet. Keineswegs aber soll damit gesagt sein, dass die zu Grunde liegenden Vorstellungen die Vorstellungen Maxwell's seien.

Figur 4 symbolisirt uns die Vorstellungen dieser Theorie von dem Zustand des Raumes zwischen den zwei elektrisirten

Platten. Die Fernkräfte sind zu Schemen herabgesunken. Die Elektricität in den Leitern ist noch vorhanden und sie ist auch unentbehrlich für die Vorstellung, aber sie wird in ihren Fernwirkungen vollständig neutralisirt durch die gegen sie hin verschobene entgegengesetzte Elektricität des Mediums. Der Druck, welchen dieses Medium infolge der Anziehung seiner inneren Elektricitäten ausübt, zieht die Platten gegen einander. In dem Hohlraum B finden sich nur die verschwindend kleinen Fernkräfte vor.

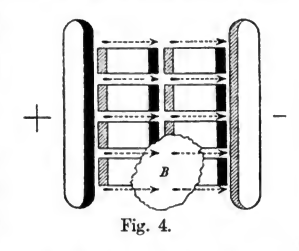


Fig. 4.

Der vierte Standpunkt gehört der reinen Vorstellung von der vermittelten Wirkung. Wir geben auf diesem Standpunkte zu, dass die vom dritten Standpunkte aus angenommenen Veränderungen des Raumes thatsächlich vorhanden sind, und dass dieselben die Vermittler des Einflusses sind, welchen die greifbaren Körper auf einander ausüben. Aber wir leugnen, dass diese Polarisationen die Folge von Fernkräften sind, wir leugnen das Vorhandensein dieser Fernkräfte überhaupt; wir beseitigen die Elektricitäten, von welchen diese Fernkräfte ausgehen sollten. Vielmehr betrachten wir jetzt jene Polarisationen als das einzig wirklich vorhandene; sie sind zugleich die Ursache der Bewegungen der ponderabelen Körper und der übrigen Erscheinungen, welche uns diese Körper als verändert erblicken lassen. Die Erklärung des Wesens der Polarisationen, ihres Zusammenhangs und ihrer Wirkungen vertagen wir oder suchen sie in mechanischen Hypothesen; wir weigern uns aber, in den bisher benutzten Elektricitäten und Fernkräften eine befriedigende Erklärung dieses Zusammenhangs und dieser Wirkungen zu sehen. Die Ausdrücke Elektricität, Magnetismus u. s. w. behalten für uns nur den Werth von Abkürzungen.

In mathematischer Hinsicht können wir die Behandlung dieses vierten Standpunktes vollständig zusammenfallen lassen mit dem Grenzfall des dritten Standpunktes. Aber physikalisch betrachtet bleibt er gleichwohl vollständig von demselben verschieden. Es ist unmöglich, zugleich die Fernkräfte zu leugnen

und sie als Ursachen der Polarisationen anzusehen. Was wir von diesem Standpunkte aus irgend als „Elektricität“ bezeichnen können, bewegt sich nicht wie eine incompressibele Flüssigkeit. Ein anderer Unterschied springt in die Augen, wenn wir die Figur 5 betrachten, welche uns die Vorstellung dieses Standpunkts symbolisch vorführt. Die Polarisation des Raumes ist mit Hülfe desselben Symboles dargestellt, dessen wir uns auf dem dritten Standpunkt bedienten. Aber während in Figur 3 und 4 diese Darstellung das Wesen der Polarisation erläuterte durch das als bekannt vorausgesetzte Wesen der Elektricität, soll hier durch die Darstellung das Wesen der elektrischen Belegung definirt werden durch den als bekanntangesehenen Polarisationszustand des Raumes. Jedes Theilchen des Dielektricums erscheint hier in entgegengesetzter Weise mit Elektricität belegt, wie in den Vorstellungen des dritten Standpunktes. Entfernen wir in der Vorstellung aus dem Raume B wiederum den Aether, so bleibt in diesem Raume schlechterdings nichts zurück, was uns an die elektrische Erregung der Umgebung erinnern könnte.

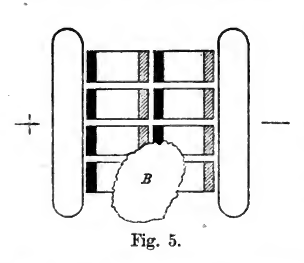


Fig. 5.

Dieser virete Standpunkt ist nun, wie ich denke, der Standpunkt Maxwell's. Die allgemeinen Auseinandersetzungen seines Werkes lassen keinen Zweifel, dass er die Fernkräfte vollständig beseitigen wollte. Maxwell sagt ausdrücklich, dass, wenn in einem Dielektricum die Kraft, also das „displacement“ nach der rechten Seite gerichtet ist, man sich alsdann jedes Theilchen des Dielektricums vorzustellen habe als belegt mit negativer Elektricität auf der rechten Seite, mit positiver Elektricität auf der linken Seite. Aber es ist nicht zu leugnen, dass für den ersten Blick andere Aussagen Maxwell's mit den Vorstellungen dieses Standpunktes im Widerspruch zu stehen scheinen. Maxwell nimmt auch in den Leitern Elektricität an, diese Elektricität bewegt sich stets so, dass sie mit den Verschiebungen im Dielektricum zusammen geschlossene Ströme bildet. Die Behauptung, dass sich die Elektricität bewege wie eine incom-

pressibele Flüssigkeit, ist ein Lieblingssatz Maxwell's. Diese Aussagen aber passen nicht in die Vorstellungen des vierten Standpunktes, sie lassen vermuthen, dass es vielmehr der dritte Standpunkt gewesen sei, dessen Anschauungen Maxwell vor Augen standen. Ich glaube, dass dies letztere niemals der Fall war, dass die Widersprüche scheinbar sind und auf einem Missverständniss beruhen. Irre ich nicht, so ist der Zusammenhang der folgende: Maxwell hat ursprünglich seine Theorie entwickelt an der Hand sehr bestimmter und specieller Vorstellungen über das Wesen der elektrischen Erscheinungen. Er nahm an, dass die Poren des Aethers und aller Körper erfüllt seien mit einer zarten Flüssigkeit, welche aber keine Fernkräfte ausübte. In den Leitern sollte sich diese Flüssigkeit frei bewegen und diese Bewegung sollte das bilden, was wir einen elektrischen Strom nennen. In den Isolatoren sollte diese Flüssigkeit durch elastische Kräfte an ihren Ort gefesselt sein und die Verschiebung, das „displacement" derselben wurde betrachtet als das Wesen der elektrischen Polarisation. Die Flüssigkeit selbst nannte Maxwell als die Ursache aller elektrischen Erscheinungen „Elektricität". Als Maxwell nun sein grosses Werk abfasste, sagten ihm offenbar die gehäuften Hypothesen jener ersten Vorstellung nicht mehr zu oder er fand Widersprüche in denselben und so liess er sie fort. Aber er eliminirte sie doch nicht so vollständig, dass nicht eine ganze Reihe von Bezeichnungen, die aus jener Vorstellung stammen, zurückgeblieben wären. Und so hat leider das Wort „Elektricität" in Maxwell's Werk offenbar einen Doppelsinn. Einmal bezeichnet es dasjenige, was auch wir so bezeichnen, eine Grösse, welche positiv und negativ sein kann, und welche den Ausgangspunkt mindestens scheinbarer Fernkräfte bildet. Zweitens bezeichnet es jenes hypothetische Fluidum, von welchem keine, auch keine scheinbaren Fernkräfte ausgehen, und dessen Menge in einem Raum unter allen Umständen nur eine positive Grösse sein kann. Liest man die Ausführungen Maxwell's, indem man beständig den Sinn des Wortes „Elektricität" in geeigneter Weise interpretirt, so lassen sich die zuerst überraschenden Widersprüche fast immer zum Verschwinden bringen. Ich muss indess bekennen, dass mir dies in Vollständigkeit und zu meiner vollkommenen Befriedi-

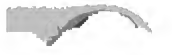
gung doch nicht hat gelingen wollen; ich würde sonst bestimmter und nicht so zweifelnd reden.[1])

Wie dem auch sei, jedenfalls ist in den beiden theoretischen Abhandlungen dieser Sammlung der Versuch gemacht, die Maxwell'sche Theorie, d. h. das Maxwell'sche Gleichungssystem von diesem vierten Standpunkt aus darzustellen. Ich habe mich bemüht, den Standpunkt rein zu wahren, also Vorstellungen, welche ihm fremd sind, überhaupt nicht erst in die Betrachtung einzuführen.[2]) Ich habe mich ferner bemüht, in der Darstellung die Zahl derjenigen Vorstellungen möglichst zu beschränken, welche von uns in die Erscheinungen willkürlich hineingetragen werden und nur solche Elemente zuzulassen, welche nicht entfernt oder abgeändert werden können, ohne zugleich mögliche Erfahrungen abzuändern. Es ist wahr, dass durch dies Bestreben die Theorie einen sehr abstracten und farblosen Anblick erhält. Es befriedigt wenig, nur allgemein von „gerichteten Zustandsänderungen“ da reden zu hören, wo man gewohnt war, das sinnliche Bild der mit Elektricitäten belegten Atome vor Augen zu haben. Es befriedigt wenig, Gleichungen als allgemeine Ergebnisse der Erfahrung hingestellt zu sehen, für welche man gewohnt war, durch längere mathematische Ableitungen einen scheinbaren Beweis zu erhalten. Ich glaube indessen, dass man ohne Selbsttäuschung aus der Erfahrung nicht viel mehr entnehmen kann, als in jenen Abhandlungen ausgesagt ist. Wünscht man der Theorie mehr Farbe zu verleihen, so ist nichts im Wege, dass man noch nachträglich der Einbildungs-

---

[1]) Aehnlich urtheilt Herr Poincaré in seinem Werke „Elektricité et optique“, Vol. I. Les Théories de Maxwell. Herr L. Boltzmann in seinen „Vorlesungen über Maxwell's Theorie“ scheint, wie ich selbst, mehr eine widerspruchsfreie Ableitung des Maxwell'schen Systems zu beabsichtigen, als eine genaue Wiedergabe von Maxwell's eigenen Gedanken. Da das Werk noch unvollendet, ist ein sicheres Urtheil noch nicht möglich.

[2]) Der Ausdruck „elektrische Kraft“ in diesen Abhandlungen ist nur ein Name für einen Polarisationszustand des Raumes. Um Missverständnissen vorzubeugen, hätte ich vielleicht besser gethan, ihn durch ein anderes Wort zu ersetzen, etwa das Wort „elektrische Feldintensität“, wie es Herr E. Cohn vorschlägt in seiner gleiche Ziele verfolgenden Abhandlung: „Zur Systematik der Elektricitätslehre“, Wiedem. Ann. 40. p. 625. 1890.



kraft zu Hilfe komme durch concrete sinnliche Vorstellungen von dem Wesen der elektrischen Polarisation, des elektrischen Stromes u. s. w. Aber die Strenge der Wissenschaft erfordert doch, dass wir dies bunte Gewand, welches wir der Theorie überwerfen und dessen Schnitt und Farbe vollständig in unserer Gewalt liegt, wohl unterscheiden von der einfachen und schlichten Gestalt selbst, welche die Natur uns entgegenführt und an deren Formen wir aus unserer Willkür nichts zu ändern vermögen.

Was ich im Einzelnen zu den Abhandlungen noch bemerken möchte, werde ich am Schlusse des Buches in der Gestalt nachträglicher Anmerkungen hinzufügen.

---

2. Ueber sehr schnelle elektrische Schwingungen.

(Wiedemanns Annalen, Band 31, p. 421, 1887.)

Die elektrischen Oscillationen geöffneter Inductionsapparate haben eine Schwingungsdauer, welche nach Zehntausendtheilen der Sekunde gemessen werden kann. Etwa hundertmal schneller erfolgen die Schwingungen oscillirender Flaschenentladungen, welche Feddersen beobachtete.[1]) Schnellere Schwingungen noch als diese lässt die Theorie als möglich voraussehen in gutleitenden ungeschlossenen Drähten, deren Enden nicht durch grosse Capacitäten belastet sind, ohne dass freilich die Theorie zu entscheiden vermöchte, ob solche Schwingungen je in bemerkbarer Stärke thatsächlich erregt werden können. Gewisse Erscheinungen legten mir die Vermuthung nahe, dass Schwingungen der letztgenannten Art unter bestimmten Verhältnissen wirklich auftreten, und zwar in solcher Stärke, dass ihre Fernwirkungen der Beobachtung zugänglich werden. Weitere Versuche bestätigten meine Vermuthung, und es soll deshalb über die beobachteten Erscheinungen und die angestellten Versuche hier berichtet werden.

Die Schwingungen, um welche es sich dabei handeln wird, sind wiederum etwa hundertmal schneller, als die von Feddersen beobachteten. Ihre Schwingungsdauer, freilich nur mit Hülfe der Theorie geschätzt, rechnet nach Hundertmillionteln der Sekunde. Der Schwingungsdauer nach stellen sich demnach diese Schwingungen schon in die Mitte zwischen die akustischen Schwingungen der ponderablen Körper und die Lichtschwingungen

---

[1]) Für die Litteratur siehe Colley. Wied. Ann. 26. p. 432. 1885. [Auch Anmerkung 1 am Schluss des Buches.]

des Aethers. Hierin und in der Möglichkeit, dass ihre nähere Beobachtung für die Theorie der Elektrodynamik nützlich werden kann, liegt das Interesse, welches sie bieten.

Einleitende Versuche.

Schaltet man in den Entladungskreis eines Inductoriums ausser der eigentlichen Funkenstrecke noch ein Riess'sches Funkenmikrometer ein, dessen Pole durch einen längeren metallischen Nebenschluss verbunden sind, so zieht die Entladung den Weg durch die Luftstrecke des Mikrometers dem Wege durch die metallische Leitung vor, sobald die Länge der Luftstrecke eine gewisse Grenze nicht überschreitet. Diese Erfahrung ist nicht neu, sie liegt bekanntlich der Construction der Blitzableiter in den Telegraphenleitungen zu Grunde. Man darf erwarten, dass wenn der metallische Nebenschluss nur kurz und von kleinem Widerstande gewählt wird, dass dann die Funken im Mikrometer verschwinden werden. Thatsächlich nimmt nun auch die Länge der zu erzielenden Funken ab mit der Länge des Nebenschlusses, aber zum völligen Erlöschen sind die Funken unter Umständen kaum zu bringen. Selbst wenn die beiden Kugeln des Mikrometers durch wenige Centimeter eines dicken Kupferdrahtes verbunden sind, lassen sich noch Fünkchen, wenn auch äusserst kurze beobachten. Unmittelbar zeigt dieser Versuch, dass im Moment der Entladung das Potential längs des Schliessungskreises schon auf wenige Centimeter hin um Werthe von Hunderten von Volts variirt, mittelbar giebt er Zeugniss von der ausserordentlichen Geschwindigkeit, mit welcher die Entladung einsetzt. Denn die Potentialdifferenz an den Mikrometerkugeln kann nur als eine Wirkung der Selbstinduction in dem metallischen Nebenschluss angesehen werden. Die Zeit, in welcher das Potential an der einen Kugel merkliche Aenderungen erleidet, ist von derselben Ordnung, wie diejenige Zeit, in welcher sich diese Aenderungen bis zur zweiten Kugel durch eine kurze Strecke eines guten Leiters fortpflanzen. Zwar könnte man vermuthen, schon der Widerstand des Nebenschlusses bedinge bei der vielleicht grossen Stromdichtigkeit der Entladung die auftretende Potentialdifferenz der Mikrometerkugeln. Eine angenäherte Betrachtung der quantitativen Verhältnisse erweist diese Vermuthung als unzulässig, eine derartige Vermuthung aber

wird überhaupt nicht aufgeworfen werden können bei den folgenden Versuchen. Wir schliessen wiederum das Funkenmikrometer durch eine gute metallische Leitung, etwa durch einen zum Rechteck gebogenen Kupferdraht von 2 mm Durchmesser und $^1/_2$ m Länge, aber wir fügen es nicht in den Entladungskreis des Inductoriums ein, sondern wir verbinden nur den einen Pol desselben mit einem beliebigen Punkte des Entladungskreises durch einen Zwischendraht. Fig. 6 giebt die Anordnung der Apparate; *A* stellt schematisch das Inductorium, *B* den Entlader, *M* das Mikrometer dar. Wir beobachten alsdann wieder während der Thätigkeit des Inductoriums einen Funkenstrom im Mikrometer, welcher unter Umständen eine Länge von mehreren Millimetern erreicht. Einmal zeigt nun dieser Versuch, dass im Augenblicke der Entladung nicht nur im eigentlichen Schliessungskreis, sondern auch in allen mit demselben verbundenen Leitern heftige elektrische Bewegungen stattfinden. Zweitens aber zeigt er deutlicher, als der vorige Versuch, dass diese Bewegungen so schnell verlaufen, dass schon die Zeit, in welcher elektrische Wellen kurze metallische Leiter durchsetzen, merklich in Betracht kommt. Denn man kann ja den Versuch nur in der Weise deuten, dass die vom Inductorium ausgehende Aenderung des Potentials um eine in Betracht kommende Zeit früher zu der Kugel 1, als zu der Kugel 2 gelangt. Bedenkt man, dass sich nach allem, was wir wissen, elektrische Wellen in Kupferdrähten nahezu mit Lichtgeschwindigkeit fortpflanzen, so kann die Erscheinung billig in Verwunderung setzen. Es erschien mir deshalb der Mühe werth, zu untersuchen, welche Umstände für das Zustandekommen lebhafter Funken im Mikrometer günstig wären. Des kürzeren Ausdruckes halber wollen wir diese Funken im Gegensatze zu der eigentlichen Entladung als Nebenfunken und den Schliessungskreis des Mikrometers als Nebenkreis bezeichnen.

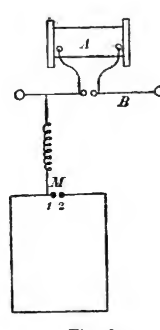


Fig. 6.

Zunächst zeigte sich, dass kräftige Entladungen nöthig sind, wenn man Nebenfunken von mehreren Millimetern Länge erzielen

will. Ich benutzte daher zu allen folgenden Versuchen ein grosses Inductorium von Ruhmkorff, von 52 cm Länge und 20 cm Durchmesser, welches mit Quecksilberunterbrecher versehen war und durch sechs grosse Bunsen'sche Elemente erregt wurde. Kleinere Inductorien gaben qualitativ gleiche Resultate, aber die Nebenfunken waren kürzer und ihre Unterschiede daher schwerer zu beobachten. Gleiches gilt von der Entladung von Leydener Flaschen oder von Batterien, welche an Stelle des Inductoriums gesetzt wurden. Es zeigte sich ferner, dass auch bei Anwendung desselben Apparates noch sehr viel von der Beschaffenheit des erregenden Funkens im Entlader abhängt. Findet derselbe zwischen zwei Spitzen statt oder zwischen einer Spitze und einer Platte, so giebt er nur zu sehr schwachen Nebenfunken Anlass, ebenso unwirksam erweist sich die Entladung in verdünnten Gasen oder durch Geissler'sche Rohre. Als gut wirksam erweist sich nur der Funke zwischen zwei Kugeln, derselbe darf dabei weder zu lang, noch zu kurz sein. Ist er kürzer als $^1/_2$ cm, so sind die Nebenfunken schwach, ist er länger als $1^1/_2$ cm, so bleiben sie fast ganz aus.

Ich benutzte in den folgenden Versuchen Funken von ca. $^3/_4$ cm Länge zwischen zwei Messingkugeln von 3 cm Durchmesser als die geeignetsten. Auch solche Funken waren nicht immer gleichmässig wirksam, die geringfügigsten Umstände liessen oft ohne ersichtlichen Zusammenhang an die Stelle wirksamer unwirksame Funken treten. Bei einiger Uebung kann man aus dem Anblick und dem Geräusch der Funken auf ihre Fähigkeit, Nebenfunken zu erregen, schliessen. Die wirksamen Funken sind weissglänzend, schwach gezackt und von scharfem Knall begleitet. Dass der Funke im Entlader eine wesentliche Bedingung für den Nebenfunken ist, zeigt man leicht, indem man die Entladungskugeln so weit auseinander zieht, dass die Schlagweite des Inductoriums überschritten wird, es hört dann jede Spur von Nebenfunken auf, obwohl die Spannungen, welche auftreten, grösser sind als vorher.

Die Länge des Mikrometerkreises hat naturgemäss einen grossen Einfluss auf die Länge der Funken in ihm. Je grösser diese Länge, je grösser wird ja die Verzögerung, welche die eintreffende elektrische Welle zwischen ihrem Auftreten an der

einen Kugel des Mikrometers und an der andern erleidet. Nimmt man die Länge des Nebenschlusses sehr klein, so werden die Nebenfunken ausserordentlich kurz, aber man kann kaum einen Kreis herstellen, in dem nicht unter günstigen Umständen sich noch Funken zeigten. Feilt man die Enden eines dicken Kupferdrahtes von 4—6 cm Länge spitz, biegt ihn zu einem fast geschlossenen Kreise zusammen, isolirt ihn und berührt nunmehr mit diesem kleinen Drahtkreis den Entlader, so begleitet im allgemeinen ein minimaler Funkenstrom zwischen seinen Spitzen die Entladungen des Inductoriums. Sehr geringen Einfluss auf die Länge der Nebenfunken hat die Dicke und das Material, also der Widerstand des Nebenkreises. Mit Recht lehnten wir es demnach ab, den Widerstand für die auftretenden Potentialdifferenzen verantwortlich zu machen. Und es kann uns nicht wundern nach unserer Auffassung der Erscheinung, dass der Widerstand fast gar nicht in Betracht kommt, da ja die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer elektrischen Welle in einem Drahte in erster Linie lediglich von dessen Capacität und Selbstinduction, nicht aber von seinem Widerstande abhängt. Ebenfalls ohne wesentlichen Einfluss ist die Länge des Verbindungsdrahtes zwischen dem Neben- und dem Hauptkreise, sobald dieselbe nicht viele Meter übersteigt. Man muss annehmen, dass sich die aus dem Hauptkreise stammende elektrische Erschütterung ohne wesentliche Abmilderung durch ihn hindurch fortpflanzt.

Sehr bemerkenswerthen Einfluss hat hingegen die Lage der Zuleitungsstelle zum Nebenkreis auf die Länge der Funken in ihm. Man darf das erwarten, wenn unsere Deutung der Erscheinung überhaupt richtig ist. Denn wenn man die Zuleitungsstelle so legt, dass die Wege von ihr bis zu den beiden Kugeln des Mikrometers gleich werden, so wird jede durch den Zuleitungsdraht ankommende Aenderung mit gleicher Phase in beiden Kugeln ankommen, eine Potentialdifferenz zwischen ihnen kann nicht auftreten. Diese Vermuthung bestätigt der Versuch. Entfernen wir nämlich die Zuleitungsstelle zum Nebenkreise, welche wir uns bisher an der einen Mikrometerkugel dachten, mehr und mehr von dieser, so nimmt die Funkenlänge ab, an einer gewissen Stelle erlöschen die Funken völlig oder fast völlig; sie wachsen alsdann wieder in dem Maasse, als sich die Zuleitungsstelle der zweiten

Mikrometerkugel nähert, und erreichen an dieser die gleiche Länge, wie an der ersten. Der Punkt, an welchem das Minimum der Funkenlänge eintritt, mag der Indifferenzpunkt genannt werden. Er kann meist bis auf wenige Centimeter bestimmt werden. Es zeigt sich, dass er die Drahtlänge zwischen den beiden Mikrometerkugeln stets nahezu halbirt. Ist die Leitung symmetrisch rechts und links von der Verbindungslinie zwischen Mikrometer und Indifferenzpunkt, so findet stets völliges Auslöschen der Funken statt. Die Erscheinung kann schon an ganz kurzen Nebenkreisen beobachtet werden, Fig. 7 zeigt eine zweckmässige Anordnung des Versuches. *a b c d* ist ein auf Siegellackstützen[1]) isolirtes Rechteck von blankem Kupferdraht von 2 mm Durchmesser; es war in meinen Versuchen 80 cm breit, 125 cm lang. Wird der Zuleitungsdraht an den Kugeln 1 und 2 oder auch bei *a* und *b* angebracht, so treten 3—4 mm lange Funken zwischen 1 und 2 auf; es sind überhaupt keine Funken zu erlangen bei Zuleitung zum Punkte *e*, wie in der Figur; eine Verschiebung der Zuleitungsstelle von wenigen Centimetern nach rechts oder links lässt Funken im Mikrometer auftreten. Es ist zu bemerken, dass wir schon Funken von wenigen Hundertsteln Millimetern Länge als wahrnehmbar rechnen.

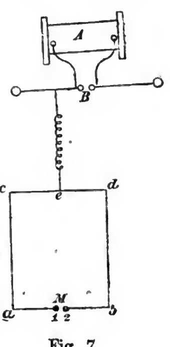


Fig. 7.

Der folgende Versuch zeigt, dass die Vorstellung über den Verlauf des Vorganges noch eine Unvollständigkeit in sich schliessen muss. Befestigt man nämlich, nachdem die Zuleitung auf Verschwinden der Funken eingestellt ist, an die eine Mikrometerkugel noch eine weiterführende Leitung, so treten wieder lebhafte Funken auf. Das gleichzeitige Eintreffen der von *e* ausgehenden Welle in 1 und 2 kann durch diese weiterführende Leitung nicht geändert werden. Indessen sieht man leicht, wie auch dieser Versuch sich erklärt. Es wird nämlich mit dem einmaligen Anlauf der Wellen gegen *a* und *b* sein Bewenden nicht haben, sondern dieselben werden reflectirt den Nebenkreis

[1]) [Siehe Anmerkung 2 am Schluss des Buches].

mehrere, vielleicht viele mal durchlaufen und so zu stehenden Schwingungen in demselben Anlass geben. Sind die Wege *e c a* 1 und *e d b* 2 gleich, so werden auch die reflectirten Wellen gleichzeitig in 1 und 2 eintreffen. Fehlen aber die von einer der Kugeln reflectirten Wellen, wie in dem letzten Versuche, so wird zwar nicht die erste von *e* kommende Erschütterung, wohl aber werden die reflectirten Wellen zu Funken Anlass geben. Wir würden uns also vorzustellen haben, dass die in *e* anlangende plötzliche Aenderung die Eigenschwingungen des Nebenkreises anrege, etwa wie der Schlag eines Hammers die Eigenschwingungen eines elastischen Stabes entstehen lässt. Ist diese Vorstellung richtig, so muss die Bedingung für das Verschwinden der Funken in M wesentlich diese sein, dass die Schwingungsdauern der beiden Strecken *e* 1 und *e* 2 gleich werden. Diese Schwingungsdauern sind bestimmt durch das Product des Selbstpotentials dieser Leiterstücke in die Capacität ihrer Enden, sie sind so gut wie unabhängig vom Widerstande der Zweige. Die folgenden Versuche können zur Prüfung dieser Ueberlegung angestellt werden, sie zeigen sich im Einklange mit derselben.

Stellt man die Zuleitung auf den Indifferenzpunkt ein und berührt die eine Mikrometerkugel mit einem isolirten Leiter, so treten sofort wieder Funken auf, da die Capacität des Zweiges vergrössert wird. Schon eine isolirte Kugel von 2—4 cm Durchmesser genügt. Je grösser indessen die hinzugefügte Capacität ist, desto lebhafter werden die Funken. Ein Berühren im Indifferenzpunkte *e* hat keinen Einfluss, da er beide Zweige gleichmässig trifft. Die Wirkung der Hinzufügung einer Capacität in den einen Zweig wird aufgehoben durch Hinzufügen der gleichen Capacität in den anderen Zweig. Sie kann auch compensirt werden durch Verschiebung des Zuleitungsdrahtes gegen den belasteten Zweig hin, d. h. durch Verminderung der Selbstinduction desselben. Aehnlich wie die Hinzufügung einer Capacität wirkt die Vergrösserung des Selbstpotentials. Schneidet man den einen Zweig auf und fügt einige Centimeter oder Decimeter aufgerollten Kupferdrahtes ein, so treten die Funken wieder auf. Die vorgenommene Aenderung kann compensirt werden durch Einschaltung der gleichen Länge Kupferdraht in den anderen Zweig oder durch Verschiebung des Kupferdrahtes gegen den geänderten Zweig hin oder durch Hinzufügung einer

passenden Capacität an den anderen Zweig. Indessen muss bemerkt werden, dass, wenn die beiden Zweige ungleichartig waren, im allgemeinen nur noch ein Minimum der Funkenlänge, nicht ein völliges Erlöschen erreicht werden konnte.

Sehr kleinen Einfluss hatte der Widerstand der Zweige auf die Erscheinung. Wurden in dem einen Zweige an Stelle des dicken Kupferdrathes sehr viel dünnere Kupferdrähte oder Neusilberdrähte gesetzt, so war dadurch das Gleichgewicht der Zweige nicht gestört, obwohl der eine Zweig den hundertfachen Widerstand des anderen hatte. Sehr grosse Flüssigkeitswiderstände freilich machten eine Einstellung auf Funkenlosigkeit unmöglich, und den gleichen Einfluss hatten kurze Luftstrecken, welche in einen der Zweige eingeschaltet wurden.

Das Selbstpotential von Eisendrähten ist für langsam sich ändernde Ströme etwa 8—10 mal grösser als dasjenige gleich langer und gleich dicker Kupferdrähte. Ich vermuthete deshalb, dass kurze Eisendrähte langen Kupferdrähten das Gleichgewicht halten würden. Diese Vermuthung fand sich nicht bestätigt, sondern es blieb Gleichgewicht zwischen den Zweigen erhalten, wenn der eine Kupferdraht durch einen gleich langen Eisendraht ersetzt wurde. Ist überhaupt die bisherige Vorstellung von dem beobachteten Phänomen richtig, so lässt dies sich nur so deuten, dass der Magnetismus des Eisens so schnellen Schwingungen, wie sie hier vorliegen, überhaupt nicht zu folgen vermag und daher ausser Wirksamkeit bleibt. Ein weiter unten zu erwähnender Versuch scheint das Gleiche zu erweisen.

Inductionswirkungen ungeschlossener Ströme.

Die in den vorigen Versuchen auftretenden Funken verdanken ihr Entstehen unserer Vermuthung nach der Selbstinduction. Bedenkt man aber, dass die fragliche Inductionswirkung nur von äusserst schwachen Strömen in kurzen geraden Leitern herrührt, so erscheint der Zweifel wohl gerechtfertigt, ob dieselbe wirklich eine ausreichende Erklärung der Funken gebe. Um diesen Zweifel zu beseitigen, versuchte ich, ob die beobachteten elektrischen Bewegungen nicht auch in benachbarten Leitungen Wirkungen von entsprechender Grösse äusserten. Ich bog deshalb aus Kupferdraht rechteckige Schliessungsbogen

von 10—20 cm Seitenlänge, welche nur eine ganz kurze Funkenstrecke einschlossen. Dieselben wurden isolirt den geraden Leitern, in welchen die elektrischen Bewegungen stattfanden, genähert, und zwar so, dass eine Seite des Rechteckes parallel dem Leiter war. Es zeigte sich bei hinreichender Annäherung stets in dem genäherten Leiter ein Funkenstrom, welcher die Entladungen des Inductoriums begleitete. Am lebhaftesten fielen diese inducirten Funken aus in der Nähe des Entladers, aber auch an der Zuleitung zur Nebenschliessung, sowie an den Zweigen dieser letzteren liessen sie sich wahrnehmen. Sorgfältig wurde constatirt, dass zwischen der inducirenden und inducirten Leitung keine Entladung überging, auch wurde dies durch eingeschobene feste Isolatoren noch besonders verhindert. Hier ist nun ein Irrthum in der Auffassung der Erscheinung kaum möglich. Dass freilich die Induction zwischen zwei einfachen kurzen Drahtlängen, in denen sich nur kleine Elektricitätsmengen bewegen, sich dennoch bis zur Funkenbildung steigern könne, deutet von neuem auf die ausserordentliche Kürze der Zeit, in welcher jene kleinen Elektricitätsmengen in den Leitungen hin und her passiren müssen.

Um die Erscheinungen näher zu studiren, wurde das früher als Nebenschliessung benutzte Rechteck nochmals, und zwar als inducirte Leitung benutzt. Wie Fig. 8 andeutet, wurde längs der kurzen Seite desselben in 3 cm Entfernung ein zweiter Kupferdraht $g\,h$ ausgespannt, welcher mit einem beliebigen Punkte des Entladers in Verbindung stand. Solange das Ende h des Drathes $g\,h$ frei mündete, traten nur ganz schwache Fünkchen im Mikrometer M auf, welche den Entladungsströmen des Drahtes $g\,h$ ihr Dasein verdankten. Wurde aber alsdann an h ein isolirter Conductor C — der abgetrennte Conductor einer

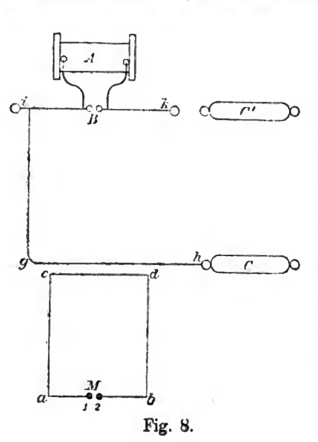


Fig. 8.

Elektrisirmaschine — angehängt, sodass grössere Elektricitätsmengen den Draht zu passiren hatten, so traten Funken im Mikrometer auf, welche ein bis zwei Millimeter an Länge erreichten. Ein elektrostatischer Einfluss des Conductors war nicht die Ursache, denn wurde derselbe in g statt in h angehängt, so war er ohne Wirkung. Es war auch nicht der Ladungsstrom des Conductors, sondern allein die durch den Funken veranlasste plötzliche Entladung, welche wirkte. Denn wurden die Kugeln des Entladers so weit auseinander gezogen, dass in ihm kein Funke mehr überging, so blieb auch der inducirte Kreis völlig funkenlos. Nicht jede Art von Funken veranlasste eine hinreichend wirksame Entladung; nur diejenigen Funken, welche vorher zu kräftigen Nebenfunken Anlass gaben, zeigten sich hier zur Erregung der Inductionswirkung brauchbar. Im sekundären Kreis gingen die erregten Funken nicht nur zwischen den Kugeln des Mikrometers, sondern auch von diesen zu anderen isolirt genäherten Leitern über. Die Funken wurden merklich verkürzt durch Verbinden der Kugeln mit Conductoren von grösserer Capacität oder durch Berühren einer derselben mit der Hand; offenbar waren die in Bewegung gesetzten Elektricitätsmengen zu klein, um Leiter von grösserer Capacität auf die volle Spannung zu laden. Hingegen wurden die Funken nicht wesentlich geschädigt durch eine Verbindung der beiden Mikrometerkugeln mittelst eines kurzen nassen Fadens. Physiologische Wirkungen des inducirten Stromes waren nicht wahrzunehmen, man konnte die sekundäre Leitung berühren oder durch den Körper schliessen, ohne eine Erschütterung zu empfinden.

Gewisse Nebenerscheinungen liessen mich vermuthen, dass die elektrische Bewegung in dem Draht gh deshalb so lebhaft inducirend wirkte, weil dieselbe nicht durch einen einfachen Entladungsstrom gebildet werde, sondern oscillatorischer Natur sei. Ich suchte deshalb, die Induction dadurch zu verstärken dass ich die Bedingungen für das Zustandekommen kräftiger Oscillationen günstiger gestaltete. Insbesondere die folgende Versuchsanordnung entsprach meiner Absicht. Ich hängte wie vorher den Conductor C an die Leitung gh an und zog nun das Funkenmikrometer soweit auseinander, dass nur noch vereinzelte Funken übergingen. Ich hängte alsdann an den noch

freien Pol des Ausladers k (Fig. 8) einen zweiten, dem ersten ungefähr gleichen Conductor C'. Es ward dadurch der Funkenstrom wieder sehr lebhaft, und es konnten bei weiterem Auseinanderziehen des Mikrometers merklich längere Funken erhalten werden als vorher. Eine directe Einwirkung der Leitung $i\,k$ kann nicht die Ursache sein, denn eine solche musste die Wirkung der Strombahn $g\,h$ schwächen, und es muss also eine Einwirkung des Condensators C' auf den Entladungsstrom von C statthaben. Nehmen wir eine aperiodische Entladung des Conductors C an, so ist eine solche Einwirkung nicht verständlich. Sie wird aber verständlich, wenn wir die Annahme machen, der inducirende Strom in gh bestehe in einer elektrischen Schwingung, welche das eine Mal in dem System C — Draht $g\,h$ — Entlader, das andere Mal in dem System C — Draht $g\,h$ — Draht $i\,k$ — C' stattfindet. Es ist klar, dass erstens das zweitgenannte System eine kräftigere Eigenschwingung besitzt, und zweitens, dass der Funke in ihm in geeigneterer Lage zur Erregung der Schwingung angebracht ist.

Wir überlassen es dem Folgenden, unsere Auffassung weiter zu bestätigen. Schon jetzt dürfen wir indessen zu ihren Gunsten den Umstand anführen, dass sie eine genauere Darlegung der Rolle zu geben gestattet, welche die Ruhmkorffentladung in dem Versuche spielt. Sind nämlich oscillatorische Bewegungen in der Leitung C—C' für die Erzeugung einer kräftigen Inductionswirkung nöthig, so genügt es nicht, dass der Funke in dieser Leitung in ausserordentlich kurzer Zeit einsetze, sondern er muss auch den Widerstand der Leitung unter einen gewissen Werth hinunterbringen und zu diesem Ende darf die Stromdichte vom ersten Augenblick an nicht unterhalb einer bestimmten Grenze liegen. Daher erhalten wir nur eine ausserordentlich schwache Inductionswirkung, wenn wir die Conductoren C und C' statt durch den Ruhmkorff durch eine Elektrisirmaschine[1]) auf entgegengesetztes Potential laden und sich entladen lassen; daher ist die Wirkung ebenfalls sehr schwach bei Anwendung eines kleinen Inductoriums oder bei Einschaltung einer zu langen Funkenstrecke; in allen diesen Fällen ist die Bewegung aperiodisch. Hingegen eine kräftige Ruhmkorffentladung führt

---

[1]) [Siehe Anmerkung 3 am Schluss des Buches].

Schwingungen und damit eine kräftige Wirkung nach aussen herbei, indem sie die folgenden Funktionen übernimmt: Erstens lädt sie die Enden C und C' der Leitung bis zu einem hohen Potential, zweitens führt sie einen plötzlich einsetzenden Funken herbei, drittens hält sie nach Einleitung der Entladung den Widerstand der Luftstrecke auf einem so niedrigen Werth, dass Schwingungen entstehen können. Ist die Capacität der Leitungsenden sehr gross, sind es etwa die Belegungen einer Batterie, so vermag, wie wir wissen, der Entladungsstrom dieser Capacitäten selber den Widerstand der Funkenstrecke hinreichend herabzusetzen; bei kleinen Capacitäten aber muss diese Function von einer fremden Entladung übernommen werden, und aus diesem Grunde ist unter den Verhältnissen unserer Versuche die Ruhmkorffentladung als Erregerin der Schwingungen unentbehrlich.

Da in dem letztbesprochenen Versuch die inducirten Funken mehrere Millimeter Länge hatten, so zweifelte ich nicht, dass auch bei weit grösserem Abstand der wirkenden Drahttheile noch Funken sich würden erzielen lassen, und ich suchte deshalb einige Abänderungen des Versuchs, welche Interesse boten, herzustellen. Dem inducirenden Strom gab ich die Gestalt einer geraden Linie (Fig. 9). Seine Enden wurden durch die Con-

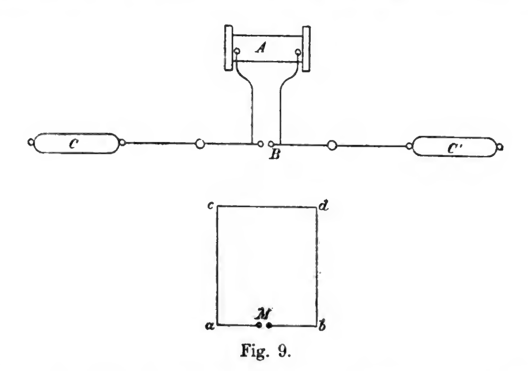


Fig. 9.

ductoren C und C' gebildet. Dieselben hatten einen Abstand von 3 m und waren verbunden durch einen 2 mm dicken Kupferdraht, welcher in seine Mitte den Entlader des Inductoriums auf-

nahm. Der inducirte Strom war derselbe wie in den vorigen Versuchen, also 80 cm breit, 120 cm lang. Wurde nun die kürzeste Entfernung zwischen beiden Leitern gleich 50 cm gemacht, so waren noch inducirte Funken von 2 mm Länge zu erhalten; wurde die Entfernung grösser, so nahm die Funkenlänge schnell ab, doch war noch bei 1,5 m kürzester Entfernung ein regelmässiger Funkenstrom wahrnehmbar. Man konnte sich ohne Störung des Versuchs zwischen der inducirenden und der inducirten Leitung bewegen. Dass die beobachtete Erscheinung wirklich in der geradlinigen Strombahn ihre Ursache hatte, wurde durch einige Controlversuche wiederum bestätigt. Entfernte man die eine oder beide Hälften der geradlinigen Leitung, so hörten die Funken im Mikrometer auf, wenn auch das Inductorium weiter arbeitete. Ebenso hörten dieselben auf, wenn die Kugeln des Entladers bis zur Verhinderung der Funken in ihm auseinander gezogen wurden. Da hierbei die elektrostatischen Spannungen an den Enden der Conductoren C und C' nur wachsen, so beweist dies, dass diese Spannungen nicht die Ursache der Funken im Mikrometer sind.

Die inducirte Strombahn war bisher geschlossen, es lag aber nahe, zu vermuthen, dass in einer ungeschlossenen Strombahn die Induction sich nicht weniger würde geltend machen. Es wurde deshalb parallel dem geradlinigen Drahte des vorigen Versuchs in 60 cm Abstand ein zweiter Kupferdraht isolirt ausgespannt. Der letztere Draht war etwas kürzer als der erste, an seinen Enden waren zwei isolirte Kugeln von 10 cm Durchmesser befestigt, in seine Mitte wurde das Funkenmikrometer eingefügt. Wurde nun das Inductorium in Gang gesetzt, so begleitete ein Funkenstrom in der secundären Leitung den Funkenstrom des Inductoriums. Indessen ist hier Vorsicht in der Auffassung des Versuchs geboten, denn die beobachteten Funken sind nicht lediglich Folgen der Induction. Die alternirende Bewegung in der Leitung CC' ist ja superponirt der eigentlichen Ruhmkorffentladung. Die letztere aber bedingt während ihres ganzen Verlaufs eine Ladung des Conductors C in dem einen, des Conductors C' in dem anderen Sinne. Diese Ladungen hatten auf den geschlossenen Kreis der vorigen Versuche keinen Einfluss, in der gegenwärtigen unterbrochenen Leitung aber bedingen sie durch lediglich elektrostatische In-

fluenz entgegengesetzte Ladungen in den beiden Theilen der Leitung und damit Funken im Mikrometer. In der That, ziehen wir hier die Kugeln des Entladers bis zum Erlöschen der Funken in ihm auseinander, so bleiben im Mikrometer, wenn auch schwächere, Funken bestehen. Diese entsprechen der elektrostatischen Influenz, sie überdecken die Wirkung, welche wir allein darstellen wollen.

Es giebt indessen ein einfaches Mittel, die störenden Funken zu beseitigen. Dieselben fallen fort, wenn wir eine schlecht leitende Verbindung zwischen den Kugeln des Mikrometers herstellen, am einfachsten mit Hülfe eines nassen Fadens. Die Leitungsfähigkeit eines solchen reicht offenbar hin, um die Strömungen den relativ langsamen Aenderungen der Ruhmkorffentladung folgen zu lassen, aber sie reicht, wie wir bereits sahen, nicht hin, um bei den äusserst geschwinden Oscillationen der geradlinigen Leitung den Ausgleich der Elektricitäten zu vermitteln. Erzeugen wir nach Anbringung des Fadens wiederum in der primären Leitung den Funken, so treten auch in der secundären Leitung wieder lebhafte Funken auf, dieselben sind nun lediglich die Folgen der schnellen Schwingungen in der primären geradlinigen Leitung. Ich habe versucht, in welchem Abstand sich diese Wirkung noch würde geltend machen. Bei 1,2 m Abstand der parallelen Drähte waren die Funken noch recht merklich, die grösste senkrechte Entfernung, in welcher noch Funken regelmässig beobachtet werden konnten, betrug 3 m. Da die elektrostatische Einwirkung schneller mit der Entfernung abnimmt, als die Inductionswirkung, so war bei den grösseren Entfernungen die Complication des Versuchs durch die Zuhülfenahme des nassen Fadens überflüssig, auch ohne dieselbe hatten nur solche Entladungen, welche Schwingungen im primären Draht erregen, Funken in der secundären Leitung zur Folge.

Ich glaube, dass hier zum ersten Mal die Wirkung geradliniger ungeschlossener Ströme aufeinander, welche in der Theorie eine so grosse Rolle spielt, thatsächlich in die Erscheinung gerufen ist.

Resonanzerscheinungen.

Das Vorhandensein sehr schnell sich ändernder Ströme von starker Inductionswirkung in den Leitern, welche mit dem Entladungskreise in Zusammenhang stehen, kann als durch die Versuche bewiesen angesehen werden. Das Vorhandensein regelmässiger Schwingungen indessen wurde nur angenommen, um verhältnissmässig wenige Erscheinungen zu erklären, von welchen sich vielleicht auch in anderer Weise Rechenschaft geben liesse. Es würde aber das Vorhandensein solcher Schwingungen, so schien mir, erwiesen werden, wenn es gelänge, resonanzartige Beziehungen zwischen den beiden aufeinander wirkenden Stromkreisen nachzuweisen. Ein regelmässig oscillirender Strom muss nach dem Princip der Resonanz unter übrigens ähnlichen Umständen eine viel grössere Inductionswirkung ausüben auf einen Stromkreis von gleicher Schwingungsdauer, als auf einen solchen von nur wenig abweichender Periode.[1] Lässt man also zwei Stromkreise aufeinander wirken, von welchen man nahezu gleiche Schwingungsdauer voraussetzen darf, und ändert nun die Capacität oder das Selbstpotential und damit die Schwingungsdauer eines derselben continuirlich ab, so muss sich die Resonanz dadurch äussern, dass für bestimmte Werthe dieser Grössen die Inductionswirkung beträchtlich stärker ausfällt, als für die beiderseits benachbarten Werthe.

Nach diesem Princip wurden die folgenden Versuche angestellt, welche nach einigem Tasten vollständig der Absicht entsprechend verliefen. Die Versuchsanordnung ist nahezu die durch Fig. 9 dargestellte, nur waren jetzt für die Leitungen etwas andere Verhältnisse gewählt. Als primärer Stromträger diente ein 2,6 m langer, 5 mm starker, genau gerader Kupferdraht. In seiner Mitte war er durchschnitten, um die erregende Funkenstrecke aufzunehmen. Die beiden kleinen Kugeln, zwischen welchen die Entladung stattfand, waren unmittelbar auf den Draht aufgesetzt und mit den Polen des Inductoriums verbunden. An seinen Enden trug der Draht zwei Kugeln von 30 cm Durchmesser, von starkem Zinkblech gefertigt. Dieselben konnten auf dem Drahte verschoben werden. Da sie in elektrischem Sinne stets die Enden der Stromleitung bildeten, so konnte hierdurch

[1] Vgl. Oberbeck, Wied. Ann. 26. p. 245. 1885.



der Strom leicht verkürzt und verlängert werden. Der secundäre Stromträger war so abgemessen, dass er der Vermuthung nach eine etwas kürzere Schwingungsdauer als der primäre hatte; er bestand aus Kupferdraht von 2 mm Durchmesser und hatte die Gestalt eines Quadrats von 75 cm Seitenlänge. Es wurde nun der kürzeste Abstand der beiden Leitungen gleich 30 cm gewählt und dem primären Strom zunächst seine volle Länge gelassen. Die Länge der grössten Funken im inducirten Kreise war unter diesen Umständen 0,9 mm. Berührte man die beiden Pole des Kreises mit zwei isolirten Metallkugeln von 8 cm Durchmesser, so stieg die Funkenlänge und konnte bei passender Annäherung der beiden Kugeln aneinander auf 2,5 mm gebracht werden. Wurden hingegen die beiden Pole mit zwei Conductoren von sehr grosser Oberfläche berührt, so sank die Funkenlänge auf einen kleinen Bruchtheil eines Millimeters herab. Ganz analoge Erscheinungen traten ein, wenn die Pole des secundären Kreises mit den Platten eines Kohlrausch'schen Condensators verbunden wurden. Bei grossem Abstand der Platten wirkte die Vermehrung der Capacität förderlich auf die Funkenlänge ein, wurden aber die Platten einander genähert, so nahm die Funkenlänge wieder bis zu sehr kleinen Werthen ab. Am bequemsten konnte die Capacität des secundären Kreises dadurch regulirt werden, dass über seine beiden Enden zwei parallele Stücke Draht gehängt wurden, deren Abstand und Länge geändert wurden. Bei sorgfältigem Reguliren stieg die Funkenlänge auf 3 mm und nahm dann ab, sowohl wenn die Drähte verlängert, als wenn sie verkürzt wurden. Dass Vermehrung der Capacität die Funkenlänge vermindert, erscheint als das Natürliche, dass sie dieselbe vermehrt, dürfte schwer anders als durch Resonanz zu erklären sein.

Waren die vorigen Versuche richtig gedeutet, so hatte der secundäre Stromkreis ohne hinzugefügte Capacität eine etwas kürzere Periode als der primäre. Es musste daher auch Resonanz eintreten, wenn die Schwingungen des primären beschleunigt wurden. In der That, als ich in der vorhin angedeuteten Weise die Länge des primären Kreises verringerte, wuchs die Funkenlänge, sie erreichte ein Maximum von wiederum 3 mm, wenn die Entfernung der Mittelpunkte der Endkugeln etwa 1,5 m betrug, und nahm wieder ab bei weiterer Annäherung der Kugeln.

Man könnte glauben, dass nun die Funkenlänge sich noch weiter würde steigern lassen, wenn wieder, wie vorhin, die Capacität des secundären Kreises vermehrt würde. Das ist nicht der Fall, das Anhängen derselben Drähte, welche vorhin die Funkenlänge vermehrten, setzt dieselbe jetzt auf etwa 1 mm herunter. Es stimmt dies mit unserer Auffassung der Erscheinung; was vorhin die Gleichheit der Schwingungsdauer herbeiführte, zerstört jetzt die auf anderem Wege erreichte Gleichheit. Am beweiskräftigsten erschien der Versuch, wenn er in folgender Weise angestellt wurde: Das Funkenmikrometer war auf eine feste Funkenlänge von 2 mm eingestellt. War alsdann der secundäre Kreis in seiner ursprünglichen Verfassung, und der primäre Kreis 1,5 m lang, so gingen die Funken regelmässig über. Die Funken erloschen vollständig, wenn dem secundären Kreis in erwähnter Weise eine kleine Capacität hinzugefügt wurde; sie traten wieder auf, wenn alsdann der primäre Strom auf 2,6 m Länge gebracht wurde; sie erloschen zum zweiten mal, wenn die dem secundären Kreis hinzugefügte Capacität verdoppelt wurde, und sie konnten zum nochmaligen Auftreten und Verschwinden durch fortgesetzte Vermehrung der Capacität des verlängerten primären Stromes gebracht werden. Der Versuch zeigt recht deutlich, dass nicht in den Verhältnissen einer der beiden Strombahnen, sondern in der Harmonie derselben das Moment zu suchen ist, welches eine kräftige Wirkung bedingt.

Die Länge der inducirten Funken stieg bei grösserer Annäherung der beiden Leitungen beträchtlich über die bisher genannten Werthe hinaus. Bei einer Entfernung von 7 cm zwischen beiden Kreisen und Einstellung auf genaue Resonanz gelang es, inducirte Funken von 7 mm Länge zu erhalten, dabei waren dann die im inducirten Leiter auftretenden elektromotorischen Kräfte fast ebenso gross, wie die im inducirenden.

In den bisherigen Versuchen wurde die Resonanz hergestellt durch Aenderung des Selbstpotentials und der Capacität des primären Kreises, sowie der Capacität des secundären Kreises. Die folgenden Versuche zeigen, dass die Aenderung der Selbstinduction des secundären Kreises ebenfalls benutzt werden kann. Es wurde eine Reihe von Rechtecken *a b c d* (Fig. 9) hergestellt, in welchen den Seiten *a b* und *c d* ihre Längen gelassen wurden, in welchen aber für *a c* und *b d* immer längere Drähte, von

10 cm anfangend bis zu 250 cm, eingeschaltet wurden. Es zeigte sich ein ausgesprochenes Maximum der Funkenlänge für eine Länge des Rechtecks von 1,8 m. Um einen Anhalt für die Beurtheilung der quantitativen Verhältnisse zu geben, habe ich bei verschiedenen Längen des inducirten Kreises die grössten Funken, welche auftraten, gemessen. Fig. 10a veranschaulicht die Resultate.[1]) Als Abscissen sind die Gesammtlängen der inducirten Leitung, als Ordinaten die maximalen Funkenlängen aufgetragen. Die Punkte bezeichnen die einzelnen Beobachtungen. Eine grosse Unsicherheit wohnt diesen wie allen Messungen über Funkenlängen bei; diese Unsicherheit vermag das Hauptresultat nicht zu verdecken. Bei einer anderen Versuchsreihe wurde nicht allein die Länge der Seiten $a\,b$ und $c\,d$, sondern auch ihr Abstand, welcher gleich 30 cm war, und ihre Lage constant erhalten, die Seiten $a\,c$ und $b\,d$ aber wurden aus Drähten von allmählich wachsender Länge, welche zu lockeren Spiralen gerollt waren, gebildet. Fig. 10b stellt die gewonnenen Resultate dar. Das Maximum fällt hier auf eine etwas grössere Drahtlänge als vorher. Man darf vermuthen, dass dies daher rühre, dass hier durch die Vermehrung der Länge nur das Selbstpotential, dort sowohl das Selbstpotential als die Capacität gesteigert wurde.

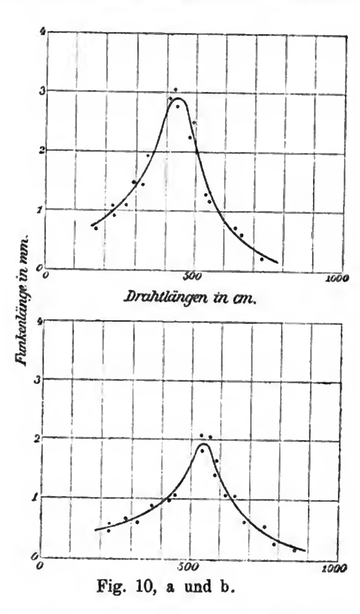


Fig. 10, a und b.

[1]) [Siehe Anmerkung 4 am Schluss des Buches].

Einige Versuche wurden angestellt, um zu erfahren, wie sich die Erscheinungen ändern würden durch Aenderung des Widerstandes der secundären Leitung. Es wurde in dieser Absicht der Draht *cd* des Rechtecks ersetzt durch verschiedene dünne Kupfer- und Neusilberdrähte, wodurch der Widerstand des secundären Kreises bis auf das Hundertfache gesteigert wurde. Auf die Funkenlänge hatte diese Aenderung einen sehr kleinen, auf das Eintreten der Resonanz, d. h. auf die Schwingungsdauer gar keinen Einfluss.

Weitere Versuche sollten über den Einfluss vorhandenen Eisens Aufschluss geben. Es wurde dabei der Draht *cd* theils umgeben mit einer Eisenröhre, theils ersetzt durch einen Eisendraht. Keine dieser Aenderungen hatte einen merklichen Einfluss nach irgend einer Richtung. Auch hier wird die Vermuthung nahegelegt, dass der Magnetismus des Eisens äusserst schnellen Schwingungen nicht zu folgen vermag und sich denselben gegenüber indifferent verhält. Leider liegen keine Erfahrungen darüber vor, welchen Einfluss die Anwesenheit des Eisens auf die oscillirende Entladung Leydener Flaschen hat.

Schwingungsknoten.

Die Schwingungen, welche wir in der inducirten Strombahn hervorriefen, und welche durch die Funken im Mikrometer gemessen werden, sind nicht die einzigen, aber die einfachsten in der Strombahn möglichen. Während an den Enden das Potential zwischen zwei Grenzen beständig hin und her oscillirt, behält es in der Mitte der Strombahn stets den gleichen mittleren Werth bei. Es bildet daher diese Mitte einen Knotenpunkt der elektrischen Schwingung, und die Schwingung hat nur diesen einen Knotenpunkt. Es lässt sich nun das Vorhandensein desselben auch experimentell nachweisen, und zwar auf zweierlei Weisen. Einmal kann dies geschehen, indem man eine isolirte kleine Kugel der Drahtleitung nähert. Der mittlere Werth des Potentials der kleinen Kugel kann von dem des benachbarten Drahtstückes nicht merklich verschieden sein, Funken zwischen der Kugel und dem Draht können daher nur darin ihren Ursprung haben, dass das Potential des benachbarten Punktes der Leitung hinreichend grosse Oscillationen um den Mittelwerth ausführt. Die Funken müssen daher lebhaft auftreten an den Enden der Leitung, sie müssen

ausbleiben hingegen in der Nähe des Knotenpunktes. Und so verhält es sich in der That, nur tritt freilich ein völliges Ausbleiben der Funken bei Berührung des Knotenpunktes nicht ein, sondern nur eine Herabminderung auf einen minimalen Werth. Die zweite Art, den Knotenpunkt nachzuweisen, ist deutlicher Man regulirt den inducirten Kreis auf Resonanz mit dem inducirenden und stellt das Funkenmikrometer auf eine Funkenlänge, welche ohne Wirkung der Resonanz nicht mehr erreicht werden kann. Berührt man nun mit einem Conductor von einiger Capacität irgend einen Punkt der Leitung, so ist zu erwarten, dass dadurch im allgemeinen die Resonanz gestört werde, und die Funken erlöschen, nur eine Berührung im Knotenpunkt kann die Schwingungsdauer nicht beeinträchtigen. In der That entspricht dem der Erfolg des Versuchs. Die Mitte des Drahtes *cd* kann man mit einer isolirten Kugel oder mit der Hand berühren oder sie sogar metallisch mit der Gasleitung verbinden, ohne dass am Funken eine Aenderung sich zeigte, die gleichen Eingriffe an den Seitenzweigen oder den Polen ausgeführt, haben Erlöschen der Funken zur Folge.

Nachdem so die Möglichkeit dargethan war, experimentell einen Knotenpunkt nachzuweisen, schien mir der Versuch lohnend, eine inducirte Schwingung mit zwei Knotenpunkten herzustellen. Ich verfuhr dabei in folgender Weise. Der gerade inducirende Strom CC' und der rechteckige inducirte *abcd* wurden aufgestellt wie in den früheren Versuchen und auf Resonanz gebracht. Es wurde alsdann dem Rechteck *abcd* ein genau gleiches *efgh* in der Weise, wie Fig. 11 es andeutet, gegenübergestellt und die benachbarten Pole beider verbunden, also 1 mit 3 und 2 mit 4 (Fig. 11). Das ganze System bildet einen metallisch geschlos-

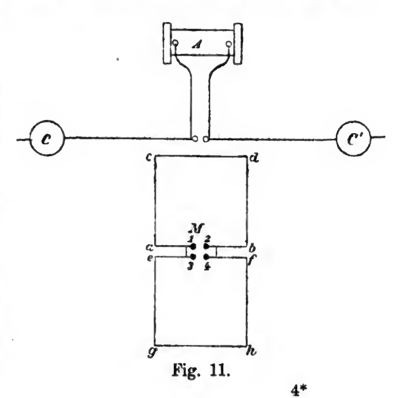


Fig. 11.

senen Stromkreis, und die tiefste oder Grundschwingung, welche in ihm möglich ist, hat zwei Knotenpunkte. Da die Periode dieser Schwingung mit der Periode jeder der beiden Hälften und so mit der Periode des primären Leiters nahe übereinstimmen muss, so war die Vermuthung, dass sich Schwingungen ausbilden würden, welche in den Verbindungsstellen 1, 3 und 2, 4 zwei Bäuche, in den Mitten von cd und gh aber zwei Knotenpunkte haben würden. Gemessen wurden diese Schwingungen immer noch durch die Funkenlänge zwischen den Polen 1 und 2, welche durch die Kugeln des Mikrometers gebildet waren. Die Resultate des Versuches waren die folgenden: Zunächst zeigte sich gegen die Erwartung, dass durch Anhängen des Rechtecks $efgh$ die Schlagweite zwischen 1 und 2 bedeutend vermindert wurde. Von etwa 3 mm sank sie auf 1 mm herab. Aber gleichwohl zeigte sich, dass immer noch eine Resonanz zwischen dem primären Kreise und dem secundären stattfand. Denn jene Aenderung an $efgh$ setzte die Funkenlänge noch weiter herunter, mochte die Aenderung in einer Verlängerung oder in einer Verkürzung des Rechtecks bestehen. Ferner ergab sich, dass wirklich die beiden Knotenpunkte, welche erwartet wurden, vorhanden waren. Aus cd und gh wurden nur weit schwächere Funken, als aus ae und bf gegen eine genäherte Kugel erhalten. Und es liess sich auch nachweisen, dass diese Knotenpunkte eben derjenigen Schwingung angehörten, welche durch Resonanz verstärkt den Funken 1—2 lieferte. Denn eine Berührung in cd oder gh schädigte die Funkenlänge zwischen 1 und 2 nicht, wohl aber eine Berührung an jeder anderen Stelle.

Der Versuch lässt sich in der Weise abändern, dass man eine der Verbindungen 1—3 oder 2—4, etwa die letztere aufhebt. Da an diesen Stellen für die erregte Schwingung die Stromstärke stets Null ist, so kann dieser Eingriff die Schwingung nicht wesentlich stören. In der That lässt sich auch nach Unterbrechung der Verbindung auf gleiche Weise wie vorher zeigen, dass Resonanz statthat, und dass die dieser Resonanz entsprechende Schwingung zwei Knoten an denselben Stellen wie vorher besitzt. Es liegt indessen jetzt die Sache insofern anders, als die Schwingung mit zwei Knotenpunkten nicht mehr die tiefste mögliche Schwingung ist; vielmehr wird die Schwingung mit grösster Periode eine solche sein, welche nur einen Knotenpunkt zwischen a und

e besitzt, und für welche die grössten Spannungen an den Polen 2 und 4 auftreten. Nähert man nun die an diesen Polen befindlichen Kugeln einander, so findet man, dass auch zwischen ihnen eine schwache Funkenbildung statthat, und man wird vermuthen, dass diese Funken einer wenn auch schwachen Erregung der Grundschwingung zuzuschreiben sind. Diese Vermuthung kann durch die folgende Weiterführung des Versuches fast zur Gewissheit erhoben werden. Wir unterbrechen den Funken zwischen 1 und 2 und richten unsere Aufmerksamkeit auf die Länge des Funkens zwischen 2 und 4, welcher die Intensität der Grundschwingung misst. Wir vermehren nun die Schwingungsdauer des primären Stromleiters durch Ausziehen auf die volle Länge und Hinzufügen von Capacität. Wir finden, dass dabei die beobachteten Funken bis zu einer Maximallänge von einigen Millimetern wachsen, um alsdann wieder abzunehmen. Sie haben offenbar ihren grössten Werth dann, wenn die Schwingung des primären Stromes mit der Grundschwingung übereinstimmend geworden ist. Und es lässt sich, während die Funken zwischen 2 und 4 ihre grösste Länge haben, leicht zeigen, dass diesen Funken nunmehr nur e i n Knotenpunkt entspricht. Denn nur zwischen a und e kann die Leitung ohne Schädigung des Funkens berührt werden, während die Berührung der vorherigen Knotenpunkte den Funkenstrom unterbricht. Auf diese Weise ist es also möglich, in demselben Leiter einmal vorzugsweise die Grundschwingung, das andere mal vorzugsweise die erste Oberschwingung zu erregen.

Die Frage, ob es möglich sei, auch Schwingungen mit mehreren Knoten nachzuweisen, habe ich einstweilen so wenig wie eine Reihe weiterer Fragen zu beantworten gesucht. Da schon die bisherigen Resultate nur bei genauer Aufmerksamkeit auf geringfügige Aenderungen zu erhalten waren, so schien es mir nicht wahrscheinlich, dass die Antwort auf weitergehende Fragen unzweideutig ausfallen würde. Die sich darbietenden Schwierigkeiten liegen sowohl in der Natur der Beobachtungsmethode, als auch in der Natur der beobachteten elektrischen Bewegungen. Wenn sich die letzteren auch unzweideutig als Schwingungen offenbarten, so tragen sie doch auf der anderen Seite den Charakter wenig regelmässiger Schwingungen zur Schau. Ihre Intensität wechselt von Entladung zu Entladung beträchtlich, das verhält-

nissmässig geringe Hervortreten der Resonanz lässt auf eine starke Dämpfung schliessen; manche Nebenerscheinungen deuten an, dass sich den regelmässigen Schwingungen unregelmässige Bewegungen überlagern, wie dies auch in den complicirten Leitersystemen nicht anders zu erwarten ist. Wollen wir unsere Schwingungen in Bezug auf ihre mathematischen Verhältnisse mit einer besonderen Form akustischer Schwingungen vergleichen, so dürfen wir nicht die in gleichmässiger Stärke lang andauernden harmonischen Schwingungen von Stimmgabeln oder Saiten wählen, sondern etwa die schnell verklingenden, mit unregelmässigen Bewegungen vermischten Schwingungen, welche hölzerne Stäbe beim Anschlag mit einem Hammer ergeben.[1]) Auch in der Akustik müssen wir uns mit Andeutungen der Resonanz, der Knotenbildung u. s. w. begnügen, sobald es sich um Schwingungen der letztgenannten Art handelt.

Um eine Wiederholung der Versuche mit gleichem Erfolge zu ermöglichen, muss ich noch eine Bemerkung hinzufügen, deren Bedeutung zunächst nicht klar erscheinen dürfte. Bei allen beschriebenen Versuchen war die Aufstellung der Apparate eine solche, dass der Funke des Inductoriums vom Ort des Funkens im Mikrometer aus sichtbar war. Aendert man diese Bedingung ab, so erhält man wohl qualitiv die gleichen Erscheinungen, aber die Funkenlängen erscheinen vermindert. Ich habe dieser Erscheinung eine besondere Untersuchung gewidmet, welche ich getrennt von der vorliegenden zu veröffentlichen beabsichtige.[2])

Zur Theorie.

Es wäre in hohem Maasse wünschenswerth, auf experimentellem Wege Aufschluss über die quantitativen Verhältnisse der Schwingungen zu erhalten. Da sich jedoch hierfür einstweilen ein Weg nicht zeigt, so rufen wir die Theorie an, um wenigstens einen Anhalt für diese Verhältnisse zu gewinnen. Die Theorie der elektrischen Schwingungen, welche durch Sir W. Thomson v. Helmholtz und Kirchhoff entwickelt worden ist, hat sich bewährt sowohl für die Oscillationen offener Inductionsapparate,

[1]) [Siehe Anmerkung 5 am Schluss des Buches.]
[2]) [Siehe die No. 4].

als für die oscillirende Flaschenentladung;[1]) wir dürfen daher überzeugt sein, dass sie auch in ihrer Anwendung auf die vorliegenden Erscheinungen wenigstens der Ordnung nach richtige Resultate ergeben wird.

Als das wichtigste Element erscheint zunächst die Schwingungsdauer. Als ein Beispiel, welches der Rechnung zugänglich ist, bestimmen wir die (einfache oder halbe) Schwingungsdauer T, welche dem von uns zu den Resonanzversuchen benutzten primären Leiter eigenthümlich war. Mit P sei bezeichnet der Selbstinductionscoëfficient dieses Leiters in magnetischem Maass, in Centimetern gemessen; mit C die Capacität eines Endes desselben, in elektrostatischem Maass, also ebenfalls in Centimetern gemessen; endlich mit A die Geschwindigkeit des Lichtes in Centimetern/Secunde. Es ist alsdann, wenn der Widerstand als klein vorausgesetzt ist, $T = \pi \sqrt{PC} / A$. In unserem Versuche bestand die Capacität der Leitungsenden zum grössten Theil in derjenigen der daselbst angebrachten Kugeln, wir werden keinen wesentlichen Fehler begehen, wenn wir für C den Radius dieser Kugeln oder $C = 15$ cm setzen.[2]) Was das Selbstpotential P anlangt, so war es dasjenige eines geraden Drahtes, dessen Durchmesser $d = {}^1/_2$ cm, und dessen Länge $L = 150$ cm für den Fall der Resonanz war. Nach der Neumann'schen Formel $P = \int\int \cos \varepsilon / r \, ds \, ds'$ berechnet, wird für einen solchen Draht $P = 2L \left\{ \log \text{nat} (4 L / d) - 0.75 \right\}$ und hiernach für unseren Versuch $P = 1902$ cm.

Allerdings steht es bekanntlich durchaus nicht fest, ob für ungeschlossene Ströme die Neumann'sche Formel dürfe angewandt werden; vielmehr schliesst die allgemeinste, mit den bisherigen Erfahrungen verträgliche Formel, wie sie durch v. Helmholtz[3]) aufgestellt ist, noch eine unbekannte Constante k ein. Nach der allgemeinen Formel berechnet, wird für einen geradlinigen cylindrischen Draht von der Länge L und dem Durchmesser d: $P = 2L \left\{ \log \text{nat} (4 L/d) - 0{,}75 + {}^1/_2 (1 - k) \right\}$. Setzen wir darin $k = 1$, so kommen wir zum Neumann'schen Werthe,

[1]) Lorenz, Wied. Ann. 7. p. 161. 1879.
[2]) [Siehe die Anmerkung 6 am Schlusse des Buches].
[3]) v. Helmholtz, Abhandlungen 1. p. 567.

setzen wir $k = 0$ oder $k = -1$, so erhalten wir diejenigen Werthe, welche den Theorien von Maxwell und von Weber entsprechen. Nehmen wir an, dass wenigstens einer dieser Werthe der richtige sei, und schliessen demnach die Annahme aus, dass k einen sehr grossen negativen oder positiven Werth besitze, so kommt uns wenig auf den wahren Werth von k an. Denn die mit den verschiedenen Werthen von k berechneten Potentiale unterscheiden sich um weniger als ein Sechstel ihrer Grösse, und wenn also das Potential $P = 1902$ cm etwa nicht zu der Drahtlänge 150 cm gehört, so gehört es doch zu einer wenig davon verschiedenen Länge unseres primären Leiters. Aus den Werthen von P und C ergiebt sich die Länge $\pi \sqrt{CP}$ zu 531 cm. Dies ist diejenige Strecke, welche das Licht während der Dauer einer Schwingung zurücklegt, es ist zugleich die Wellenlänge der elektrodynamischen Wellen, welche die Maxwell'sche Anschauung als Wirkung der Schwingungen nach aussen voraussetzt. Die Schwingungsdauer T selbst ergiebt sich aus jener Länge gleich 1,77 Hundertmillionteln Secunde, und damit ist die Angabe gerechtfertigt, welche wir im Eingang über die Grössenordnung derselben machten.

Wenden wir jetzt unser Augenmerk dem wenigen zu, was die Theorie über die Dämpfungsverhältnisse der Schwingungen auszusagen vermag. Damit überhaupt in der ungeschlossenen Leitung Schwingungen möglich seien, muss der Widerstand derselben kleiner als $2A\sqrt{P/C}$ sein. Für unsere primäre Leitung ist $\sqrt{P/C} = 11{,}25$; da nun die Geschwindigkeit A gleich 30 Erdquadrant / Secunde, also gleich 30 Ohm ist, so ist für unseren Versuch die zulässige Grenze für w gleich 676 Ohm. Es ist durchaus wahrscheinlich, dass der eigentliche Widerstand einer kräftigen Entladung unterhalb dieser Grenze liegt, und es wird sich also von Seiten der Theorie kein Widerspruch gegen die Annahme von Schwingungen erheben. Liegt der wirkliche Werth des Widerstandes einigermassen von jenem Grenzwerth entfernt, so verhält sich die Amplitude einer Schwingung zur Amplitude einer unmittelbar folgenden wie $1 : e^{-(wT/2P)}$. Die Anzahl der Schwingungen, welche sich folgen bis zur Verminderung der Amplitude auf ihren 2,71. Theil ist demnach gleich $2P/wT$ oder gleich $2A\sqrt{P/C}/\pi w$. Sie verhält sich also zu 1 wie der π. Theil des berechneten Grenzwerthes zum wirklichen Werth

des Widerstandes oder wie 215 Ohm zu w. Leider ist uns über den wahren Werth des Widerstandes einer Funkenstrecke nicht einmal eine Schätzung möglich. Vielleicht dürfen wir als sicher betrachten, dass dieser Widerstand nicht weniger als einige Ohm betragen könne, da selbst der Widerstand starker Lichtbogen nicht unter derartige Werthe hinuntergeht. Daraus würde folgen, dass die Zahl der in Betracht kommenden Wellen nach Zehnern, nicht aber nach Hunderten oder Tausenden zu rechnen ist.[1]) Dies entspricht auch ganz dem Charakter der Erscheinungen, wie schon am Schlusse des vorigen Abschnittes angedeutet wurde. Es entspricht auch dem Verhalten der nächstverwandten Erscheinung, der oscillirenden Flaschenentladung, bei welcher wir ebenfalls nur eine recht beschränkte Zahl von Schwingungen in merklicher Stärke sich folgen sehen.

Anders als in dem bisher allein berücksichtigten primären Strome liegen die Verhältnisse im rein metallischen secundären Leiter. Hier würde nach der Theorie die erregte Bewegung erst nach Tausenden von Schwingungen zur Ruhe kommen. Es liegt kein Grund vor, an der Richtigkeit dieses Ergebnisses zu zweifeln, eine vollständigere Theorie würde freilich noch die Rückwirkung auf die primäre Leitung zu berücksichtigen haben und dabei vermuthlich auch für den secundären Kreis zu grössern Werthen der Dämpfung gelangen.

Zum Schluss werfen wir noch die Frage auf, ob die von uns beobachteten Inductionswirkungen der Schwingungen von der Ordnung derjenigen waren, welche die Theorie vermuthen lässt, oder ob sich hier etwa directe Widersprüche zwischen den Erscheinungen und unserer Deutung derselben offenbaren? Wir können die Frage durch folgende Ueberlegung erledigen. Zunächst bemerken wir, dass der Maximalwerth der elektromotorischen Kraft, welche die Schwingung in ihrer eigenen Strombahn inducirt, nahezu gleich sein muss der maximalen Spannungsdifferenz der Enden. Denn wenn die Schwingungen ungedämpft wären, würde sogar vollkommene Gleichheit zwischen beiden Grössen bestehen, da alsdann in jedem Augenblicke die Spannungsdifferenz der Enden und die elektromotorische Kraft der Induction sich das Gleichgewicht hielten. Nun ist in unseren Versuchen

[1]) [Siehe Anmerkung 7 am Schluss des Buches].

die Potentialdifferenz der Enden von solcher Grösse, dass ihr eine Schlagweite von etwa 7—8 mm entspricht, und eine derartige Schlagweite stellt also den Werth der grössten Inductionswirkung der Schwingung in ihrer eigenen Bahn dar. Wir bemerken zweitens, dass in jedem Augenblicke die im secundären Kreis inducirte elektromotorische Kraft sich zu der im primären Kreis inducirten verhält, wie das Potential p des primären Kreises auf den secundären zu dem Eigenpotential P des primären. Für unsere Resonanzversuche bietet eine angenäherte Berechnung von p nach bekannten Formeln keine Schwierigkeiten, es fand sich p in den verschiedenen Versuchen zwischen dem neunten und dem zwölften Theile von P liegend. Danach dürfen wir schliessen, dass die maximale elektromotorische Kraft, welche unsere Schwingung in dem secundären Kreise hervorruft, von solcher Stärke ausfallen werde, dass sie zu Funken von $^1/_2$ bis $^2/_3$ mm Länge Veranlassung giebt. Und somit lässt die Theorie auf der einen Seite unter allen Umständen sichtbare Funken im secundären Kreise erwarten, auf der anderen Seite aber sehen wir auch, dass wir für Funken von mehreren Millimetern Länge nur dann eine Erklärung geben können, wenn wir annehmen, dass mehrere aufeinander folgende Inductionswirkungen sich verstärken. Wir werden also auch von Seiten der Theorie dazu gedrängt, die von uns beobachteten Erscheinungen als Resonanzwirkungen anzusprechen.

NB! Eine weitere Anwendung der Theorie auf die vorliegenden Erscheinungen dürfte erst dann nutzbringend sein, wenn es gelingen sollte, auf irgend eine Weise die Schwingungsdauern direct zu messen. Eine solche Messung würde mehr als eine Bestätigung der Theorie, sie würde eine Erweiterung derselben mit sich bringen. Die Absicht der vorliegenden Arbeit beschränkt sich darauf, zu zeigen, dass und auf welche Weise auch in kurzen metallischen Leitern die diesen Leitern eigenthümlichen Schwingungen erregt werden können.

---

3. Aus der Abhandlung Herrn W. von Bezold's: „Untersuchungen über die elektrische Entladung. Vorläufige Mittheilung.“

(Poggendorf's Annalen **140**, p. 541. Berichte der Bayrischen Akad. d. Wissensch. 1870.)

Da wir denjenigen Theil der v. Bezold'schen Arbeiten, welcher uns hier allein angeht, aus dem Zusammenhang herausreissen müssen, so sei es gestattet, denselben durch wenige Worte einzuleiten.

Die Untersuchung v. Bezold's knüpft an die Beobachtung der Lichtenbergischen Staubfiguren an. Herr v. Bezold hatte bemerkt, dass unter gewissen Verhältnissen der Charakter der positiven und der negativen Figuren abgeändert und einander genähert erscheint, so sehr, dass z. B. die negativen Figuren auf den ersten Anblick für positive gehalten werden könnten. Die erste Abweichung vom normalen Charakter tritt stets in der Weise ein, dass im Mittelpunkte der negativen Figur eine kleine positive Figur, im Mittelpunkte der positiven eine kleine negative Figur erscheint. Es hatte sich ergeben, dass die complicirteren Figuren ihre Entstehung stets einem Funken verdankten, welcher einer alternirenden Entladung entsprach, während die einfachen Figuren durch einfache Entladungen hervorgebracht werden. In jeder zusammengesetzten Figur hat sich eine alternirende Entladung gewissermaassen selbst registrirt; aus dem Anblick der Figur kann der alternirende Charakter der Entladung und der Sinn ihres ersten Ausschlages sogleich erkannt werden. Wir können also die Lichtenbergischen Figuren zur Untersuchung der Entladung verwenden.

v. Bezold erzeugte die Lichtenbergischen Figuren in folgender Weise: Eine gut isolirende horizontale Glastafel war auf

ihrer Unterseite mit Staniol belegt und diese Belegung zur Erde abgeleitet. Auf die Oberseite der Tafel war die Spitze einer vertikal gerichteten Stricknadel gestellt, welcher die Entladung zugeführt wurde. Hierauf wurde die Stricknadel entfernt, die Platte bestäubt und die entstehende Figur beobachtet. Wenn man diese Vorrichtung, welche als die Probetafel bezeichnet wird, unmittelbar in den Entladungskreis einer Leydener Flasche oder des Conductors einer Elektrisirmaschine einschaltet, so ist natürlich das Zustandekommen einer alternirenden Entladung, ja einer vollständigen Entladung überhaupt, von vornherein unmöglich gemacht. Man wird also die Probetafel nur in den Nebenschluss der eigentlichen zu untersuchenden Entladung einschalten dürfen.

Indem nun Herr v. Bezold diesen Weg einschlug und als Hauptentladung die Entladung des Conductors seiner Elektrisirmaschine zur Erde benutzte, stiess er sogleich auf sehr auffallende Erscheinungen. Positive Figuren erschienen da, wo negative zu erwarten waren, grosse da, wo man kleine vermuthet hatte, und umgekehrt. Das Ohm'sche Gesetz versagte völlig, es schien als habe die bewegte Elektricität die Kraft, benachbarte Elektricität mit sich fortzureissen, als könnten „bei elektrischen Strömungen ähnliche Erscheinungen auftreten, wie sie bei der Bewegung der Flüssigkeiten unter dem Namen von Saugphänomenen beobachtet sind." Dabei mussten freilich zunächst noch viele Einzelheiten unerörtert bleiben. Wir geben nunmehr das Wort an Herrn v. Bezold selbst ab:

„Diese eigenthümlichen Beobachtungen gaben die Veranlassung zu weiteren Versuchen über die Verzweigung elektrischer Entladungsströme.

Auch hier ergaben alternirende Entladungen constantere Resultate als einfache und es wurde deshalb stets für eine geeignete Rückleitung Sorge getragen. Dass ein einfacher Draht zu diesem Zwecke nicht brauchbar ist, beweisen die obigen Versuche, es wurden deshalb die Inductionsrollen des Ruhmkorff's R zur Rückleitung benutzt.

Wurde nun die Elektrisirmaschine Q langsam in Drehung versetzt, bis ein Funke bei F übersprang, so erschienen auf der Tafel bei A die zusammengesetzten positiven Figuren mit grosser Regelmässigkeit.

Wurde der Strom durch einen kurzen Draht D abgezweigt und der Zweigstrom ebenfalls durch einen Zuleiter B auf die Tafel geführt, so erschienen, wie zu erwarten war, zwei vollkommen gleiche Figuren. Hatte hingegen der Zweigdraht eine nur einigermaassen beträchtliche Länge

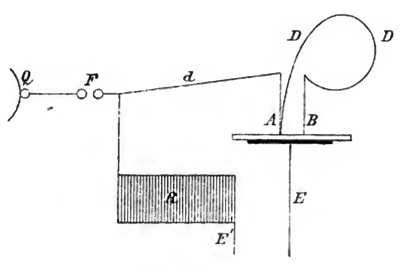


Fig. 12.

(etwas mehr als 1 Meter), so zeigten die Figuren bereits eine entschiedene Grössenverschiedenheit. Sobald nämlich die Länge des Drahtes diese Grenze überschritten hatte, war die Figur bei B immer grösser als jene bei A, selbst wenn man die Abzweigung ganz nahe am Ende des Zuleiters (1 cm über der Platte) vornahm. Bei Verlängerung des Zweigdrahtes D wurde auch die Grössendifferenz zwischen den beiden Figuren immer auffallender, bis sich endlich für $D = 6{,}4$ m und $F = 4{,}0$ mm (F ist die Länge der Funkenstrecke) die Figur bei A auf ein kleines Sternchen reducirte, manchmal wohl auch ganz ausblieb.

Dieser Versuch zeigt augenfällig, dass die Ohm'schen Gesetze nur für stationäre Strömungen, nicht aber für die elektrische Entladung gelten, wie es ja auch alle theoretischen Untersuchungen ergeben haben. Während nämlich durch den ganz kurzen Zweig A gar keine Elektricität auf die Platte geht, schlägt sie, wenigstens scheinbar, den viel hundertmal längeren Weg durch den Draht D ein.

Verlängert man den Draht D noch mehr, so bleibt vorerst innerhalb ziemlich weiter Grenzen die Erscheinung unverändert, und erst, wenn man die Länge desselben etwa auf das Doppelte gebracht hat, wird auch die Figur bei A wieder grösser, bis bei noch beträchtlicheren Längen die Grössendifferenz der beiden Figuren wieder vollständig verschwindet. Hierbei war es ganz gleichgültig, ob ein dicker oder dünner, besser oder schlechter

leitender Draht angewendet, ob er in einer straffgespannten Schleife hin und her oder im Bogen herumgeführt wurde. Mit Spiraldrähten habe ich jedoch noch nicht experimentirt.

Bei der vollkommenen Neuheit der Erscheinung schien es mir nun interessant, das Verhalten des Drathes D an verschiedenen Stellen zu untersuchen. Es wurde deshalb eine Aenderung getroffen, wie sie in Fig. 13 schematisch dargestellt ist. Auf die Tafel werden die Zuleiter A, B, C aufgesetzt, welche durch zwei Drähte D und D' miteinander verbunden sind. Wählt man nun die Länge dieser Drähte so, dass bei C eine möglichst grosse, bei A hingegen eine möglichst kleine Figur entsteht, so wird die Figur bei B grösser als jene bei A und kleiner als jene bei C. Ist jedoch die Länge des Drahtes beträchtlicher, so nähern sich die Grössen der Figuren A und C der Gleichheit, während B bei richtiger Wahl des Verhältnisses $D : D'$ ganz klein wird, ja sogar ganz verschwindet. Bei einer Schlagweite von 4,3 mm und den Längen $AF = 50$ cm $D = 6{,}2$ m $D' = 8{,}1$ m waren die Figuren bei A und C gross, während bei B nur ganz kleine Sternchen erschienen.

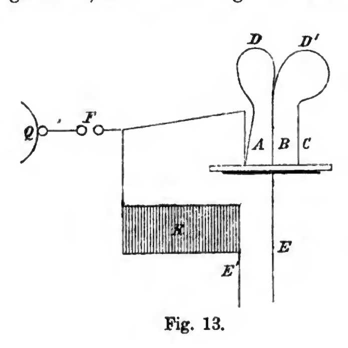


Fig. 13.

Hebt man irgend einen der Zuleiter von der Tafel ab, so werden dadurch die Figuren an den übrigen Zuleitern nicht im Geringsten geändert.

Dieser Versuch lehrt die neue Thatsache kennen, dass die Verbindung des Zuleiters mit einem blind endenden Drahte hinreicht, um die Figur, welche am Zuleiter entsteht, ganz wesentlich zu verändern, beziehungsweise dieselbe zum Verschwinden zu bringen. Am belehrendsten wird das Experiment, wenn man nahe beim Zuleiter A ein zweites Funkenmikrometer f (Fig. 14) anbringt, dessen eine Kugel mit A verbunden ist, während die andere zu dem Drahte D führt. Stellt man

alsdann das Funkenmikrometer f zuerst auf eine weite Distanz ein, und verringert man diese allmählich, so sieht man, wie von dem Augenblicke an, wo der Funke bei f überspringt, die Figur bei A eine andere wird, beziehungsweise verschwindet. Beachtet man aber, dass bei

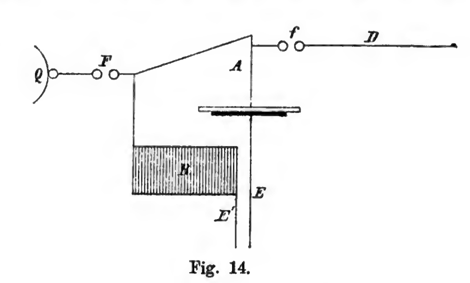


Fig. 14.

alterirenden Entladungen der Draht sofort wieder vollständig entladen wird, so ergiebt sich, dass bei einem solchen Vorgang Elektricität zuerst bis an das äusserste Ende des Drahtes D hinein, und sofort wieder herausgetrieben wird, dass also hier Bewegungen stattfinden, welche einer Reflexion vollkommen vergleichbar sind.

Diese Betrachtung führt zu einer Hypothese über die eigenthümlichen Grössenveränderungen, welche die Staubfiguren bei den beschriebenen Abzweigungen erleiden.

Werden nämlich elektrische Wellen in einen Draht hineingetrieben, und müssen sie nach Reflexion am Ende desselben auf demselben Wege wieder zurückkehren, so werden die ankommenden mit den reflectirten Wellen interferiren und hiedurch Erscheinungen hervorrufen, welche den bei Orgelpfeifen beobachteten analog sind. Die bisher mitgetheilten Beobachtungen zeigen wirklich eine solche Analogie in hohem Grade, und man darf es wohl wagen, die Stellen des Drahtes, an welchen Maximal- und Minimalfiguren erscheinen, mit den Schwingungsbäuchen und Schwingungsknoten zu vergleichen.

Die Hypothese, dass man hier Interferenz-Erscheinungen vor sich habe, gewinnt noch dadurch an Wahrscheinlichkeit, dass die Versuche nur mit alternirenden Entladungen in überzeugender Weise gelingen, während bei einfachen Entladungen zwar ebenfalls Grössendifferenzen der verschiedenen Figuren beobachtet werden, aber lange nicht in so hohem Grade.

Mit den eben beschriebenen Versuchen wurde noch eine

kleine Modification vorgenommen, welche abermals den Ausgangspunkt für neue Untersuchungen bildete.

Verknüpft man nämlich das Ende des Drahtes D (Fig. 12) wieder mit dem ersten Zuleiter A wie es in dem Schema Fig. 15 versinnlicht ist, so kann die Figur bei richtiger Wahl der Drahtlänge ebenfalls zum Verschwinden gebracht werden. Dieser Versuch bildete eigentlich den Ausgangspunkt für die sämmtlichen bisher mitgetheilten, ich habe jedoch seine Beschreibung bis auf diese Stelle hier verschoben, da er nicht dazu geeignet ist, das Verständniss der obigen Experimente zu erleichtern. Ich selbst glaubte in ihm zuerst ein Analogen des Savart'schen Interferenzversuches für Schallwellen gefunden zu haben, und dachte mir die Strombewegung im Sinne der gestrichelten Pfeile vor sich gehend. Die Experimente mit dem blind endenden Draht, sowie der Umstand, dass der Abstand der beiden Abzweigungspunkte auf A keinen entscheidenden Einfluss äusserte, mussten diese Ansicht erschüttern. Um jeden Zweifel hierüber zu beseitigen, unterbrach ich die Drahtschleife D der Reihe nach an verschiedenen Stellen durch eine Funkenstrecke. Die Kugeln dieses zweiten Mikrometers waren hierbei einander bis auf 0,01 bis 0,03 mm genähert. Ich dachte mir nämlich, dass es in dem Falle, wo der Strom von beiden Seiten her in den Draht einstürzt, in diesem Drahte eine Stelle geben müsse, an welcher sich die beiden Wellenzüge begegnen. Befindet sich die Funkenstrecke gerade an dieser Stelle, so muss die Spannung auf beiden Kugeln gleichzeitig dieselbe Höhe erreichen, und es ist demnach an dieser Stelle kein Grund zur Entstehung eines Funkens gegeben, während man an allen andern Stellen einen solchen zu erwarten hat.

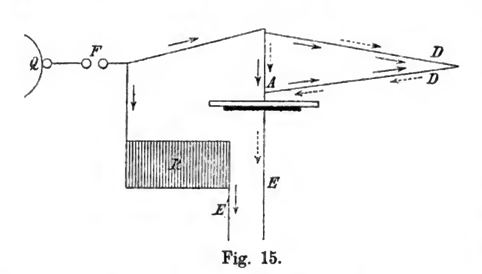


Fig. 15.

Der Funke blieb wirklich aus, wenn das Mikrometer in der

Mitte der Schleife eingeschaltet wurde und erschien, sobald dasselbe nur um wenige Decimeter von dieser Stelle nach der einen oder andern Seite entfernt wurde. Hiermit ist nachgewiesen, dass der Stromlauf durch die ausgezogenen Pfeile dargestellt wird, und anderseits ist die kleine Verspätung sichtbar gemacht, welche der elektrische Entladungsstrom bei dem Durchlaufen weniger Decimeter Draht erleidet.

Vor Allem suchte ich nun nach den Bedingungen, unter welchen dieser Versuch über die Verzögerung am schlagendsten gelingt. Ich fand es dabei am Besten, direct den Entladungsstrom des Ruhmkorff'schen Apparates, mithin das Schema (Fig. 16) anzuwenden. Der inducirende Strom wurde durch ein Grove'sches Element erzeugt, und die Funkenstrecke im Funkenmikrometer ungefähr $F = 2$ mm gemacht, da weder grössere noch kleinere Funkenstrecken so gute Resultate lieferten.

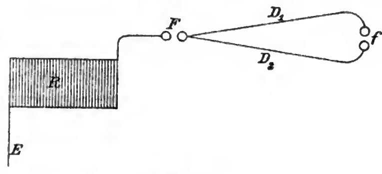


Fig. 16.

Unter diesen Umständen war es für die Hervorbringung des Funkens genügend, wenn der eine Draht D auch nur um 1 Decimeter länger war, als der andere. Waren sie hingegen gleich lang, so erschien niemals ein Funke. Man kann ihn jedoch augenblicklich zur Erscheinung bringen, wenn man durch Anlegen des Knopfes einer Leydner Flasche an einen der Drähte die Symmetrie der beiden Stromwege stört.

Auch bei diesen Versuchen äusserten Material und Dicke der Drähte nicht den geringsten Einfluss. Ob ich einen versilberten Kupferdraht von 0,06 mm Durchmesser oder einen Eisendraht von 0,23 oder endlich einen Kupferdraht von 0,80 mm Durchmesser anwendete, immer blieb der Funke aus, wenn nur die beiden Drähte gleich lang waren.

Es ist mithin die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität für alle (gespannten)[1]) Drähte eine gleiche.

---

[1]) Spiralförmig gewundene Drähte werden vermuthlich ein anderes Resultat geben.

In der bisher beschriebenen Form ist jedoch der Versuch ziemlich unscheinbar, da man nur mit sehr kleinen Funkenstrecken des Hilfsmikrometers f arbeiten kann. Ich war deshalb bestrebt, ihn in einer Weise abzuändern, welche gestattet, denselben auch einem Auditorium sichtbar zu machen.

Versuche mit kleinen Geissler'schen Röhren führten bis jetzt noch zu keinem entschiedenen Resultate. Dagegen kann man die Verspätung wenigstens bei Verzögerungslängen von einigen Metern recht schön auf folgende Art nachweisen. (Fig. 17.)

Theilt man einen (negativen) Entladungsschlag, am besten den eines Ruhmkorff'schen Apparates, ebenso wie oben gleich hinter dem Funkenmikrometer in zwei Zweige und verbindet man einen derselben mit der Belegung der vollkommen isolirten Probeplatte, während man den andern durch den Zuleiter A auf die obere unbelegte Fläche führt, so kann auf der oberen Tafel eine positive, negative oder auch gar keine Figur erscheinen, je nachdem der obere Zweig grösser, kleiner oder ebenso lang ist als der untere. Und zwar müssen die Versuche in bestimmtem Sinne ausfallen, wenn sie die Vermuthung bestätigen sollen, dass sie Zeitdifferenzen ihren Ursprung verdanken. Wenn man sich nämlich daran erinnert, dass es gleichgültig ist, ob man positive Elektrecität auf die Platte führt oder negative hinwegnimmt, so versteht man, dass eine positive Entladung eine positive Figur hervorruft, wenn die Elektricität früher an die Spitze des Zuleiters ankommt als auf der Belegung, d. h. wenn D_1 kürzer ist als D_2. Gelangt hingegen die Entladung früher auf die Belegung, so wird der Zuleiter von der Influenzelektricität im entgegengesetzten Sinne durchlaufen und es muss demnach auf der Glasfläche eine negative Figur entstehen, sobald D_2 kürzer ist als D_1. Im Verlaufe der Bewegung muss diese Influenzentladung im Drahte D_1 auf die direkte von F herkommende Elektricität treffen, und hierdurch der Figur ein zusammengesetzter Charakter aufgedrückt werden.

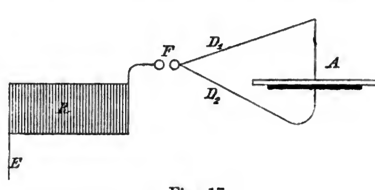


Fig. 17.

Zwischen diesen beiden Anordnungen mit ganz entgegengesetzten Resultaten muss es aber offenbar solche geben, bei welchen gar keine Figuren entstehen, da kein Grund vorhanden ist, wesshalb eine solche der einen oder der anderen Art zu Stande kommen sollte. Dies muss der Fall sein, wenn die Elektricität von beiden Seiten her gleichzeitig eintrifft, d. h. wenn D_1 und D_2 gleich lang[1]) sind.

Die Versuche entsprachen diesen theoretischen Voraussagungen vollkommen. Man erhält mit jeder Elektricitätsart Figuren der beiden Arten, wenn man über die Längen der Drähte richtig disponirt.

Diese Behauptung könnte freilich Manchem, der den Versuch nicht unter ganz günstigen Verhältnissen anstellt, abgesehen von dem einen Falle, wo wegen vollkommener Gleichheit der beiden Zweige gar keine Figuren zu Stande kommen, unrichtig erscheinen. Es kann nämlich eintreten, dass sämmtliche Figuren auf den ersten Blick positiv zu sein scheinen, unter welchen Verhältnissen und mit welcher Elektricitätsart man auch arbeiten mag.

Der Grund liegt einfach darin, dass die zusammengesetzten negativen Figuren in diesem Falle zu jener Gruppe gehören, welche bereits einen stark positiven Charakter an sich tragen und selbst bei eingehender Beschäftigung mit denselben kaum als negativ erkannt werden können.

Der nach einem Polwechsel eintretende bedeutende Grössenunterschied ist aber vollkommen hinreichend, um jeden Zweifel über die wahre Natur der Figuren sofort zu beseitigen und die Uebereinstimmung der Versuche mit den theoretischen Voraussetzungen zu beweisen.

Alles zusammengefasst, wurden nachfolgende Resultate gewonnen:

1) Bietet man einer elektrischen Entladung nach Durchbrechung einer Funkenstrecke zwei Wege zur Erde dar, einen kürzern und einen längern, durch eine Probeplatte unter-

[1]) Eine kleine Längendifferenz zu Gunsten des oberen Drahtes kann vielleicht hierbei stattfinden, da die von unten kommende Elektricität sich über die ganze Belegung ausbreiten muss.

brochenen, so findet bei kleinen Schlagweiten eine Theilung des Entladungsstromes statt. Bei grösseren Funkenstrecken hingegen schlägt die Elektricität nur den kurzen Weg ein und reisst sogar aus dem andern Zweige gleichnamige Elektricität mit sich fort.

2) Sendet man einen elektrischen Wellenzug in einen am Ende isolirten Draht, so wird derselbe am Ende reflectirt und Erscheinungen, welche diesen Vorgang bei alternirenden Entladungen begleiten, scheinen ihren Ursprung der Interferenz der ankommenden und reflectirten Wellen zu verdanken.

3) Eine elektrische Entladung pflanzt sich in gleich langen Drähten gleich rasch fort, ohne Rücksicht auf das Material, aus welchem diese Drähte bestehen.“

---

4. Ueber einen Einfluss des ultravioletten Lichtes auf die elektrische Entladung.

(Sitzungsberichte d. Berl. Akad. d. Wiss. vom 9. Juni 1887.
Wiedemanns Ann. **31.** p. 983.)

In einer Reihe von Versuchen, welche ich über die Resonanzerscheinungen zwischen sehr schnellen elektrischen Schwingungen angestellt und kürzlich veröffentlicht habe,[1]) wurden durch dieselbe Entladung eines Inductoriums, also genau gleichzeitig, zwei elektrische Funken erregt. Der eine derselben, der Funke *A*, war der Entladungsfunke des Inductoriums und diente zur Erregung einer primären Schwingung. Der zweite, der Funke *B*, gehörte der inducirten, secundären Schwingung an. Der letztere war ziemlich lichtschwach, seine maximale Länge war in den Versuchen genau zu messen. Als ich nun gelegentlich zur Erleichterung der Beobachtung ein verdunkelndes Gehäuse um den Funken *B* anbrachte, bemerkte ich, dass innerhalb des Gehäuses die maximale Funkenlänge sehr merklich kleiner war, als sie vorher gewesen. Bei successiver Entfernung der einzelnen Theile des Gehäuses fand sich, dass nur derjenige Theil desselben die benachtheiligende Wirkung ausübte, welcher die dem Funken *A* zugekehrte Seite des Funkens *B* deckte. Die dort befindliche Wand aber zeigte die Wirkung nicht allein, wenn sie sich in unmittelbarer Nähe des Funkens *B* befand, sondern ebenso, wenn sie in grösserer Entfernung von *B* zwischen die Funken *A* und *B* eingeschoben wurde. Die Erscheinung war bemerkenswerth genug, um ein näheres Eingehen auf dieselbe herauszu-

---

[1]) Siehe No. 2. p. 32.

fordern. Ich theile im Folgenden die Thatsachen mit, welche ich im Verlaufe der Untersuchung festzustellen vermochte.

1. Auf eine elektrostatische oder elektrodynamische Schutzwirkung lässt sich die Erscheinung nicht zurückführen. Denn nicht allein gute Leiter zeigten, zwischen *A* und *B* eingeschoben, die Wirkung, sondern auch vollkommene Nichtleiter, insbesondere Glas, Paraffin, Hartgummi, welche doch eine Schutzwirkung nicht auszuüben vermögen. Wiederum Metallgitter von grobem Gewebe zeigten einen Einfluss nicht, während sie doch zur Schutzwirkung hinreichen.

2. Der Umstand, dass die beiden Funken *A* und *B* synchronen sehr schnellen Schwingungen entsprachen, war unwesentlich. Denn wenn auf irgend eine andere Weise gleichzeitig zwei Funken erregt wurden, liess sich die Erscheinung ebenfalls hervorrufen. Sie zeigte sich, auch wenn ich statt des inducirten Funkens einen Nebenfunken (nach der Bezeichnungsweise meiner vorigen Arbeit) verwandte. Sie zeigte sich auch dann, wenn ich als den Funken *B* eine Seitenentladung nach der Bezeichnung von Riess benutzte, wie sie erhalten wird, wenn man den einen Pol des Inductoriums mit einem isolirten Conductor verbindet und eine Funkenstrecke einschaltet. Sie lässt sich aber auch in bequemster und deutlichster Weise hervorrufen, wenn man in denselben Stromkreis zwei Inductorien mit gemeinsamem Interruptor einschaltet, deren eines den Funken *A*, deren anderes den Funken *B* ergiebt. Diese Versuchsanordnung wurde für die ferneren Versuche fast allein benutzt. Da mir die Versuche mit einer Reihe verschiedener Inductorien gelangen, so dürften sich dieselben mit jedem beliebigen Paar von Apparaten ausführen lassen. Indessen scheint es doch zweckmässig, diejenige Versuchsanordnung, welche die besten Resultate gab und zumeist benutzt wurde, genau zu beschreiben. Den Funken *A* gab ein grosses Inductorium (*a*, Fig. 18) von Ruhmkorff von 52 cm Länge und 20 cm Durchmesser, getrieben durch 6 grosse Bunsen'sche Elemente (*b*) und versehen mit einem besonderen Quecksilberinterruptor (*c*). Es vermochte bei dem vorhandenen Strom zwischen Spitze und Platte Funken bis zu 10 cm, zwischen 2 Kugeln Funken bis zu etwa 3 cm Länge zu geben. Benutzt wurde meist ein Funke von 1 cm Länge

zwischen den Spitzen eines allgemeinen Ausladers (*d*). Den Funken *B* gab ein kleineres, ursprünglich wohl für medicinische Zwecke bestimmtes Inductorium (*e*) von relativ grosser Stromstärke, aber nur $^1/_2$—1cm maximaler Schlagweite. Da es hier in den Kreis des grossen Inductoriums eingeschaltet war, so kam sein Condensator nicht in Wirksamkeit, und es gab daher nur Funken von 1—2 mm Länge. Benutzt wurden Funken von etwa 1 mm Länge zwischen den vernickelten Kugeln eines Riess-schen Funkenmikrometers (*f*) oder zwischen Messingkugeln von 5 bis 10 mm Durchmesser. Werden nun bei so beschaffenen Apparaten die beiden Funkenstrecken parallel in nicht zu grossem Abstand aufgestellt, der Interruptor in Thätigkeit gesetzt und das Funkenmikrometer so weit auseinander gezogen, dass die Funken in ihm eben noch regelmässig übergehen, so erlöschen diese Funken sofort und vollständig, wenn man eine Platte (*p*) von Metall, Glas etc. zwischen die beiden Funkenstrecken in *d* und *f* einsenkt; sie treten sofort wieder auf, wenn die Platte entfernt wird.

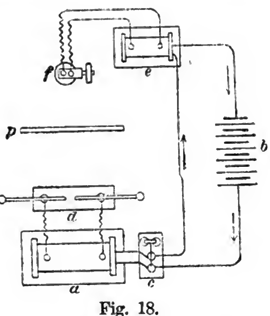


Fig. 18.

3. Die Deutlichkeit der Erscheinung nimmt zu, je mehr der Funke *B* dem Funken *A* genähert wird. Die Entfernung der beiden Funken, an welchen ich die Erscheinung zuerst bemerkte, betrug $1^1/_2$ m, und es kann also in dieser Entfernung die Wirkung noch recht merklich sein. Andeutungsweise habe ich sie bis zu einer Entfernung von 3 m zwischen den Funken wahrnehmen können. Indessen äussert sich die Erscheinung in solchen Entfernungen nur noch eben durch eine grössere und geringere Regelmässigkeit des Funkenstromes *B*; in Entfernungen unterhalb eines Meters kann ihre Stärke gemessen werden durch den Unterschied der maximalen Funkenlänge vor und nach Einschaltung der Platte. Um eine Vorstellung von der Grösse der Wirkung zu geben, theile ich die folgenden, naturgemäss

rohen Beobachtungen mit, welche sich bei der durch Fig. 8. dargestellten Versuchsanordnung ergeben:

Entfernung der Funken in cm	Länge des Funkens B in mm vor Einschaltung der Platte	nach Einschaltung der Platte	Unterschied
∞	0,8	0,8	0
50	0,9	0,8	0,1
40	1,0	0,8	0,2
30	1,1	0,8	0,3
20	1,3	0,8	0,5
10	1,5	0,8	0,7
5	1,6	0,8	0,8
2	1,8	0,8	1,0

Wie man sieht, steigt unter Umständen die Schlagweite durch Entfernung der Platte auf ihren doppelten Werth.

4. Die in der Tabelle mitgetheilten Beobachtungen können auch angezogen werden zum Beweise der folgenden Aussage, welche man freilich von vornherein gemuthmasst haben wird: Die Erscheinung beruht nicht darauf, dass die Platte ihrerseits den Funken *B* beeinträchtigt, sondern darauf, dass die Platte eine die Schlagweite befördernde Wirkung des Funkens *A* wieder aufhebt. Stellen wir das Funkenmikrometer bei grosser Entfernung der Funken *A* und *B* so ein, dass der Funke *B* eben nicht mehr übergeht, und nähern nun das Funkenmikrometer dem Funken *A*, so tritt der Funkenstrom *B* wieder auf — dies ist die Wirkung; schieben wir nun die Platte ein, so erlischt der Funkenstrom wieder — dies ist die Aufhebung der Wirkung. Die Platte bildet demnach nur das Mittel, die Wirkung des Funkens *A* bequem und deutlich sichtbar zu machen. Ich nenne fortan den Funken *A* den activen, den Funken *B* den passiven Funken.

5. Die Wirksamkeit des activen Funkens ist nicht an eine besondere Form desselben gebunden. Sowohl Funken zwischen Kugeln, als solche zwischen Spitzen zeigten sich wirksam. Kurze gerade Funken äusserten ihren Einfluss, ebenso auch lange gezackte. Zwischen lichtschwachen bläulichen und hellleuchtenden weissglänzenden Funken war kein wesentlicher Unterschied. Schon Funken von 2 mm Länge machten ihren Einfluss auf grössere Entfernung geltend. Es geht ferner die Wirkung nicht von einem

bestimmten Theile des Funkens aus, sondern jeder Theil ist wirksam. Man kann diese Behauptung beweisen, indem man eine Glasröhre über die Funkenstrecke zieht. Das Glas lässt die Wirkung nicht hindurch, und der Funke ist also bei dieser Anordnung unwirksam. Sobald aber ein kurzes Stück des Funkens an dem einen oder dem anderen Pol oder in der Mitte entblösst wird, tritt die Wirksamkeit ein. Einen Einfluss des Metalls der Pole habe ich nicht bemerkt. Es ist unwesentlich, dass in unserer Versuchsanordnung der active Funke parallel dem passiven ist.

6. Die Empfänglichkeit der passiven Funken für die Wirkung ist dagegen von ihrer Form ziemlich abhängig. Keine Empfänglichkeit vermochte ich wahrzunehmen bei langen gezackten Funken zwischen Spitzen; eine geringe bei kurzen Funken zwischen Spitzen. Am besten zeigte sich die Wirkung bei Funken zwischen Kugeln, und hier wiederum ist sie am auffälligsten bei kurzen Funken. Man benutzt für die Versuche mit Vortheil Funken von 1 mm Länge zwischen Kugeln von 5—10 mm Durchmesser. Doch habe ich auch noch auf Funken von 2 cm Länge eine Einwirkung deutlich wahrgenommen. Vielleicht ist sogar die absolute Verlängerung, welche solche Funken erfahren, ebenso gross wie diejenige kurzer Funken, aber ihre relative Verlängerung ist jedenfalls viel kleiner, und die Wirkung verschwindet daher in den Unterschieden, welche sich zwischen den einzelnen Entladungen des Inductoriums finden. Einen merklichen Einfluss des Stoffes der Pole habe ich nicht gefunden. Ich untersuchte die Funken zwischen Polen von Kupfer, Messing, Eisen, Aluminium, Zinn, Zink, Blei. Am ehesten schien dem Eisen ein geringer Vorzug vor den übrigen Metallen in Bezug auf die Empfindlichkeit des Funkens zuzukommen. Die Pole müssen rein und glatt sein, sind sie verunreinigt oder durch langen Gebrauch stark corrodirt, so versagt wohl die Wirkung.

7. Die Beziehung zwischen den beiden Funken ist eine reciproke. Es soll damit gesagt sein, dass nicht nur der grössere und kräftigere Funke die Schlagweite des kleineren vergrössert, sondern dass auch umgekehrt der kleinere Funke begünstigend auf die Schlagweite des grossen einwirkt. Stellt man nämlich in unserer bisherigen Versuchsanordnung das Funkenmikrometer so ein, dass die Entladung in ihm mit Sicherheit übergeht, den

Auslader aber auf solche Entfernung, dass die Entladungen des grossen Inductoriums eben versagen, so findet man, dass diese Entladungen nun durch Annäherung des Funkenmikrometers wieder hervorgerufen werden, dass aber Einschieben einer Platte diese Wirkung wieder aufhebt. Selbstverständlich muss dabei der Funke des grossen Inductoriums ein empfänglicher sein, und die Einwirkung ist dabei nicht so auffällig wie vorher, nach Maassgabe der geringeren Empfindlichkeit langer Funken. Sind beide Inductorien an der Grenze ihrer Schlagweite, so treten Complicationen ein, welche mit dem vorliegenden Gegenstand wahrscheinlich nichts zu thun haben.[1]) Eine Auslösung langer Funken durch andere sehr viel kürzere hat man häufig Gelegenheit zu beobachten, und ein Theil dieser Erscheinungen dürfte sich gewiss auf die hier untersuchte Wirkung zurückführen lassen. Stellt man die Entladungen eines Inductoriums zwischen Kugeln her und zieht die Kugeln bis zum Versagen des Funkens auseinander, so tritt der Funkenstrom wieder auf, wenn man einer der Polkugeln einen isolirten Leiter nähert und mittelst desselben kleine Seitenfunken zieht. Ich habe mich auf das bestimmteste überzeugt, dass hierbei die Seitenentladung die Rolle eines activen Funkens im Sinne der gegenwärtigen Untersuchung übernimmt. Es genügt auch die Berührung einer der Polkugeln mit einem Nichtleiter oder die Annäherung einer Spitze bis auf einige Entfernung, um die gleiche Wirkung hervorzurufen. Es erscheint wenigstens möglich, dass die kaum sichtbare Seitenentladung über die Oberfläche des Nichtleiters und von der Spitze aus die Rolle eines activen Funkens spielt.

8. Die Wirkung des activen Funkens breitet sich nach allen Seiten geradlinig und unter Strahlenbildung aus, genau nach den Gesetzen der Lichtbewegung. Man mache die Längsaxe der beiden in Betracht kommenden Funken senkrecht gegen die Horizontale und schiebe nun eine Platte mit senkrechter Begrenzung langsam von der Seite her zwischen die Funken ein. Man findet, dass die Wirkung des activen Funkens nicht allmählich, sondern plötzlich bei einer bestimmten Stellung der Platte aufgehoben wird. Visirt man nun vom Orte des passiven Funkens an der Kante der Platte entlang, so findet man, dass

[1]) [Siehe Anmerkung 8 am Schluss des Buches.]

der active Funke eben von der Platte bedeckt ist. Stellt man die Platte mit senkrechter Kante zwischen die beiden Funken und zieht sie langsam seitwärts heraus, so tritt bei einer ganz bestimmten Stellung die Wirkung ein, und man findet alsdann, dass nun der active Funke vom Ort des passiven Funkens aus eben neben der senkrechten Kante sichtbar geworden ist. Stellt man zwischen die Funken eine Platte mit schmalem senkrechten Spalte und bewegt sie hin und her, so findet man, dass nur bei einer ganz bestimmten Stellung die Wirkung hindurchgeht, nämlich dann, wenn der active Funke durch den Spalt hindurch vom Ort des passiven Funkens aus sichtbar ist. Schiebt man mehrere Platten mit derartigen Spalten hintereinander ein, so findet man, dass bei bestimmter Stellung die Wirkung durch alle hinter einander hindurchgeht. Sucht man durch Probiren diese Stellungen auf, so findet man schliesslich, am einfachsten natürlich durch Visiren, dass alle Spalten in der durch die beiden Funken gelegten Verticalebene liegen. Stellt man in einiger Entfernung vom activen Funken eine Platte auf mit beliebig gestalteter Oeffnung, und bestimmt hinter der Platte durch Hin- und Herbewegen des passiven Funkens die Grenze des Raumes, in welchem sich die Wirkung geltend macht, so erhält man als Grenze eine Kegelfläche, welche durch den Ort des activen Funkens als Spitze und die Grenze der Oeffnung gegeben ist. Stellt man vor den activen Funken in einiger Entfernung eine kleinere Platte auf, so findet man durch Hin- und Herbewegen des passiven Funkens, dass die Platte die Wirkung des activen Funkens genau in demjenigen Raume aufhebt, welchen sie vor dem Lichte des Funkens schützt. Es erscheint fast selbstverständlich, dass die Wirkung nicht allein im Schlagschatten fremder Körper aufgehoben ist, sondern auch im Eigenschatten der Polkugeln des passiven Funkens. In der That, drehen wir den letzteren so, das seine Längsrichtung mit derjenigen des activen Funkens zwar in der gleichen Ebene bleibt, aber aus der parallelen Stellung in die senkrechte übergeht, so fällt die Wirkung fort.

9. Die meisten festen Körper halten die Wirkung des activen Funkens auf, jedoch nicht alle; einzelne feste Körper sind durchlässig für dieselbe. Als undurchlässig erwiesen sich alle Metalle, welche ich prüfte, auch in dünnen Blechen; ferner Paraffin, Siegellack, Harze, Hartgummi, Kautschuk; alle Arten gefärbten

und ungefärbten, geschliffenen und ungeschliffenen, dicken und dünnen Glases, Porzellan, Steingut; Holz, Pappe, Papier; Elfenbein, Horn, thierische Haut, Federn; endlich Achat und in bemerkenswerther Weise Glimmer, sogar in äussert dünnen Blättchen. Eine Abweichung von diesem Verhalten aber fand sich bei weiterer Untersuchung der Krystalle. Einzelne derselben zeigten sich zwar ebenfalls undurchlässig, wie Kupfervitriol, Topas, Amethyst; andere aber liessen die Wirkung, wenn auch abgeschwächt, hindurch, wie krystallisirter Zucker, Alaun, Doppelspath, Steinsalz; einzelne endlich zeigten sich fast völlig durchlässig, so Gyps (Marienglas) und vor allen der Bergkrystall, welcher noch in Schichten von mehreren Centimetern Dicke die Wirkung kaum schädigte. Die Versuche werden zweckmässig in folgender Weise angeordnet. Man stellt den passiven Funken in wenigen Centimetern Entfernung vom activen Funken auf und bringt den ersteren auf seine maximale Länge. Man schiebt nun den zu untersuchenden Körper ein. Wird dadurch der Funkenstrom nicht unterbrochen, so ist der Körper sehr durchlässig. Wird der Funkenstrom aber unterbrochen, so verringert man seine Schlagweite, bis er eben wieder zu Stande kommt. Man schaltet nun noch ausser dem zu untersuchenden Körper eine undurchlässige Platte ein. Unterbricht oder schwächt dieselbe den Funkenstrom nochmals, so war der Körper wenigstens theilweise durchlässig; hat die Platte keinen Einfluss mehr, so war er vollkommen undurchlässig. Mit der Dicke der eingeschalteten Körper nimmt ihre Einwirkung zu, und kann dieselbe füglich als eine Absorption der Wirkung des activen Funkens bezeichnet werden; doch zeigten auch die theilweise absorbirenden Körper ihren Einfluss meist schon in sehr dünnen Schichten.

10. Auch die Flüssigkeiten erweisen sich zum Theil durchlässig, zum Theil undurchlässig für die Wirkung. Für die Versuche wurde der active Funke etwa 10 cm senkrecht oberhalb des passiven angebracht und zwischen beiden ein flaches Gefäss aufgestellt, dessen ebener Boden aus einer kreisrunden, 4 mm dicken Platte von Bergkrystall bestand. In dies Gefäss wurde eine mehr oder weniger tiefe Schicht der Flüssigkeit eingegossen und ihr Einfluss alsdann beurtheilt, wie oben derjenige der festen Körper. Als auffällig durchlässig erwies sich das Wasser, welches selbst bei einer Tiefe von 5 cm die Wirkung kaum beein-

trächtigte. Durchlässig in dünneren Schichten waren auch concentrirte reine Schwefelsäure, Alkohol, Aether. Theilweise durchlässig zeigten sich reine Salzsäure, reine Salpetersäure, Salmiakgeist. Fast völlig oder völlig undurchlässig waren geschmolzenes Paraffin, Benzol, Petroleum, Schwefelkohlenstoff, Lösung von Schwefelammonium, ferner stark gefärbte Flüssigkeiten, wie Fuchsinlösung, Lösung von übermangansaurem Kali etc. Ein Interesse gewährten auch die Versuche mit Salzlösungen. In das Gefäss von Bergkrystall wurde eine Wasserschicht von 1 cm Tiefe gebracht, dieser tropfenweise die concentrirte Salzlösung zugesetzt, umgerührt und die Wirkung beobachtet. Von manchen Salzen genügte der Zusatz weniger, ja eines Tropfens, um den passiven Funken zum Verlöschen zu bringen. So beim Quecksilbernitrat, dem unterschwefligsauren Natron, dem Bromkalium, dem Jodkalium. Bei Zusatz von Kupfer- und Eisensalzen trat die Auslöschung des passiven Funkens ein, ehe noch die Färbung des Wassers deutlich wahrnehmbar wurde. In etwas grösserer Menge zugefügt, übten eine Wirkung aus die Lösungen von Salmiak, Zinkvitriol, Kochsalz.[1]) Dagegen waren selbst in concentrirter Lösung noch gut durchlässig schwefelsaures Kali, schwefelsaures Natron, schwefelsaure Magnesia.

11. Dass einzelne Gase für die Wirkung selbst auf grössere Strecken hin durchgängig sind, ist schon aus den in Luft ausgeführten Versuchen ersichtlich. Einzelne Gase sind nun aber auch für die Wirkung in hohem Grade undurchlässig. Für die Versuche wurde zwischen den activen und den passiven Funken ein 20 cm langes Glasrohr von $2^1/_2$ cm Durchmesser eingeschaltet, welches beiderseitig durch dünne Quarzplatten verschlossen war, und durch welches mit Hilfe zweier seitlicher Zuleitungen beliebige Gase durchgeleitet werden konnten. Ein Diaphragma liess der Wirkung nur den Weg durch das Glasrohr offen. Wasserstoff ergab keinen merklichen Unterschied gegen Luft. Auch die Füllung des Rohres mit Kohlensäure hielt den Durchgang der Wirkung kaum nachweisbar auf. Wurde aber Leuchtgas eingeleitet, so setzte der Funkenstrom des passiven

[1]) Nach meinen Versuchen absorbirt eine concentrirte Kochsalzlösung stärker als krystallisirtes Steinsalz. Dies Resultat erscheint zu auffällig, um nicht einer Bestätigung zu bedürfen.

Funkens sofort aus. Wurde das Leuchtgas durch Luft vertrieben, so setzte der Funke wieder ein, und dieser Versuch liess sich mit vollkommener Regelmässigkeit wiederholen. Schon die Einleitung von Luft, welche mit etwas Leuchtgas vermischt war, erwies sich als schädigend für die Wirkung. Es genügt daher auch ein viel kürzerer Weg durch das Leuchtgas, um die Wirkung aufzuheben. Lässt man zwischen den beiden Funken einen Strahl von Leuchtgas von 1 cm Durchmesser frei in die Luft austreten, so ist auf der dem activen Funken abgekehrten Seite des Strahles sehr deutlich sein Schatten, d. h. eine mehr oder weniger vollständige Aufhebung der Wirkung des activen Funkens wahrzunehmen. Die braunen Dämpfe der Untersalpetersäure zeigen eine ähnlich kräftige Absorption wie das Leuchtgas. Auch bei ihnen bedarf es nicht des Rohres mit den Quarzplatten zum Nachweis derselben. Hingegen absorbiren Chlor, Bromdampf und Joddampf zwar auch, aber durchaus nicht im Verhältniss ihrer Undurchsichtigkeit. Wurde so viel Bromdampf in das Rohr geleitet, dass dasselbe schon merklich gefärbt erschien, so war noch keine absorbirende Thätigkeit erkennbar, wurde der Bromdampf so dicht, dass der active Funke nur noch eben mit dunkelrother Farbe durch das Rohr sichtbar war, so ging immer noch ein Rest der Wirkung hindurch.

12. Bei Verdünnung der Luft um den passiven Funken wächst, wenigstens bis zu einem gewissen Grade der Verdünnung, die Stärke der Wirkung. Letztere ist dabei gemessen gedacht durch den Unterschied der Länge des geschützten und des ungeschützten Funkens. In den Versuchen wurde der passive Funke erzeugt unter einer Luftpumpenglocke zwischen zwei Polenden, welche verstellbar die Wandung der Glocke durchsetzten. Der active Funke wirkte von aussen durch ein in die Glocke eingesetztes Fenster aus Bergkrystall. Es wurde nun bei derselben Stromstärke, aber verschiedenem Luftdruck die maximale Funkenlänge beobachtet, einmal, wenn das Fenster offen, das andere mal, wenn es bedeckt war. Die folgende Tabelle darf als Typus des Verlaufs angesehen werden.

Luftdruck in mm Hg	Länge des passiven Funken bei verschlossenem Fenster in mm	Länge des passiven Funken bei offenem Fenster in mm	Unterschied
760	0,8	1,5	0,7
500	0,9	2,3	1,4

Luftdruck in mm Hg	Länge des passiven Funken bei verschlossenem	offenem Fenster in mm	Unterschied
300	1,0	3,7	2,7
100	2,0	6,2	4,2
80	sehr gross	sehr gross	unbestimmt

Wie man sieht, wuchs bei abnehmendem Druck die Länge des unbeeinflussten Funkens nur sehr langsam, die des beeinflussten schneller, der Unterschied beider nahm zu. Bei einem gewissen Druck aber breitete sich das blaue Glimmlicht über eine grössere Fläche der Kathode aus, die Schlagweite wurde sehr gross, die Entladung nahm einen anderen Charakter an, und eine Beeinflussung durch den activen Funken war nicht mehr wahrzunehmen.

13. Die Erscheinung zeigt sich auch dann, wenn die Funken anstatt in Luft in einem anderen Gase entstehen; auch dann, wenn die beiden Funken in zwei verschiedenen Gasen sich bilden. In den Versuchen wurden die beiden Funken in zwei getrennten kleinen tubulirten Glasgefässen erzeugt, welche durch Bergkrystallplatten verschlossen waren und mit verschiedenen Gasen gefüllt werden konnten. Die Versuche wurden hauptsächlich angestellt, weil gewisse Beobachtungen die Vermuthung nahe legten, dass der Funke in einem bestimmten Gase wesentlich nur auf einen anderen Funken in dem gleichen Gase wirke, und es wurden deshalb die vier Gase Wasserstoff, Luft, Kohlensäure, Leuchtgas in den sechzehn möglichen Combinationen geprüft. Das Hauptresultat war, dass jene Vermuthung als eine irrthümliche erkannt wurde. Es darf vielmehr behauptet werden: Als active Funken benutzt, zeigen die Funken in verschiedenen Gasen keinen grossen Unterschied in ihrer Wirksamkeit, als passive Funken benutzt, zeigen sie hingegen einen beträchtlichen Unterschied in der Empfänglichkeit. Die Funken in Wasserstoff erfuhren unter übrigens gleichen Umständen eine merklich grössere Verlängerung als die in der Luft, diese wieder eine etwa doppelt so grosse als die in Kohlensäure und Leuchtgas. Der Wirkung der Absorption wurde allerdings in diesen Versuchen keine Rechnung getragen, da sie bei Anstellung der Versuche noch unbekannt war; nur beim Leuchtgas dürfte dieselbe merklichen Einfluss gehabt haben.

14. Nicht alle Theile des passiven Funkens sind gleichmässig an der Wirkung betheiligt; die Wirkung betrifft die Nähe

der Pole, hauptsächlich die Nähe des negativen Pols.[1]) Man zeigt dies, indem man dem passiven Funken eine Länge von 1—2 cm giebt, sodass man die verschiedenen Theile getrennt beschatten kann. Eine Beschattung der Anode hat einen geringeren Einfluss, eine Beschattung der Kathode hebt den grössten Theil der Wirkung auf. Durch die Undeutlichkeit der Erscheinung an langen Funken ist die Constatirung der Thatsache etwas erschwert. Bei kurzen Funken, bei welchen eine gesonderte Beschattung der einzelnen Theile nicht möglich ist, lässt sich die Behauptung in folgender Weise illustriren. Man stellt den passiven Funken parallel dem activen auf und dreht ihn nun nach rechts und nach links aus der parallelen in die senkrechte Lage, bis die Wirkung erlischt. Man findet, dass man in dem einen Sinne einen grösseren Spielraum hat, als in dem anderen, und zwar ist diejenige Drehung im Vortheil, bei welcher dem activen Funken die Kathode zugewandt, diejenige im Nachtheil, bei welcher die Kathode abgewandt wird. Ob die Einwirkung ausschliesslich oder nur zum grössten Theil an der Kathode stattfindet, habe ich nicht mit Sicherheit zu entscheiden vermocht.

15. Die Wirkung des activen Funkens wird von den meisten Oberflächen reflectirt. Von polirten Oberflächen erfolgt die Reflexion nach den Gesetzen der regelmässigen Lichtreflexion. Für die gröberen Versuche wurde der active Funke vor der einen Oeffnung eines 50 cm langen, 1 cm weiten, beiderseits offenen Glasrohres angebracht, welches eine grössere Pappscheibe durchsetzte, sodass nur durch das Rohr hindurch die Wirkung die Scheibe passiren konnte. Wurde nun hinter der zweiten Oeffnung des Rohres der passive Funke hin und her bewegt, so zeigte sich ein Einfluss auf ihn lediglich in der Verlängerung des Hohlraumes des Rohres; hier aber zeigte sich ein weit kräftigerer Einfluss, als wenn das Rohr entfernt und nur das Diaphragma beibehalten wurde. Die letztere Erscheinung war der Anlass zur Benutzung des Rohres, sie deutet selbst bereits auf eine Reflexion an den Wänden desselben. Das Funkenmikrometer wurde nun seitlich von dem aus dem Rohre austretenden Strahle so aufgestellt, dass die Längsrichtung des Funkens parallel mit der

---

[1]) [Siehe Anmerkung 9 am Schluss des Buches.]

Richtung des Strahles war. Brachte man nun den Funkenstrom im Mikrometer eben zum Versagen, so trat er wieder auf, wenn eine ebene Oberfläche unter 45° gegen den Strahl geneigt, so in denselben hineingehalten wurde, dass sie nach dem gewöhnlichen Reflexionsgesetz den Strahl auf den passiven Funken werfen musste. Die Reflexion zeigte sich mehr oder weniger an Glas, Krystallen, den Metallen, auch wenn diese Körper nicht besonders blank waren, ebenso auch an Körpern wie Porzellan, polirtes Holz, weisses Papier. Von einer stark berussten Glasplatte erhielt ich keine Reflexion.

Bei den feineren Versuchen wurde der active Funke so eingerichtet, dass er eine senkrechte gerade Linie bildete, in geringer Entfernung von ihm wurde eine grössere Platte mit senkrechtem Spalt aufgestellt, hinter welcher polirte ebene Spiegel von verschiedenen Metallen, von Glas und Bergkrystall angebracht wurden. Durch Bewegen des passiven Funkens wurden alsdann die Grenzen desjenigen Raumes ermittelt, in welchem sich hinter dem Spalt die Wirkung geltend machte. Diese Grenzen waren völlig scharfe, sie fielen stets zusammen mit den Grenzen desjenigen Raumes, in welchem das Spiegelbild des Funkens sichtbar war. Bei nicht polirten Körpern liessen sich diese Versuche wegen der Schwäche der Wirkung nicht ausführen, es ist zu vermuthen, dass bei solchen Körpern die Reflexion eine diffuse ist.

16. Beim Uebergang aus Luft in ein festes durchlässiges Medium zeigt die Wirkung des activen Funkens eine der Brechung des Lichtes analoge Erscheinung, doch wird die Wirkung stärker gebrochen, als das sichtbare Licht. Für die gröberen Versuche diente wieder das bei den Reflexionsversuchen benutzte Glasrohr. Wurde der passive Funke in etwa 30 cm Entfernung von der dem activen Funken abgewandten Oeffnung des Rohres in dem austretenden Strahle aufgestellt und nun unmittelbar an der Oeffnung von der Seite her ein Quarzprisma mit der brechenden Kante voran in den Strahl eingeschoben, so erlosch, trotz der Durchlässigkeit des Quarzes, der Einfluss auf den passiven Funken, sobald das Prisma die Oeffnung des Rohres bedeckte. Bewegte man alsdann aber den Funken im Kreise um das Prisma herum nach der Seite hin, nach welcher das Prisma den Lichtstrahl ablenkte, so kam man bald zu Orten, an welchen sich der Ein-

fluss wieder zeigte. Stellte man den passiven Funken nun dort auf, wo der Einfluss am kräftigsten sich zeigte, und visirte von dort aus durch das Prisma nach dem Rohr, so vermochte man nicht das Innere des Rohres und den aktiven Funken am Ende desselben zu erblicken; um durch das Rohr hindurch den activen Funken zu sehen, musste man das Auge um eine ganz merkliche Strecke gegen die ursprüngliche Lage der Funken zurückbewegen. Ebenso zeigte sich die Erscheinung bei Verwendung eines Steinsalzprismas. In den feineren Versuchen wurde wiederum der active Funke senkrecht gestellt und in einiger Entfernung von ihm ein senkrechter Spalt angebracht, hinter welchem das Prisma sich befand. Wurde der active Funke durch Einschalten einer Leydener Flasche leuchtend gemacht, so liess sich leicht der vom Lichte erfüllte Raum hinter dem Prisma bestimmen. Mit Hülfe des passiven Funkens konnte der von der hier besprochenen Wirkung erfüllte Raum begrenzt werden. Fig. 19 giebt das so unmittelbar durch die Versuche erhaltene Resultat im Grundriss in $^1/_2$ der natürlichen Grösse. Der Raum *a b c d* ist der vom Lichte, der Raum *a′ b′ c′ d′* der von unserer Wirkung erfüllte. Da die Grenzen des letzteren Raumes hier keine scharfen waren, so sind die Strahlen *a′ b′* und *c′ d′* in folgender Weise ermittelt. Der passive Funke wurde an einem entfernteren Punkte, etwa *c′*, an der Grenze des beeinflussten Gebietes aufgestellt. Es wurde alsdann von der Seite her ein Schirm *m n* (Fig. 19) mit senkrechter Kante so weit vorgeschoben, bis er den Einfluss eben aufhob. Der Ort *m* seiner Kante gab alsdann einen Punkt des Strahles *c′ d′*. Bei anderen Versuchen wurde unter Benutzung

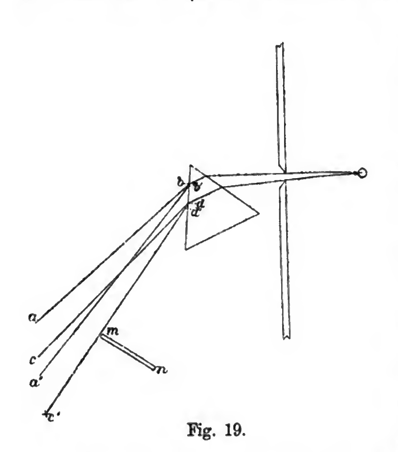


Fig. 19.

eines Prismas von kleinem brechenden Winkel die Entfernung des Funkens vom Spalt so gross und die Breite des Spaltes so klein genommen, als es die Wahrnehmbarkeit der Wirkung irgend gestattete. Das sichtbare Licht war alsdann in ein schmales Spectrum ausgebreitet, und die Wirkung des activen Funkens zeigte sich in einem nicht sehr ausgedehnten Raume, welcher merklich stärker als das sichtbare Violett abgelenkt war. Fig. 20 zeigt die Verhältnisse, wie sie unmittelbar auf der Grundlage

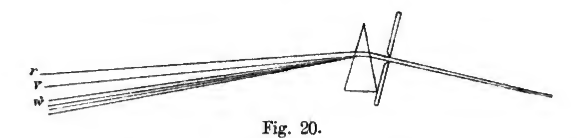


Fig. 20.

des Prismas aufgezeichnet wurden, *r* ist die Richtung der rothen, *v* die Richtung der violetten Strahlen, *w* ist diejenige Richtung, in welcher sich der Einfluss der Wirkung des activen Funkens am stärksten geltend machte.

Ob eine Doppelbrechung der Wirkung stattfindet, habe ich nicht constatiren können. Meine Quarzprismen gestatteten keine hinreichende Trennung der Strahlen, meine Kalkspathstücke erwiesen sich als zu undurchlässig.[1])

17. Nach Kenntniss des bisher Mitgetheilten wird man darin einig sein, dass bis zum Beweise des Gegentheils das Licht des activen Funkens als die nächste Ursache der von ihm ausgehenden Wirkung betrachtet werden müsse. Jeder anderen Muthmassung, welche auf Bekanntes zurückgeht, wird durch den einen oder den anderen Versuch widersprochen. Ist aber die beobachtete Erscheinung überhaupt eine Wirkung des Lichtes, so ist sie doch nach Ergebniss der Brechungserscheinungen lediglich eine solche des ultravioletten Lichtes. Dass sie nicht eine solche der sichtbaren Lichtarten ist, wird schon durch den Umstand bewiesen, dass Glas und Glimmer für jene undurchlässig, für diese durchlässig sind. Dass hingegen die Wirkung eine solche des ultravioletten Lichtes sei, wird durch die Absorptionserschei-

---

1) [Siehe Anmerkung 10 am Schluss des Buches].

nungen an sich wahrscheinlich gemacht. Wasser, Bergkrystall, die Sulfate der Leichtmetalle sind hervorragend durchlässig für ultraviolettes Licht und für die hier untersuchte Wirkung; Benzol und verwandte Körper sind in auffälliger Weise undurchlässig für beide. Uebrigens scheinen die in unseren Versuchen wirksamen Strahlen an der äussersten Grenze des bisher untersuchten Spectrums zu liegen. Wenigstens ging das auf empfindlichen, käuflichen Trockenplatten aufgenommene Spectrum des Funkens kaum bis zu der Stelle, an welcher die stärkste Einwirkung auf den passiven Funken stattfand. Auch zeigte sich in der Photographie kaum ein Unterschied, ob nun das Licht durch Leuchtgas hindurchgegangen war oder nicht, während der Unterschied in der Wirkung auf den Funken ein sehr grosser war. Fig. 21 zeigt die Ausdehnung einiger aufgenommenen Spectren. Unter *a* ist in *r* der Ort des sichtbaren Roth, unter *v* derjenige des sichtbaren Violett, unter *w* derjenige der stärksten Wirkung auf den passiven Funken angegeben. Die übrigen Reihen geben die Breite und Lage der photographischen Eindrücke, *b* nach dem Durchgang lediglich durch Luft und Quarz, *c* nach dem Durchgang durch Leuchtgas, *d* nach dem Durchgang durch eine dünne Glimmerplatte, *e* nach dem Durchgang durch Glas.

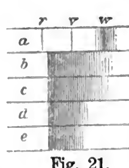


Fig. 21.

18. Unsere Annahme, dass die vorliegende Wirkung dem Lichte zuzuschreiben sei, erhält eine Bestätigung durch die Erfahrung, dass die gleiche Wirkung auch durch eine Reihe der gewöhnlichen Lichtquellen hervorgerufen werden kann. Freilich giebt die Lichtstärke im gewöhnlichen Sinne des Wortes durchaus keinen Maassstab für die Wirksamkeit, und es bleibt für unsere Versuche der schwach sichtbare Funke des Inductoriums eine der wirksamsten Lichtquellen. Lässt man den Funkenstrom eines beliebigen Inductoriums zwischen Kugeln übergehen, zieht die Kugeln so weit auseinander, dass der Funke eben versagt, und nähert nun die Flamme einer Kerze bis auf etwa 8 cm, so setzt der Funkenstrom wieder ein. Man wird zunächst der heissen Luft der Flamme die Wirkung zuschreiben; bemerkt man aber, dass ein kleines und dünnes eingeschobenes Glimmerblättchen die Wirkung aufhebt, eine viel grössere Quarzplatte aber dieselbe

nicht aufhebt, so wird man die hier untersuchte Wirkung wiedererkennen. Wie die Kerze wirken alle verwandten Flammen von Gas, Holz, Benzin u. s. w. Auch die nichtleuchtende Flamme des Alkohols und des Bunsen'schen Brenners erweisen sich wirksam, und bei der Kerzenflamme scheint die Wirkung mehr von dem unteren, nichtleuchtenden Theil, als von dem oberen, leuchtenden auszugehen. Von einer kleinen Wasserstoffflamme war kaum eine Wirkung zu erhalten. Ferner erwiesen sich unwirksam das Licht des in der Flamme oder galvanisch weissglühenden Platins, eine kräftige, in nächster Nähe des Funkens angezündete Phosphorflamme, brennendes Natrium und Kalium. Brennender Schwefel zeigte ebenfalls keinen Einfluss, doch wohl nur wegen der geringen Intensität seiner Flamme, denn die Flamme des Schwefelkohlenstoffs zeigte einige Wirkung. Eine weit kräftigere Wirkung als alle bisher genannten Lichtquellen zeigte das Magnesiumlicht, sein Einfluss machte sich in dem Abstand eines Meters geltend. Etwas schwächer und bis auf eine Entfernung eines halben Meters wirkend war das Drummond'sche Kalklicht, erzeugt mit Hülfe eines Leuchtgas-Sauerstoff-Gebläses, doch dürfte die Wirkung wesentlich der Gebläseflamme zukommen; ob nämlich der Kalkcylinder in die Flamme gebracht wurde oder nicht, machte keinen grossen Unterschied. Vom Sonnenlicht erhielt ich niemals eine unzweideutige Wirkung, zu welcher Zeit des Tages und des Jahres ich bisher auch zu prüfen Gelegenheit hatte. Concentrirte ich das Sonnenlicht mit Hülfe einer Quarzlinse auf den Funken, so war eine geringe Wirkung vorhanden, doch war eine solche auch mit Hülfe einer Glaslinse zu erhalten und dürfte deshalb der Erwärmung zugeschrieben werden. Von allen Lichtquellen aber ist weitaus die wirksamste der elektrische Lichtbogen, er ist zugleich die einzige, welche mit dem Funken wetteifern kann. Zieht man die mit Kugeln versehenen Pole eines Inductoriums so weit auseinander, dass der Funke eben nicht mehr übergeht, und entzündet in 1, 2, 3, ja 4 m Abstand den Lichtbogen, so entsteht gleichzeitig mit ihm wieder der Funkenstrom und versagt auch wieder, wenn der Lichtbogen erlischt. Durch eine enge, vor dem Lichtbogen aufgestellte Oeffnung kann man das violette Licht des schwachleuchtenden eigentlichen Bogens von dem der weissglühenden Kohlen trennen; man findet, dass der Einfluss im wesentlichen

schon von dem ersteren ausgeht. Mit dem Lichte des elektrischen Bogens habe ich einen grossen Theil der früher beschriebenen Versuche wiederholt, so die Versuche über die geradlinige Ausbreitung, die Reflexion, die Brechung der Wirkung, sowie die Absorption derselben durch Glas, Glimmer, Leuchtgas und andere Körper.

Nach den Resultaten unserer Versuche hat das ultraviolette Licht die Fähigkeit, die Schlagweite der Entladungen eines Inductoriums und verwandter Entladungen zu vergrössern. Die Verhältnisse, unter welchen es bei derartigen Entladungen seine Wirkung äussert, sind freilich recht complicirte, und es ist also wünschenswerth, die Wirkung auch unter einfacheren Bedingungen, insbesondere unter Vermeidung des Inductoriums zu studiren. Bei dem Versuche, nach dieser Hinsicht Vortheile zu erlangen, bin ich auf Schwierigkeiten gestossen.[1] Ich beschränke mich deshalb gegenwärtig darauf, die festgestellten Thatsachen mitzutheilen, ohne eine Theorie über die Art, wie die beobachteten Erscheinungen zu Stande kommen, zu versuchen.

---

[1]) [Siehe Anmerkung 11 am Schluss des Buches].

5. Ueber die Einwirkung einer geradlinigen elektrischen Schwingung auf eine benachbarte Strombahn.

(Wiedemanns Ann. **34**, p. 155. 1888.)

In einem früheren Aufsatze[1]) habe ich gezeigt, in welcher Weise man in einem geradlinigen, ungeschlossenen Leiter die diesem Leiter eigenthümliche elektrische Grundschwingung erregen kann. Ich habe auch gezeigt, dass eine solche Schwingung in einem benachbarten, fast geschlossenen Stromkreise eine sehr kräftige Inductionswirkung ausübt, sobald der letztere Kreis von gleicher Schwingungsdauer mit der erregenden Schwingung ist. Da ich diese Wirkungen zu weiteren Untersuchungen zu benutzen gedachte, so verfolgte ich die Erscheinung durch die verschiedenen Lagen, welche der secundäre Kreis gegen den erregenden Strom einnehmen kann. Die über eine geschlossene Strombahn berechnete Integralwirkung der Induction eines Stromelementes ist durch die bestehende Elektrodynamik eindeutig bestimmt. Da nun unsere secundäre Strombahn bis auf eine ausserordentlich kurze Funkenstrecke geschlossen ist, so vermuthete ich, dass diese Integralwirkung genügen würde, die neuen Erscheinungen zu erklären, doch fand ich, dass ich mich getäuscht hatte. Um zu einem Verständniss der nicht ganz einfachen Ergebnisse des Versuches zu gelangen, ist es nöthig, auch den secundären Kreis in jeder Hinsicht als ungeschlossenen Strom aufzufassen. Es genügt demgemäss nicht, auf die Integralkraft der Induction Rücksicht zu nehmen, sondern man muss die Vertheilung der Kraft auf die einzelnen Theile des Kreises beachten, und darf

---

[1]) Siehe No. 2, Seite 32.

auch die elektrostatische Kraft, welche von den sich ladenden Enden der Schwingung ausgeht, nicht ausser Rechnung lassen. Ursache hiervon ist die Geschwindigkeit, mit welcher in diesen Versuchen die Kräfte ihr Zeichen ändern. Eine sich langsam ändernde elektrostatische Kraft vermöchte auch bei grösster Intensität in unserem secundären Leiter keinen Funken hervorzurufen, weil die freie Elektricität des Leiters sich so vertheilen könnte und vertheilen würde, dass sie die äussere Kraft aufhöbe; in unseren Versuchen aber ändert sich die Richtung der Kraft so schnell, dass die Elektricität keine Zeit hat, jene Vertheilung anzunehmen.

Es ist für die Darstellung bequem, die Theorie vorauszusenden und an der Hand derselben die Erscheinungen zu besprechen, und ich werde deshalb diesen Weg einschlagen. Doch ist der logische Zusammenhang der entgegengesetzte, denn die mitgetheilten Thatsachen stehen fest unabhängig von der Theorie, und die entwickelte Theorie soll mehr in den Thatsachen, als in den gegebenen Erläuterungen ihre Stütze finden.

Der Apparat.

Bevor wir zur Entwickelung der Theorie schreiten, seien einige Worte den Apparaten gewidmet, mit welchen die Versuche ausgeführt wurden, und auf welche sich daher zunächst die Theorie bezieht. Der primäre Leiter bestand aus einem geraden Kupferdraht von 5 mm Durchmesser, an dessen Enden zwei aus Zinkblech gefertigte Kugeln von 30 cm Durchmesser befestigt waren. Der Abstand der Mittelpunkte der letzteren betrug 1 m. In der Mitte war der Draht durch die $^3/_4$ cm lange Funkenstrecke unterbrochen, in welcher durch die möglichst kräftigen Entladungen eines grossen Inductoriums die Schwingungen erregt wurden. Die Richtung des Drahtes war horizontal, auch wurden die Versuche nur in der Nähe der durch den Draht gelegten Horizontalebene angestellt. Es ist dies keine Beschränkung der Allgemeinheit, da die Erscheinungen in jeder durch den Draht gelegten Meridianebene die gleichen sein müssen. Die secundäre Strombahn, aus einem 2 mm starken Drahte gebildet, hatte die Gestalt eines Kreises von 35 cm Radius, welcher bis auf die kurze, durch eine Mikrometerschraube regulirbare Funkenstrecke geschlossen war. Die Kreisform war im Gegen-

satz zu den früheren Versuchen aus folgendem Grunde gewählt. Schon die ersten Versuche hatten gezeigt, dass die Funkenlänge in verschiedenen Punkten des secundären Leiters verschieden gross ausfiel, wenn auch der Leiter als Ganzes nicht aus seiner Lage gerührt wurde. Bei Wahl der Kreisform war nun das Anbringen der Funkenstrecke in den verschiedenen Punkten in einfachster Weise möglich. Es war nämlich, um diese Aenderung auf das bequemste vornehmen zu können, der Kreis drehbar auf einer Axe befestigt, welche durch seinen Mittelpunkt ging und senkrecht auf seiner Ebene stand. Diese Axe wurde in verschiedenen Holzgestellen in solcher Weise befestigt, wie es für die jedesmaligen Versuche nöthig war.

Bei den gewählten Dimensionen war der secundäre Kreis sehr nahezu in Resonanz mit dem primären. Die genauere Abstimmung erfolgte durch kleine Metallbleche, welche zur Vermehrung der Capacität an den Polen angelöthet waren und bis zur Erreichung einer maximalen Funkenlänge vergrössert oder verkleinert wurden.

Zerlegung der auf den secundären Kreis wirkenden Kräfte.

Wir nehmen an, dass in jedem Punkte die elektrische Kraft, ohne ihre Richtung zu verändern, als einfache periodische Funktion der Zeit hin und her schwankt; auch nehmen wir an, dass diese Schwankung in allen Punkten gleiche Phase habe. Wenigstens für die Nähe des primären Leiters trifft das zu, und wir beschränken uns zunächst auf die Nähe. Wir bestimmen einen Punkt des secundären Kreises durch seinen im Kreise gemessenen Abstand s von der Funkenstrecke und nennen Σ die Componente der elektrischen Kraft, welche zu beliebiger Zeit im Punkte s in der Richtung des Kreiselementes ds wirkt. Dann ist Σ eine Function von s, welche nach Durchlaufung der ganzen Kreislänge S wieder zu ihrem Anfangswerthe zurückkehrt. Es giebt also eine Entwickelung von Σ nach Kreisfunctionen, deren Anfang ist:

$$\Sigma = A + B \cos 2\pi s / S + \ldots\ldots + B' \sin 2\pi s / S + \ldots\ldots$$

Die höheren Glieder berücksichtigen wir nicht. Sie bewirken, dass unsere Folgerungen nur angenähert gelten, insbesondere, dass in solchen Lagen, in welchen wir auf Verschwinden der Funken rechnen, doch noch schwache Funken auftreten. Doch

haben unsere Versuche einstweilen nicht die Feinheit, dass eine Betrachtung jener Glieder nützlich oder auch nur möglich wäre. Fassen wir dagegen die angemerkten Glieder näher ins Auge.

Die Kraft A zunächst wirkt in gleichem Sinne mit gleicher Grösse in allen Theilen des Kreises. Die elektrostatische Kraft trägt zu A nichts bei, da dieselbe, um den Kreis herum integrirt, das Integral Null ergiebt. Vielmehr entspricht A der Integralkraft der Induction. Man weiss, dass diese gemessen wird durch die in der Zeiteinheit erfolgende Aenderung der Zahl der magnetischen Kraftlinien, welche den Kreis durchschneiden. Betrachten wir das magnetische Feld, in welchem sich der Kreis befindet, als homogen, so wird demnach A proportional sein derjenigen Componente der magnetischen Kraft, welche senkrecht auf der Ebene des secundären Kreises steht. A wird also verschwinden, wenn die Richtung der magnetischen Kraft in die Ebene des secundären Kreises fällt. Der Kraft A entspricht eine Schwingung, deren Intensität unabhängig ist von der Lage der Funkenstrecke im Kreise; wir wollen die dieser Schwingung entsprechende Funkenlänge α nennen.

Was nun die übrigen beiden Glieder anlangt, so bemerken wir zunächst, dass die Kraft $B' \sin 2\pi s/S$ nicht im Stande ist, die Grundschwingung unseres Kreises zu erregen. Denn da sie völlig symmetrisch zu beiden Seiten der Funkenstrecke ist, so beeinflusst sie beide Pole in gleichem Sinne, kann daher eine Verschiedenheit derselben nicht hervorrufen. Anders verhält es sich mit der Kraft $B \cos 2\pi s/S$. Theilen wir den Kreis, von der Funkenstrecke ausgehend, in vier gleiche Theile, so wirkt in den beiden der Funkenstrecke gegenüberliegenden Theilen die Kraft in gleichem Sinne und regt die Grundschwingung kräftig an. Allerdings stellt sich dieser Kraft die Kraft in denjenigen Theilen entgegen, welche der Funkenstrecke anliegen, aber sie vermag hier nicht in gleicher Weise zur Wirkung zu kommen. Denn da die Strömung an den offenen Enden des Kreises stets Null sein muss, ist die Elektricität in der Nähe dieser Enden nicht in gleicher Freiheit beweglich, wie in der Mitte des Kreises. Man wird sich die Bedeutung dieses etwas abgekürzten Ausdruckes versinnlichen an dem Bilde einer zwischen zwei festen Punkten ausgespannten Saite, deren mittlere und äussere Theile von entgegengesetzt gerichteten Kräften angegriffen werden. Die

Saite als Ganzes wird den auf ihre Mitte wirkenden Kräften folgen, und der Grundton der Saite wird ertönen, wenn die Kräfte im Rhythmus desselben hin und her schwanken. So wird denn auch durch das Glied $B \cos 2 \pi s / S$ die Grundschwingung unseres Kreises erregt werden, und zwar in derjenigen Richtung, in welcher sie erregt würde, wenn nur in dem der Funkenstrecke gegenüberliegenden Drahttheil die Kraft thätig wäre. Die Intensität der Schwingung wird übrigens proportional sein der Grösse B. Um die Bedeutung derselben zu erkennen, wollen wir annehmen, das elektrische Feld, in welchem sich der Kreis befindet, sei nahezu homogen. Nennen wir alsdann E die Grösse der in diesem Felde wirkenden elektrischen Gesammtkraft, $\tilde{\omega}$ den Winkel, welchen ihre Richtung mit der Ebene des secundären Kreises bildet, und ϑ den Winkel, welchen die Projection der Kraft auf diese Ebene mit der vom Centrum nach der Funkenstrecke gezogenen Geraden bildet, so ist angenähert $\Sigma = E \cos \tilde{\omega} \sin (2 \pi s / S - \vartheta)$,[1]) und also $B = - E \cos \tilde{\omega} \sin \vartheta$. Der Werth von B hängt also unmittelbar ab von der Gesammtkraft, sowohl elektrostatische als elektrodynamische Ursachen tragen zu demselben bei. B wird Null, wenn $\tilde{\omega} = 90^0$ ist, d. h. wenn die Gesammtkraft senkrecht steht auf der Ebene des Kreises, und zwar in diesem Falle für alle Lagen der Funkenstrecke im Kreise. B wird aber auch Null, wenn $\vartheta = 0$ ist, d. h. wenn die Projection der elektrischen Kraft auf die Ebene des Kreises die Richtung vom Centrum des Kreises auf die Funkenstrecke zu besitzt. Führen wir die Funkenstrecke in irgend einer Lage des Kreises in demselben herum, so ändert sich der Winkel ϑ, entsprechend ändert sich B und entsprechend auch die Intensität der Schwingung und die Funkenlänge. Die Funkenlänge, welche dem zweiten Gliede unserer Entwickelung entspricht, kann also angenähert dargestellt werden durch die Formel $\beta \sin \vartheta$.

Die beiden Glieder, welche jedes für sich die Funkenlänge α und $\beta \sin \vartheta$ hervorrufen, haben in Hinsicht der Zeit gleiche Phase. Gleiche Phase haben also auch die erregten Schwingungen,

---

[1]) Ist das Feld wirklich homogen, so ist demnach $A = 0$, und A wird also klein sein, wenn das Feld angenähert homogen ist. Das hindert aber nicht, dass die Kraft A eine Schwingung von gleicher Grössenordnung wie die Kraft $B \cos 2 \pi s / S$ erzeugt.

und ihre Amplituden addiren sich. Da die Funkenlängen nun den maximalen Gesammtamplituden nahezu proportional sind, so addiren sich auch die Funkenlängen. Führen wir demnach in irgend einer Lage des secundären Kreises die Funkenstrecke in demselben herum, so muss sich die Funkenlänge darstellen lassen in der Form $\alpha + \beta \sin \vartheta$. Gleiche absolute Werthe des Ausdrucks bei verschiedenem Vorzeichen bedeuten dabei Gleiches, da sich die Richtung der Schwingung in der Funkenlänge nicht ausspricht. Von welchen Umständen α und β abhängen, haben wir angegeben, ihre absoluten Werthe zu finden, würde nur einer sehr entwickelten Theorie gelingen, doch genügt das Bisherige zum Verständniss der Erscheinungen.

Die Ebene des secundären Kreises ist vertical.

Stellen wir nun unseren Kreis irgendwo in der Nähe des primären Leiters so auf, dass seine Ebene vertical steht, sein Mittelpunkt aber in die durch den primären Leiter gelegte Horizontalebene fällt. Wir beobachten keine Funken im Kreise, sobald die Funkenstrecke auf der einen oder der anderen Seite ebenfalls in die Horizontalebene fällt, in anderen Lagen der Funkenstrecke aber treten mehr oder minder lange Funken auf. Da Auslöschung in zwei diametral entgegengesetzten Punkten eintritt, ist das α unserer Formel hier stets gleich Null, ϑ wird dann gleich Null, wenn die Funkenstrecke in die Horizontalebene fällt. Wir schliessen daraus: Erstens, dass die Linien der magnetischen Kraft in der Horizontalebene überall senkrecht stehen und im Raume also Kreise um die primäre Schwingung bilden, wie es auch die Theorie verlangt. Zweitens, dass die Linien der elektrischen Kraft in den Punkten der Horizontalebene in diese Ebene selbst und überall im Raume also in die durch die primäre Schwingung gelegten Ebenen fallen, was ebenfalls auch von der Theorie gefordert wird. Entfernen wir in irgend einer der hier betrachteten Lagen durch Drehung des Kreises um seine Axe die Funkenstrecke aus der Horizontalebene, so nimmt die Funkenlänge zu, bis die Funken im höchsten oder tiefsten Punkt des Kreises anlangen, woselbst sie Längen bis zu 2—3 mm erreichen. Dass die auftretenden Funken der Grundschwingung des Kreises angehören, wie es unsere Theorie verlangt, und nicht etwa der ersten Oberschwingung, was zu vermuthen nahe liegt, kann auf

verschiedene Weise nachgewiesen werden. So zeigt man durch kleine Aenderungen am Kreise, dass die Schwingung, welche diese Funken hervorruft, in Resonanz steht zur primären Schwingung, was für die Oberschwingungen nicht zutrifft. Ferner erlöschen die Funken, wenn man den Kreis durchschneidet in den Punkten, in welchen er die Horizontalebene durchsetzt, obwohl diese Punkte in Hinsicht der ersten Oberschwingung Knotenpunkte sind.

Halten wir nun die Funkenstrecke im höchsten Punkte fest und drehen den Kreis um eine verticale, durch seinen Mittelpunkt und die Funkenstrecke gelegte Axe, so finden wir, dass während einer vollen Drehung die Funken zweimal einen Maximalwerth erreichen und zweimal entweder Null werden oder doch der Auslöschung nahe kommen. Offenbar sind die Lagen, in welchen ersteres eintritt, diejenigen, in welchen die Richtung der elektrischen Kraft in die Ebene des Kreises fällt ($\tilde{\omega} = 0$); die Lagen aber, in welchen letzteres eintritt, sind diejenigen, in welchen jene Richtung auf dieser Ebene senkrecht steht ($\tilde{\omega} = 90^0$). Wir haben also nunmehr ein Mittel, die Richtung der elektrischen Kraft in jedem Punkte zu erkennen. Ich habe für eine Reihe von Punkten die Lage, in welcher die Funken sehr kurz wurden oder völlig verlöschten, aufgesucht und dieselben unmittelbar nach der Natur aufgenommen. Der untere Theil der Zeichnung (Fig. 22) giebt die Resultate. AA' ist der primäre Leiter, die geraden Linien mn sind die Projectionen des secundären Leiters auf die Horizontalebene, doch sind nicht alle beobachteten Lagen in die Zeichnung aufgenommen. Die kurzen Geraden, welche auf jenen senkrecht stehen, geben die Richtung der Kraft. Da diese Kraft nirgends Null wird, wenn man von der Kugel A zur Kugel A' geht, so wechselt sie ihr Zeichen nicht; es war also erlaubt,

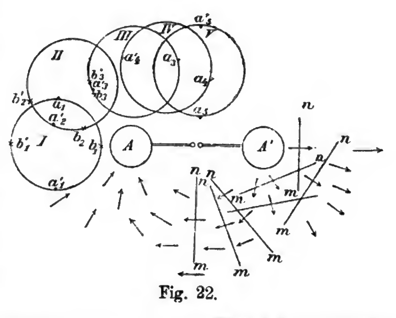


Fig. 22.

die Senkrechten mit Pfeilspitzen zu versehen in der Art, wie es geschehen ist. An die Zeichnung knüpfen wir die folgenden Bemerkungen:

1. Die Vertheilung der Gesammtkraft in der Nähe der geradlinigen Schwingung ist sehr ähnlich der Vertheilung der elektrostatischen Kraft, welche von den Enden der Schwingung ausgeht. Insbesondere stimmt die Richtung der Gesammtkraft in der Nähe der Mitte der Schwingung überein mit derjenigen der elektrostatischen Kraft; die derselben entgegenstehende elektrodynamische Kraft wird also überwältigt. Auch die Theorie ergiebt, dass in diesen Gegenden die Kraft der Induction schwächer ist als die elektrostatische Kraft.

2. Doch bemerkt man ganz wohl einen Einfluss der Inductionswirkung. Es erscheinen nämlich die Kraftlinien gewissermaassen von der Axe der Schwingung weggedrängt; sie machen einen grösseren Bogen, um von A nach A' zu gelangen, als wenn nur die elektrostatische Kraft thätig wäre.[1]) Es erklärt sich dies daraus, dass die Inductionskraft die dem primären Leiter parallele Componente der elektrostatischen Kraft schwächt, auf die zum primären Leiter senkrechte Componente aber ohne Einfluss ist.

Die Ebene des secundären Kreises liegt horizontal.

Die Erscheinungen, welche eintreten, wenn die Ebene des secundären Kreises in die Horizontalebene fällt, wollen wir mit Hülfe der oberen Hälfte der Zeichnung (Fig. 22) erläutern. Wir bringen zuerst den Kreis in die Lage I, in welcher sich sein Mittelpunkt in der Verlängerung der primären Schwingung befindet. Dass hier Auslöschung der Funken eintritt, wenn die Funkenstrecke in die Punkte b_1 und b'_1 fällt, dürfen wir schon aus rein geometrischen Gründen aus dem Vorangegangenen schliessen; ebenso dass sich maximale und gleiche Funkenlängen in den Punkten a_1 und a'_1 finden. In meinen Versuchen betrugen diese Funkenlängen 2,5 mm. Verschieben wir nun den Kreis ein wenig seitlich aus der bisherigen Lage heraus in die Lage II. Hier wird der Kreis von magnetischen Kraftlinien durchsetzt, das um den Kreis genommene Integral der Induc-

[1]) Es trat dies in der grossen Originalzeichnung besser hervor, als in der verkleinerten Copie.



tionskraft verschwindet nicht, a ist nicht Null. Unser Ausdruck $a + \beta \sin \vartheta$, in welchem a zunächst einen kleinen Werth hat, lässt also, da wir auf das Vorzeichen keine Rücksicht nehmen, zwei verschieden grosse Maxima $\beta + a$ und $\beta - a$ erwarten, welche für $\vartheta = 90^0$ eintreten, und deren Verbindungslinie also auf der Richtung der elektrischen Kraft senkrecht steht. Diese zwei Maxima müssen getrennt sein durch zwei Punkte der Funkenlosigkeit in der Nähe des kleineren Maximums. Dem entspricht die Erscheinung. Denn in den Punkten b_2 und b'_2 finden wir zusammengerückt unsere Nullpunkte wieder, dazwischen in den Punkten a_2[1]) und a'_2 maximale Funkenlängen, und zwar in a_2 von 3,5 mm, in a'_2 von 2 mm Länge. Die Linie $a_2\,a'_2$ steht nahezu senkrecht auf der Richtung der elektrischen Kraft. Damit unsere Erklärung vollständig sei, haben wir noch zu zeigen, dass a_2 der Summe, a'_2 der Differenz der Wirkungen entsprechen müsse. Fassen wir den Fall ins Auge, dass die Funkenstrecke in a_2 liegt. Während die Kugel A positiv geladen ist, treibt die elektrische Gesammtkraft in dem a_2 gegenüberliegenden Theile des Kreises die positive Elektricität von A weg, sucht also die positive Elektricität in eine Kreisbewegung zu setzen, welche in unserer Zeichnung dem Sinne des Uhrzeigers entspricht. Zwischen den Kugeln A und A' ist die elektrostatische Kraft zu derselben Zeit von A gegen A' hin gerichtet, die ihr stets entgegengesetzte Inductionskraft ist also in der Nähe der Strombahn auf A zu gerichtet und ist überall im Raume dieser Richtung parallel. Da diese Kraft nun in unserem Kreise in der Nähe der primären Schwingung stärker wirkt als in der Ferne derselben, so sucht auch sie die positive Elektricität in eine Kreisbewegung zu setzen, welche dem Sinne des Uhrzeigers entspricht. Beide Ursachen wirken also in a_2 in dem gleichen Sinne und verstärken sich. Ganz analog zeigt man, dass sie sich in a'_2 schwächen. Die Erscheinung ist sonach vollständig erklärt.

Rücken wir nun mit unserem Kreise der Mitte der primären Schwingung näher nach III. Die beiden Punkte der Auslöschung fallen hier in einen zusammen, das eine Maximum ist verschwunden, dem einen sehr ausgedehnten Gebiet der Auslöschung a'_3 liegt das zweite Maximum a_3 gegenüber mit einer

[1]) Dieses im Holzschnitt vergessene Zeichen ist im Kreise II diametral gegenüber a'_2 zu ergänzen.

Funkenlänge von 4 mm. Offenbar ist hier $\alpha = \beta$ und die Funkenlänge durch die Formel $\alpha\ (1 + \sin\vartheta)$ dargestellt. Die Linie $a_3\ a'_3$ steht wieder senkrecht auf der Richtung der elektrischen Kraft. Nähern wir den Kreis weiter der Mitte der primären Schwingung, so wächst α über β hinaus. Der Ausdruck $\alpha + \beta \sin\vartheta$ wird dann für keinen Werth von ϑ mehr Null, sondern geht zwischen dem Maximalwerth $\alpha + \beta$ und dem Minimalwerth $\alpha - \beta$ hin und her. So zeigt denn auch der Versuch in den fraglichen Lagen des Kreises keine Punkte der Funkenauslöschung mehr, sondern nur Maxima und Minima der Funken. In der Lage IV haben wir in a_4 eine Funkenlänge von 5,5 mm, in a'_4 eine Länge von 1,5 mm. In der Lage V haben wir in a_5 eine Funkenlänge von 6 mm, in a'_5 eine solche von 2,5 mm[1]), in den mittleren Punkten mittlere Längen. Die Verbindungslinie aa' dreht sich beim Uebergang aus der Lage III in die Lage V schnell aus der zur primären Strömung parallelen in die zu derselben senkrechten Richtung, bleibt also stets angenähert senkrecht zur Richtung der elektrischen Kraft.

In den zuletzt erwähnten Lagen verdanken die Funken im wesentlichen der Inductionskraft ihre Entstehung. Es war also kein Fehler, wenn ich in meiner ersten Arbeit die Erscheinung in diesen Lagen als eine Inductionswirkung ansprach. Gänzlich unabhängig von elektrostatischen Ursachen ist die Funkenbildung indessen auch in diesen Lagen nur dann, wenn wir die Funkenstrecke in die mittlere Lage zwischen Maximum und Minimum bringen, woselbst $\beta \sin\vartheta$ gleich Null wird.

Die übrigen Lagen des secundären Kreises.

Diejenigen Lagen, welche wir noch nicht besprochen haben, und in welchen der secundäre Kreis geneigt ist gegen die Horizontalebene, lassen sich als Uebergangszustände zwischen den besprochenen Lagen auffassen. Ich habe keine Erscheinungen bemerkt, welche sich nicht in den Rahmen der gegebenen Theorie fügten, wohl aber Bestätigungen der Theorie gefunden. Betrachten wir nur einen Fall. Der Kreis liege zunächst in der Horizontalebene in der Lage V, und die Funkenstrecke liege der

[1]) In diesen Lagen muss der secundäre Funken vor dem Licht des primären Funkens geschützt werden, wenn der Versuch rein sein soll.

primären Schwingung zugewandt im Punkte a_5. Der Kreis werde nun um eine horizontale Axe, welche durch seinen Mittelpunkt parallel zur primären Schwingung gelegt ist, gedreht, sodass die Funkenstrecke sich hebt. Die elektrische Kraft bildet während der Drehung stets einen rechten Winkel mit der vom Mittelpunkt zur Funkenstrecke gezogenen Geraden, somit ist ϑ stets gleich 90°. β hat in allen Lagen nahezu den gleichen Werth; α aber ändert sich nahe wie der Cosinus des Neigungswinkels φ der Kreisebene gegen die Horizontalebene, da α den vom Kreise geschnittenen magnetischen Kraftlinien proportional ist. Bezeichnet daher α_0 den Werth von α für die Ausgangslage, so ist der Werth von α in den übrigen Lagen $\alpha_0 \cos\varphi$, und es ist also zu erwarten, dass der Zusammenhang der Funkenlänge mit dem Winkel φ durch den Ausdruck $\alpha_0 \cos\varphi + \beta$, worin $\alpha_0 > \beta$, gegeben sei. Dies bestätigt die Erfahrung. Denn indem wir die Funkenstrecke heben, nimmt die Länge der Funkenstrecke von dem Anfangswerthe von 6 mm an gleichmässig ab, erreicht im höchsten Punkte ihrer Bahn die Länge von 2 mm, sinkt dann aber im zweiten Quadranten weiter bis fast auf Null, wächst wieder bis zu dem kleineren Maximum von 2,5 mm, welches in der Horizontalebene stattfindet, um wieder abzunehmen und nach Durchlaufung derselben Zustände in umgehrter Richtung zum Anfangswerthe zurückzukehren.

Halten wir während der letzterwähnten Drehung den Kreis fest in derjenigen Lage, in welcher sich die Funkenstrecke im höchsten Punkte ihrer Bahn befindet, so lässt eine verticale Hebung des ganzen Kreises die Funken schwächer werden und schliesslich fast verschwinden, eine verticale Senkung befördert die Entwickelung der Funken. Befindet sich die Funkenstrecke unter übrigens gleichen Umständen im tiefsten Punkte, so gelten die entgegengesetzten Aussagen. Diese Erscheinungen lassen sich durch rein geometrische Betrachtungen aus dem Vorangegangenen ableiten.

Die Kräfte in grösseren Abständen.

Wir haben oben einen Weg angegeben, die Richtung der elektrischen Gesammtkraft in jedem Punkte auf dem Wege des Versuchs zu ermitteln. Es liegt nahe, diesen Weg auch in grösseren Entfernungen zu betreten, und der Versuch erscheint

um so lohnender, als die verschiedenen bestehenden Theorien der Elektrodynamik in Hinsicht auf die Vertheilung der Kraft in der Umgebung eines ungeschlossenen Stromes weit auseinander gehen. Wir stellen also die Ebene unseres Kreises in die verticale Lage, bringen die Funkenstrecke in den höchsten Punkt und suchen durch Drehung um eine verticale Axe zu ermitteln, in welcher Lage die Funken am längsten sind, in welcher Lage sie verlöschen oder fast verlöschen. Indem wir uns nun zunächst auf 1—1,5 m von der primären Schwingung entfernen, stossen wir auf eine unerwartete Schwierigkeit. Die Maxima und Minima verlieren nämlich, abgesehen von bestimmten Lagen, an Deutlichkeit, sodass eine Einstellung auf dieselben schwer ist, ja in gewissen Punkten werden die Unterschiede der Funkenlängen während der Drehung des Kreises so klein, dass die Angabe einer bestimmten Richtung der Kraft unmöglich wird. Bemerkenswerth ist nun, dass diese Schwierigkeit wieder verschwindet, wenn wir eine Entfernung von etwa 2 m überschritten haben. Allerdings sind die Funken jetzt sehr klein, dieselben müssen im Dunkeln und mit der Lupe beobachtet werden, aber sie erlöschen scharf in einer bestimmten Lage des Kreises und sind am kräftigsten in der dazu senkrechten Lage. In den grösseren Entfernungen nehmen die Funken nur sehr langsam ab. Die äusserste Entfernung, bis zu welcher sie sich verfolgen lassen, habe ich noch nicht feststellen können. Als ich den primären Leiter in der einen Ecke eines grossen Hörsaales von 14 m Länge und 12 m Breite aufstellte, waren noch in den entferntesten Theilen des Saales die Funken wahrnehmbar, der ganze Raum schien erfüllt von den Schwingungen der elektrischen Kraft. In den benachbarten Räumen war freilich auch in geringeren Abständen die Wirkung nicht mehr merklich, durch feste Wände geht sie nur sehr gedämpft hindurch. In dem genannten Hörsaal bestimmte ich nun die Vertheilung der Kraft in folgender Weise: Wo die Richtung der Kraft fest bestimmbar war, wurde sie durch einen Kreidestrich auf dem Boden des Raumes angegeben; wo sie aber nicht wohl bestimmbar war, wurde ein Stern auf den Boden gezeichnet. Die Figur 23 giebt ein verkleinertes Bild eines Theiles der so entstandenen Zeichnung; wir wollen an dieselbe die folgenden Bemerkungen knüpfen:

1. In Entfernungen, welche 3 m übertreffen, ist die Kraft überall parallel der primären Schwingung. Es ist dies offenbar das Gebiet, in welchem nur noch die Inductionskraft wirksam ist, während die elektrostatische Kraft schon unmerklich geworden ist. Alle Theorien stimmen darin überein, dass die Kraft der Induction eines Stromelementes abnehme umgekehrt proportional der Entfernung, während die elektrostatische Kraft als Differenzwirkung der beiden Pole abnimmt umgekehrt proportional der dritten Potenz der Entfernung. Es ist bemerkenswerth, dass in der Richtung der Schwingung die Wirkung sehr viel schneller abnimmt, als in der dazu senkrechten Richtung, sodass in ersterer die Wirkung sich schon in 4 m Entfernung kaum wahrnehmen lässt, während sie in letzterer Richtung jedenfalls weiter als auf 12 m reicht. Viele der als möglich angenommenen Elementargesetze der Induction werden versagen, wenn sie auf die Uebereinstimmung mit diesen Ergebnissen des Versuchs geprüft werden.

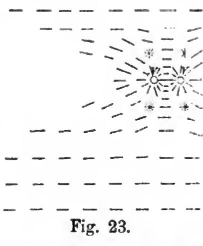


Fig. 23.

2. Dass in Entfernungen, welche kleiner als 1 m sind, der Charakter der Vertheilung durch die elektrostatische Kraft gegeben ist, haben wir schon früher erwähnt.

3. In den Punkten zweier bestimmten Geraden lässt sich die Richtung der Kraft in allen Entfernungen bestimmen. Die erste dieser Geraden ist die Richtung der primären Schwingung selbst, die zweite ist die auf der Mitte der primären Schwingung errichtete Senkrechte. In der letzteren wird die Grösse der Kraft in keiner Entfernung gleich Null, die Grösse der durch sie erregten Funken nimmt gleichmässig von grösseren zu kleineren Werthen ab. Auch in dieser Hinsicht stehen die Erscheinungen im Widerspruch mit einzelnen der möglichen Elementargesetze, welche ein Verschwinden in bestimmter Entfernung verlangen.

4. Ein eigenthümliches Ergebniss des Versuchs ist die Existenz der Gebiete, in welchen sich die Richtung der Kraft nicht bestimmen lässt, und welche in unserer Zeichnung durch je einen Stern bezeichnet sind. Im Raume bilden diese Gebiete zwei

Ringe um die geradlinige Schwingung. Da die Kraft hier in allen Richtungen nahezu gleich stark wirkt, ohne doch gleichzeitig in den verschiedenen Richtungen wirken zu können, so muss sie die verschiedenen Richtungen nacheinander annehmen. Man kann die Erscheinung daher wohl nur dahin deuten, dass die Kraft hier nicht unter gleichbleibender Richtung ihre Grösse ändere, sondern vielmehr bei nahezu gleicher Grösse ihre Richtung ändere, indem sie bei jeder Schwingung die Zeichen der Windrose durchkreist. Ich habe dies Verhalten ebensowenig zu erklären vermocht aus den in unserer vereinfachten Theorie vernachlässigten Gliedern, als aus den Oberschwingungen, welche ja unserer Grundschwingung wohl beigemischt sein mögen. Auch scheint mir, dass keine der Theorien, welche auf die Annahme einer unvermittelten Fernwirkung aufgebaut sind, etwas Aehnliches vermuthen lässt. Eine einfache Erklärung der Erscheinung aber ergiebt sich, wenn man für die elektrostatische Kraft und die Kraft der Induction verschiedene Ausbreitungsgeschwindigkeiten zulässt. Denn in den Gebieten, von welchen wir reden, stehen beide Kräfte senkrecht aufeinander und sind von gleicher Grössenordnung; haben dieselben also infolge des durchlaufenen Weges eine merkliche Phasenverschiebung gegeneinander erhalten, so wird ihre Resultante, die Gesammtkraft, bei jeder Schwingung die Richtungen der Windrose durchlaufen, ohne in einer Lage sich der Null zu nähern.

Eine verschiedene Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektrostatischen und der elektrodynamischen Kraft setzt eine endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit mindestens einer derselben voraus. Es scheint mir daher sehr wahrscheinlich, dass hier die erste Andeutung für eine endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektrischen Fernwirkungen vorliege.

In meiner vorigen Arbeit habe ich angemerkt[1]), dass geringfügige Umstände oft ohne ersichtlichen Zusammenhang die Fähigkeit des primären Funkens, Schwingungen zu erregen, zerstören. Wenigstens einen derartigen Umstand habe ich auf seine gesetzmässige Grundlage zurückführen können. Es hat sich nämlich gezeigt, dass die Beleuchtung des primären Funkens die

[1]) Siehe No. 2. p. 32.

Befähigung desselben zur Erregung schneller elektrischer Bewegungen aufhebt. Beobachtet man also die in einem secundären Leiter inducirten Funken, oder die Funken in einem beliebigen, an den Entladungskreis angeschlossenen Nebenkreis, so sieht man diese Funken erlöschen, sobald in der Nähe des primären Funkens ein Stück Magnesiumdraht abgebrannt oder eine elektrische Bogenlampe angezündet wird. Gleichzeitig verliert der primäre Funke dann seinen knallenden Klang. Besonders empfindlich ist der Funke gegen das Licht einer zweiten Entladung. So bleiben die Schwingungen stets aus, wenn man aus den einander zugekehrten Flächen der Polkugeln durch einen isolirten kleinen Leiter Funken zieht, diese Funken mögen noch so unscheinbar sein. Ja, es genügt, eine feine Spitze dem Funken zu nähern oder einen Punkt der inneren Flächen der Polkugeln mit einer Siegellackstange, einem Glasstab, einem Glimmerblättchen zu berühren, um die Natur des Funkens zu verändern und die Schwingungen aufzuheben. Einige naheliegende Versuche scheinen mir zu zeigen, und weitere Versuche werden es gewiss bestätigen, dass auch in den letztgenannten Fällen das Licht einer für das Auge kaum sichtbaren Seitenentladung die wirksame Ursache der Veränderung ist.

Diese Erscheinungen sind offenbar eine besondere Form derjenigen Einwirkung des Lichts auf die elektrische Entladung, von welcher ich vor einiger Zeit eine erste Form beschrieben habe, und welche inzwischen auch von den Herren E. Wiedemann, H. Ebert und W. Hallwachs in weiteren Formen studirt worden ist.

6. Ueber Inductionserscheinungen, hervorgerufen durch die elektrischen Vorgänge in Isolatoren.

(Sitzungsber. d. Berl. Akadem. v. 10. Nov. 1887. Wiedemanns Ann. **34,** p. 273.)

Dass die elektrischen Vorgänge in den Isolatoren neben den sicher nachgewiesenen elektrostatischen Wirkungen auch die entsprechenden elektrodynamischen Wirkungen mit sich führen, ist eine der Grundannahmen gerade der aussichtsvollsten elektrischen Theorien. Jene Annahme ist auch längst durch die Gesammtheit der elektrischen Erscheinungen in hohem Grade wahrscheinlich geworden; als das sichere Ergebniss irgend welcher directen Beobachtungen aber kann sie bislang kaum bezeichnet werden. Einen Beitrag zur Ausfüllung dieser misslichen Lücke hoffe ich in Folgendem zu bieten, indem ich eine Reihe von Versuchen beschreibe, welche sich mit geringen Mitteln wiederholen lassen, welche sicher gelingen, und in welchen sich eine von Isolatoren ausgehende Inductionswirkung offenbart. Eine magnetische Wirkung, welche von den Vorgängen in einem Isolator herrührt, hat sich bereits in einem Versuche des Herrn Röntgen[1]) gezeigt, vorausgesetzt, dass die endgültige Mittheilung über jenen Versuch die demselben zunächst gegebene Deutung bestätigt.

Zum Nachweis der Inductionswirkung dienten mir die äusserst schnellen elektrischen Schwingungen, welche in ungeschlossenen

---

[1]) W. C. Röntgen, Sitzungsber. d. Berl. Acad. 1885. p. 195, vgl. auch die neuere Arbeit, Sitzungsber. der Berl. Acad. 1888. p. 23.



metallischen Leitern durch passend angebrachte Funken erregt werden können.[1]) Die Methode ist die folgende: Ein primärer Leiter, in welchem Schwingungen der genannten Art erregt werden, wirkt inducirend auf einen secundären Leiter ein. Die Beobachtung der inducirten Bewegung geschieht mit Hülfe einer eingeschalteten Funkenstrecke. Damit die Beobachtung recht empfindlich sei, sind beide Leiter auf gleiche Schwingungsdauer gebracht. Der secundäre Leiter wird nun dem primären möglichst genähert, jedoch in solcher Lage, dass die auf seine verschiedenen Theile wirkenden Kräfte sich aufheben, sodass er funkenfrei erscheint. Wird jetzt das Gleichgewicht durch Annäherung von Leitern gestört, so treten wieder Funken auf; das System bildet eine Art von Inductionswage. Aber diese Inductionswage hat das Eigenthümliche, dass sie auch anspricht, wenn grössere Massen von Isolatoren ihr genähert werden. Bei der Geschwindigkeit der Schwingungen sind nämlich die in den Isolatoren durch dielektrische Polarisation verschobenen Elektricitätsmengen von derselben Grössenordnung, wie die in den Metallen durch Leitung in Bewegung gesetzten.

Der Apparat.

Die Figur 24 zeigt den Apparat, durch welchen dies Princip verwirklicht wurde. Nur die wesentlichen Theile sind gezeichnet, man hat sich dieselben durch ein leichtes Holzgerüst verbunden zu denken. AA' ist der primäre Leiter, bestehend aus zwei quadratischen Messingplatten von 40 cm Seitenlänge, welche durch einen 70 cm langen, $^1/_2$ cm starken Kupferdraht verbunden sind. In der Mitte des letzteren ist eine $^3/_4$ cm lange Funkenstrecke eingeschaltet, gut polirte Messingkugeln bilden die Pole. Führt man nun den letzteren die möglichst kräftige Entladung eines grösseren Inductoriums zu, so laden sich zunächst die Platten A und A' in entgegengesetztem Sinne und entladen sich dann im Augenblick der Entstehung des Funkens gegeneinander unter Bildung der dem Leiter AA' eigenthümlichen Oscillationen, deren Schwingungsdauer etwa auf den hundertmillionsten Theil der Secunde geschätzt werden kann.

[1]) Siehe No. 2 und No 5.

Die sogleich nachfolgende Entladung des Inductoriums ist auf die hier zu besprechenden Erscheinungen von ebenso geringem Einfluss, wie die Anwesenheit des Inductionsapparates selbst und der Zuleitungen zu ihm. Der secundäre Leiter *B* ist ein genauer Kreis von 35 cm Radius aus 2 mm starkem Kupferdrahte, er enthält die Funkenstrecke *f*, deren Länge durch eine feine Schraube zwischen einigen hundertsteln und einigen ganzen Millimetern variirtwerden kann. Bei den gewählten Ausmessungen des Kreises *B* findet Resonanz statt zwischen ihm und dem primären Leiter, und es können bei günstiger Lage secundäre Funken von 6—7 mm Länge erhalten werden. Für unsere Versuche wird der Kreis drehbar auf einer Axe befestigt, welche durch seinen Mittelpunkt geht und senkrecht auf seiner Ebene steht; eine Drehung um diese Axe ändert also die Lage des Kreises nicht, sondern führt nur die Funkenstrecke in ihm herum. Die Drehungsaxe wird so orientirt, dass sie in die Ebene der Platten *A* und *A'* und zwar in die Mittellinie *mn* derselben fällt. Fügen wir noch hinzu, dass der geringste Abstand zwischen *AA'* und *B* 12 cm beträgt, so haben wir unseren Apparat vollständig beschrieben. An demselben beobachten wir nun die folgenden Erscheinungen:

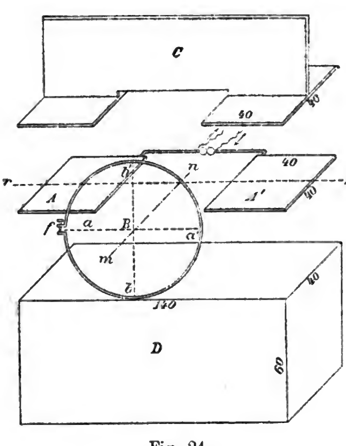


Fig. 24.

Fällt die Funkenstrecke *f* in die horizontale Ebene von *AA'*, also in die Punkte *a* und *a'*, so ist sie völlig funkenfrei. Eine Drehung des Kreises um wenige Grade aus diesen Lagen in dem einen oder dem anderen Sinne lässt schon winzige Fünkchen entstehen. Diese Fünkchen wachsen an Stärke und Länge, je mehr wir die Funkenstrecke von den Gleichgewichtslagen ent-

fernen, und erreichen Maximallängen von etwa 3 mm, wenn f in den höchsten und den tiefsten Punkt b und b' des Kreises tritt. Die sich in dieser Weise offenbarenden Schwingungen des secundären Leiters verdanken jedesmal ihre Entstehung der oscillirenden elektrischen Kraft, welche in dem f gegenüberliegenden Theile des Kreises B auftritt. Obwohl der Gestalt nach fast geschlossen, ist B doch als ein ungeschlossener Stromkreis zu betrachten; die der Funkenstrecke beiderseits benachbart liegenden Teile wirken nur als Capacitäten der Stromenden. Die wirkende Kraft setzt sich zusammen aus der elektrostatischen Kraft und der ihr entgegengerichteten Kraft der Induction; die erstere als die grössere von beiden bestimmt das Vorzeichen der gesammten Kraft. Bezeichnen wir das Vorzeichen dieser Kraft und die Amplitude der erregten Schwingung als positiv, wenn f im höchsten Punkte des Kreises liegt, so haben wir relativ zu einer festen Richtung im Kreise B die Kraft und die Amplitude als negativ zu rechnen, wenn sich f im tiefsten Punkte befindet. Durch den Nullwerth in der Gleichgewichtslage geht die Amplitude von dem einen zu dem anderen Vorzeichen über.

Es erscheint nützlich für das Folgende, auch diejenigen Erscheinungen zu betrachten, welche eintreten, wenn wir den Kreis B parallel mit sich selbst, und ohne ihn aus seiner Ebene zu entfernen, ein wenig nach unten verschieben. Es zeigt sich, dass hierdurch die Funkenlänge im höchsten Punkte zunimmt, im tiefsten abnimmt, und dass die funkenfreien Punkte — die Nullpunkte, wie wir sie nennen wollen — nicht mehr in der durch die Axe gelegten Horizontalen liegen, sondern auf beiden Seiten um einen gewissen Winkel nach unten gedreht erscheinen. Durch die geringe Verschiebung hat sich die Wirksamkeit der elektrostatischen Kräfte kaum geändert, wohl aber die Wirksamkeit der Kräfte der Induction. Denn die letzteren geben nunmehr, um den geschlossenen Kreis B herumintegrirt ein von Null verschiedenes Integral, sie geben daher Anlass zu einer Schwingung, deren Amplitude ein von der Lage der Funkenstrecke unabhängiges Vorzeichen besitzt, und zwar ist dieses Vorzeichen nach unserer Rechnungsweise das positive. Denn die Richtung der Integralkraft der Induction ist entgegengesetzt der elektrostatischen Kraft in der oberen Hälfte, gleich gerichtet aber in der unteren Hälfte des Kreises B, in welch letzterer wir das Vor-

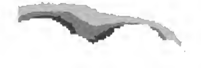
zeichen der elektrostatischen Kraft als positiv bezeichneten. Da nun die neu hinzutretende Schwingung gegen die schon betrachtete eine Phasendifferenz nicht besitzt, so addirt sich ihre Amplitude einfach zu der jener Schwingung, und so erklären sich die Erscheinungen.

Eine vollständigere Begründung der Deutungen, welche wir hier den Erscheinungen unterlegt haben, findet man in der vorangegangenen Arbeit.[1])

Annäherung von Leitern.

Bisher war angenommen, dass die Leiter AA' und B in einem grösseren Zimmer in möglichster Entfernung von allen störenden Gegenständen aufgestellt seien. Auch ist eine solche Aufstellung nothwendig, wenn wir wirklich Funkenlosigkeit in den Punkten a und a' erzielen wollen. Denn wir bemerken bald, dass genäherte Leiter, z. B. längere Metallstäbe, welche wir unterhalb der Vorrichtung auf die Erde legen, Funken auftreten lassen. Bei einiger Aufmerksamkeit finden wir, dass selbst der Körper des Beobachters merklichen Einfluss ausübt. Halten wir uns in der Verlängerung der Axe mn in 1—2 m Entfernung, so ist der Apparat funkenfrei; wir haben aber nur nöthig, die Funkenstrecke aus nächster Nähe zu untersuchen, um sicher jedesmal Funken vorzufinden. Aus der Nothwendigkeit, die sehr feinen Fünkchen aus der Ferne zu betrachten, ergiebt sich die weitere Nothwendigkeit, mit geschontem Auge im dunkeln Zimmer zu beobachten. Wir wollen nun einen Leiter auswählen, welcher eine nicht zu geringe Wirksamkeit besitzt, und dessen Schwingungsdauer wir als kleiner, als die unserer primären Schwingung voraussetzen dürfen. Der Leiter C unserer Zeichnung, aus Metallblech gefertigt, entspricht diesen Bedingungen. Nähern wir denselben von oben dem primären Leiter AA', so beobachten wir das Folgende: Im höchsten Punkte b hat die Funkenlänge abgenommen, im tiefsten Punkte b' hat sie zugenommen, die Nullpunkte erscheinen nach oben hin, d. h. gegen den genäherten Leiter gedreht, während in den früheren Nullpunkten sich nunmehr merkliche Funken vorfinden. Aus dem letzten Versuche des vorigen Abschnittes wissen wir, welche Wirkung eine Ver-

[1]) Siehe No. 5.



schiebung des Leiters AA' nach oben haben würde. Qualitativ die gleiche Wirkung würde ein oberhalb AA' angebrachter zweiter, dem Strom AA' stets gleichgerichteter Strom haben. Unser Leiter C übt nun genau die entgegengesetzte Wirkung aus, und diese Wirkung erklärt sich also aus dem früheren als eine von C ausgehende Inductionswirkung, wenn wir in C einen dem Strom in AA' stets entgegengesetzten Strom annehmen dürfen. Aber diese Annahme ist sogar nothwendig, denn die vorwiegend wirkende elektrostatische Kraft sucht einen solchen Strom hervorzubringen, und da die Eigenschwingung des Leiters schneller ist als die der Kraft, so erfolgt die Strömung mit gleicher Phase wie die erregende Kraft. Um die Richtigkeit dieser Deutungen auf die Probe zu stellen, habe ich den Versuch in der Weise erweitert, dass ich die horizontalen Platten des Leiters C in ihrer Lage beliess, das verticale Blech aber entfernte und durch immer längere und dünnere Drähte ersetzte, in der Absicht, dadurch die Schwingungsdauer des Leiters C allmählich zu vergrössern. Die Folgen dieser fortschreitenden Aenderung waren diese: Zunächst rückten die Nullpunkte immer mehr nach oben, wurden aber zugleich immer verwaschener, indem in ihnen nicht mehr eine Auslöschung, sondern nur noch ein Minimum der Funkenlänge stattfand. Die Funkenlänge im höchsten Punkte war bisher weit kleiner als die im tiefsten, nach dem Verschwinden der Nullpunkte aber begann sie wieder zu wachsen. In einem gewissen Stadium waren die Funken im höchsten und tiefsten Stand wieder gleich, aber nirgends im Kreise waren Nullpunkte zu finden, sondern überall fand sehr lebhafte Funkenbildung statt. Von hier ab verminderte sich nun die Funkenlänge im tiefsten Punkte, und bald entwickelten sich in der Nähe desselben zwei zunächst nur schwach ausgesprochene Nullpunkte, welche sich allmählich verschärften und den Punkten aa' näherten, aber nunmehr stets auf der dem Leiter C abgekehrten Seite des Kreises lagen. Schliesslich fielen sie in die Punkte a und a' selbst, und es war dann der gleiche Zustand eingetreten, welcher vor Annäherung des Leiters C geherrscht hatte. Dieser Verlauf entspricht demjenigen, welchen wir nach unserer Auffassung erwarten durften. Nähert sich nämlich die Schwingungsdauer des Leiters C derjenigen des Leiters AA', so nimmt die Intensität der Strömung in C zu, zugleich aber tritt eine Phasendifferenz



zwischen dieser Strömung und der sie erregenden Kraft ein. Im Stadium der Resonanz ist die Strömung in C am heftigsten, und die Phasendifferenz beträgt, wie bei jeder Resonanz einer schwach gedämpften Schwingung, nahezu eine Viertelschwingungsdauer; es ist daher eine Interferenz zwischen den durch AA' und den durch C in B erregten Schwingungen nicht mehr möglich. Dieser Zustand entspricht offenbar dem oben besonders hervorgehobenen Stadium. Wird die Schwingungsdauer von C wesentlich grösser als die von AA', so nimmt die Amplitude der Schwingungen von C wieder ab, ihre Phasendifferenz gegen die erregende Kraft nähert sich dabei dem Werthe einer halben Schwingungsdauer. Die Strömung in C ist nun in jedem Augenblicke gleichgerichtet mit derjenigen in AA', eine Interferenz der durch beide Strömungen in B erregten Schwingungen ist wieder möglich, aber die Wirkung des Leiters C muss jetzt entgegengesetzt derjenigen sein, welche er im ursprünglichen Zustande hatte.

Nähert man den Leiter C dem Leiter AA' beträchtlich, so werden die Funken im Kreise B überhaupt klein. Eine solche Annäherung vergrössert die Schwingungsdauer von AA' und hebt dadurch die Resonanz zwischen AA' und B auf.

Annäherung von Nichtleitern.

Schon die roheste Schätzung lässt erkennen, dass in grösseren Massen isolirender Substanzen, welche wir dem Apparate nähern, mindestens ebenso grosse Elektricitätsmengen durch dielektrische Polarisation verschoben werden müssen, als sich durch Leitung in den dünnen Metallstäben bewegten, deren Annäherung sich schon deutlich in dem Apparate geltend machte. Würde sich demnach die Annäherung solcher Isolatoren ohne Einfluss auf die Vorgänge in unserem Apparate zeigen, so würde dadurch bewiesen sein, dass die durch dielektrische Polarisation verschobene Elektricität eine entsprechende elektrodynamische Wirkung nicht ausübt. Sind aber die von Faraday und Maxwell ausgegangenen Anschauungen richtig, so dürfen wir einen bemerkbaren Einfluss erwarten, und zwar würden wir vermuthen müssen, dass die Annäherung eines Isolators wirkt wie die eines Leiters von sehr geringer Dauer der Eigenschwingung. Die letztere Vermuthung findet sich vollständig bestätigt durch die Versuche, welche keinen



anderen Schwierigkeiten begegnen, als der Beschaffung hinreichend grosser isolirender Massen.

Die ersten Versuche stellte ich an mit einem Materiale, welches leicht zur Hand ist, mit Papier. Ich häufte aus Büchern unterhalb des Leiters AA' einen parallelepipedischen Körper von 1,5 m Länge, 0,5 m Breite und 1 m Höhe auf, bis zur Berührung mit den Platten A und A'. Es zeigte sich deutlich, dass in den vorher funkenfreien Lagen des Kreises B nunmehr Funken auftraten, und dass erst eine Drehung der Funkenstrecke f um etwa 10° gegen den Bücherhaufen hin die Funken zum Erlöschen brachte. Hierdurch ermuthigt, liess ich 800 kg. unvermischten Asphalts in die Form eines Blockes von 1,4 m Länge, 0,6 m Höhe und 0,4 m Breite giessen, welchen die Figur in D darstellt. Diesem wurde unser Apparat von oben her bis zum Aufliegen der Platten auf dem Klotz genähert. Die Einwirkung war auf den ersten Blick erkennbar, und liessen sich die folgenden Einzelheiten unterscheiden:

1. Der Funke im höchsten Punkte des Kreises war jetzt bedeutend stärker als der im tiefsten, dem Asphalt zugekehrten Punkte.

2. Die Nullpunkte erschienen nach unten, d. h. gegen den Isolator hin, gedreht, und zwar beim Aufliegen der Platten um den ziemlich genau messbaren Winkel von 23°. Eine völlige Auslöschung fand übrigens auch in diesen Punkten nicht mehr statt. In den ursprünglichen Nullpunkten zeigte sich jetzt ein lebhaftes Funkenspiel.

3. Lagen die Platten A und A' auf dem Asphaltklotz auf, so machte sich eine Aenderung der Schwingungsdauer von AA' geltend, es musste die Schwingungsdauer von B gleichfalls etwas vergrössert werden, wenn die Funken ihre maximale Länge behalten sollten.

4. Wurde der Apparat in irgend einer Richtung von dem Asphaltblock allmählich entfernt, so nahm die Wirkung des Blockes stetig ab, ohne in qualitativer Hinsicht eine Aenderung zu erfahren.

Es waren also sämmtliche Wirkungen eines Leiters von kleiner Schwingungsdauer auch hier vorhanden. Die Uebereinstimmung der Wirkungsweise des Isolators mit derjenigen eines Leiters zeigte sich ferner darin, dass die eine durch die entgegen-

gesetzte andere compensirt werden konnte. Lag nämlich unser Apparat auf dem Asphalt auf, und wurde alsdann von oben her der Leiter C genähert, so wanderten die Nullpunkte rückwärts ihrer ursprünglichen Lage zu, und sie fielen wieder in die Punkte a und a', wenn der Leiter C bis auf etwa 11 cm dem Leiter AA' genähert war. Lag die obere Fläche des Asphaltes 5 cm unterhalb der Platten A und A', so trat die Compensation schon bei einem Abstande von 17 cm zwischen AA' und C ein. Stets compensirte der Leiter den Isolator dann, wenn ersterer sich in etwas grösserer Entfernung als letzterer befand. In roher Weise zeigen diese Versuche, dass auch quantitativ die Wirkung des Isolators etwa diejenige war, welche erwartet werden durfte.

Der benutzte, übrigens vorzüglich isolirende Asphalt enthielt, wie schon sein hohes specifisches Gewicht vermuthen liess, sehr viel Mineralbestandtheile. In der That fanden sich in 100 Gewichtstheilen nicht weniger als 62 Theile Asche, nämlich 17 Theile Quarzsand, 40 Theile Kalkverbindungen, 5 Theile Thon- und Eisenverbindungen.[1]) Um den Zweifel zu beseitigen, dass die Wirkung lediglich diesen, vielleicht zum Theil leitenden Verbindungen zuzuschreiben sei, liess ich einen zweiten, ganz gleichen Block aus dem gleichfalls vollkommen isolirenden sogenannten künstlichen Pech anfertigen, welches von Aschebestandtheilen fast frei ist. Die an diesem beobachteten Erscheinungen waren die gleichen, wie die oben beschriebenen, nur etwas schwächer, so betrug die maximale Verschiebung der Nullpunkte hier nur 19°. Leider enthält nun aber dieses künstliche Pech neben Kohlenwasserstoffen auch eine schwer zu bestimmende Menge ungebundener Kohle im Zustand der feinsten Vertheilung. Man wird dieser Kohle Leitungsvermögen nicht absprechen können, und es war also auch durch diesen Versuch der gedachte Zweifel nicht völlig behoben. Die Fortsetzung der Untersuchung mit reinen Substanzen in gleich grossem Maassstabe verbot sich durch die Kosten, welche ein solches Unternehmen verursacht haben würde. Ich liess deshalb das System der Leiter AA' und B noch einmal in genau dem halben Maassstabe der Lineardimensionen ausführen und versuchte, ob auch in diesem kleineren Modell die Erscheinungen sich noch hinreichend genau würden verfolgen

[1]) Für die Analyse bin ich meinem Collegen, Hrn. Hofrath Engler, zu Dank verpflichtet.

lassen. Es zeigte sich, dass dies ganz wohl anging, freilich war hier für die Beobachtung der äusserst zarten Fünkchen eine gespanntere Aufmerksamkeit erforderlich. Für eine Demonstration der Erscheinung oder für quantitative Versuche empfiehlt sich die Beibehaltung des grösseren Maassstabes. Mit dem kleinen Apparate habe ich in allem acht Stoffe untersucht, welche ich der Reihe nach anführe:

1. Asphalt. Es wurde der beschriebene grosse Block benutzt. Lagen die Platten A und A' so auf dem Block, dass ihre Vorderkante in der vorderen Begrenzungsebene des Blockes lag, so betrug die Drehung der Nullpunkte 31°, zog man den Apparat nach vorn, bis die Mittellinie rs in die Vorderfläche des Blockes fiel, so betrug die Drehung noch 20°.

2. Pech, künstliches, aus Steinkohlen gewonnen. Es wurde ebenfalls der grosse Block benutzt. Die Drehungen in den beiden unter 1. genannten Lagen betrugen bezw. 21° und 13°.

3. Papier. Wurde der Apparat auf einen aus Papier gebildeten Block von 70 cm Länge, 35 cm Höhe, 20 cm Breite gelegt, so erschienen die Nullpunkte um etwa 8° gegen das Papier zu gedreht.

4. Holz. Wurde ein gleicher Block aus dichtem, völlig trockenem Holze gebildet, so betrug die Drehung der Nullpunkte etwa 10°.

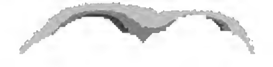
5. Sandstein. Einem ausgedehnten trockenen Sandsteinpfeiler des Gebäudes bis fast zur Berührung genähert, ergab der Apparat eine Drehung der Nullpunkte gegen den Sandstein hin von etwa 20°. Schon an dem grossen Apparate hatte ich bemerkt, dass ein Einfluss des steinernen Fussbodens sich geltend machte, sobald der Apparat demselben auf $^1/_2$ m genähert wurde.

6. Schwefel. Aus Stangenschwefel wurde in einer Holzform ein massiver Block von 70 cm Länge, 20 cm Breite, 35 cm Höhe gegossen und die Form entfernt. Die Wirkung des Blockes war sehr deutlich, die oben beschriebenen Einzelheiten waren verfolgbar, die Drehung betrug 13—14°.

7. Paraffin. Das Paraffin war weiss, bei 60—70° schmelzend ergab es eine wasserklare Flüssigkeit ohne alle Unreinigkeiten. Es wurde in eine Form aus Pappe von den mehrfach genannten Dimensionen gegossen und die Form entfernt. Die Wirkung war sehr deutlich, die Drehung betrug 7°.

8. Petroleum. Um auch einen flüssigen Isolator zu untersuchen, füllte ich 45 l reinen Petroleums in einen dichten Kasten aus Eichenholz von 70 cm lichter Länge, 20 cm Breite, 35 cm Tiefe. Der gefüllte Kasten bewirkte eine Drehung von etwa 7°. Der leere Kasten bewirkte eine solche von etwa 2°. Der sehr merkliche Unterschied entspricht etwa der Wirkung, welche das Petroleum allein gehabt haben würde.

Der übereinstimmende Verlauf der Beobachtungen an so verschiedenen, zum Theil reinen Stoffen, wird kaum einen Zweifel an der Realität der Wirkung oder daran aufkommen lassen, dass dieselbe den Stoffen, nicht den Verunreinigungen zuzuschreiben sei. Auch sehe ich nur zwei Einwände, welche man hinsichtlich der Deutung der Erscheinungen machen könnte, und welche es vortheilhaft ist von vorn herein zu widerlegen. Erstens könnte man behaupten, die Wirkung sei keine elektrodynamische, sondern der Isolator verändere in seiner Nähe die Vertheilung der elektrostatischen Kraft, und diese geänderte Vertheilung habe die geänderte Erscheinung zur Folge. Ich habe vergeblich versucht, auf Grund dieser Annahme die Einzelheiten der Erscheinungen zu deuten. Aber es lässt sich jene Behauptung auch direct widerlegen. Erfüllt nämlich der Isolator einen Raum, welcher nur durch Kraftlinien und durch Theile der Oberflächen von A und A' begrenzt ist, so giebt er nicht zu einer Aenderung der elektrostatischen Kräfte ausserhalb seiner Masse Anlass. Nun ist die durch die Mittellinie rs gelegte senkrechte Ebene sicherlich von Kraftlinien gebildet, und ebenso ist es die horizontale Ebene der Platten A und A' selber. Ist also der Isolator begrenzt durch diese beiden Ebenen, und erstreckt er sich hinter der ersteren und unter der letzteren so weit, als er überhaupt noch Einfluss hat, so ist jeder elektrostatische Einfluss auf den äusseren Raum vermieden. Legten wir nun den kleineren unserer Apparate mit der Linie rs auf die obere Vorderkante eines der grossen Blöcke, so war der angegebenen Bedingung in hinreichender Weise genügt. Gleichwohl verschwand die Wirkung, wie oben bemerkt, nicht, sondern war von ähnlicher Stärke, wie unter den günstigsten Umständen. Diese Wirkung rührte also nicht von elektrostatischen Kräften her.



Zweitens kann man einwenden, die Wirkungen seien vielleicht Strömungen zuzuschreiben, welche einem Reste von Leitungsvermögen ihr Dasein verdanken. Dieser Einwand wird kaum auf Beifall rechnen dürfen, wenn er hinsichtlich der vorzüglichen Isolatoren Schwefel und Paraffin vorgebracht wird. Aber ich glaube, dass er selbst hinsichtlich der weniger guten Isolatoren, wie Holz, nicht am Orte ist. Gesetzt auch, ein solcher Stoff isolire so mangelhaft, dass er der geladenen Platte A gestatte, sich in dem zehntausendsten Theile der Secunde, aber nicht viel schneller, zu entladen, so würde doch während einer Schwingung unseres Apparates die Platte immer nur den zehntausendsten Theil ihrer Ladung verlieren. Der eigentliche Leitungsstrom in dem untersuchten Stoffe würde also immer nur den zehntausendsten Theil des primären Stromes in AA' ausmachen, und er würde also noch völlig unwirksam sein. Wenigstens für die besseren Isolatoren ist demnach jede Mitwirkung der Leitung ausgeschlossen.

Für die quantitativen Verhältnisse der Versuche erscheint es nicht möglich, schon jetzt eine entsprechende Deutung zu geben.

Wir haben oben gesehen, welchen Einfluss ein dem primären Leiter AA' genäherter metallischer Leiter C auf den secundären Kreis B hat. War C in Resonanz mit AA', so war seine Einwirkung auf C nicht interferenzfähig mit der directen Wirkung von AA'. Gleichzeitig aber war diese Einwirkung im Zustande der Resonanz ziemlich kräftig, sodass dieselbe noch wahrgenommen werden konnte, wenn auch C um 1—1,5 m von AA' entfernt wurde. Hierauf gründete ich Versuche, welche eine endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektrischen Kräfte nachweisen sollten. Brauchen nämlich diese Kräfte Zeit, um zunächst von AA' nach C und von da zurück nach B zu gelangen, so wird die Phasendifferenz zwischen den Wirkungen von AA' auf B und von C auf B zunehmen mit wachsender Entfernung zwischen AA' und C, und beide Wirkungen müssen wieder interferenzfähig werden, wenn die Entfernung zwischen AA' und C so gross wird, dass sie von der elektrischen Kraft in dem vierten Theile der halben Schwingungsdauer durch-

laufen wird. Diese Versuche blieben jedoch ohne Erfolg, indem ich keine der Erscheinungen, welche ich erwartete, wahrzunehmen vermochte. Da es sich aber im günstigsten Falle um die Beobachtung äusserst zarter Abänderungen handelte, so glaube ich nicht, dass dies negative Resultat gegenüber den anderweitig von mir erhaltenen positiven Resultaten ins Gewicht fallen kann.

---

7. Ueber die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektrodynamischen Wirkungen.

(Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. vom 2. Febr. 1888, Wiedemanns Ann. **34**, p. 551.)

Wirken veränderliche elektrische Kräfte im Innern von Isolatoren, deren Dielektricitätsconstante merklich von Eins verschieden ist, so üben die jenen Kräften entsprechenden Polarisationen elektrodynamische Wirkungen aus. Eine andere Frage aber ist es, ob auch im Luftraum veränderliche elektrische Kräfte mit Polarisationen von elektrodynamischer Wirksamkeit verknüpft sind. Man hat die Folgerung ziehen können, dass, wenn diese Frage zu bejahen ist, die elektrodynamischen Wirkungen sich mit endlicher Geschwindigkeit ausbreiten müssen.

Während ich mich vergeblich nach Versuchen umsah, welche eine unmittelbare Beantwortung der angeregten Frage hätten ergeben können, kam mir der Gedanke, es möchte möglich sein, jene Folgerung zu prüfen, und zwar selbst dann, wenn die fragliche Geschwindigkeit die des Lichtes nicht unbeträchtlich überträfe. Der Plan, welcher für die Untersuchung aufgestellt wurde, war der folgende: Zuerst sollten mit Hülfe der schnellen Schwingungen eines primären Leiters entsprechende regelmässige, fortschreitende Wellen in einem geradlinig ausgespannten Drahte erzeugt werden. Zuzweit sollte ein secundärer Leiter gleichzeitig der Einwirkung der durch den Draht fortgepflanzten Wellen und der durch die Luft fortgepflanzten directen Wirkung der primären Schwingung ausgesetzt und so beide Wirkungen zur Interferenz gebracht werden. Endlich sollten solche Interferenzen in verschiedenen Abständen vom primären Kreise hergestellt und so ermittelt werden, ob die Schwingungen der elektrischen Kraft

in grösseren Entfernungen eine Phasenverzögerung gegen die Schwingungen in der Nähe aufwiesen oder nicht. Ein vorhandener Phasenunterschied würde eine endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit anzeigen. Dieser Plan hat sich in allen Theilen als durchführbar erwiesen. Die nach ihm angestellten Versuche haben ergeben, dass sich die Inductionswirkung durch den Luftraum allerdings mit endlicher Geschwindigkeit ausbreitet. Diese Geschwindigkeit ist grösser als die Fortpflanzungsgeschwindigkeit elektrischer Wellen in Drähten. Das Verhältniss beider Geschwindigkeiten ist nach den bisherigen Versuchen etwa 45 : 28, danach ergiebt sich die absolute Grösse der ersteren als von der Ordnung der Lichtgeschwindigkeit. Ueber die Ausbreitung der elektrostatischen Wirkungen konnte ein Urtheil noch nicht gewonnen werden.

Der primäre und der secundäre Leiter.

Der primäre Leiter AA' (Fig. 25) bestand aus zwei quadratischen Messingplatten von 40 cm Seitenlänge, welche durch einen 60 cm langen Kupferdraht verbunden waren. In der Mitte des Drahtes befand sich die Funkenstrecke, in welcher durch die sehr kräftigen Entladungen eines Inductoriums J die Schwingungen eingeleitet wurden. Der Leiter wurde 1,5 m über dem Fussboden so aufgestellt, dass der Draht horizontal lag, die Ebene der Platten vertical stand. Eine Gerade rs, welche wir durch die Funkenstrecke horizontal und senkrecht zur Richtung der primären Schwingung legen, wollen wir als die Grundlinie unserer Versuche bezeichnen.

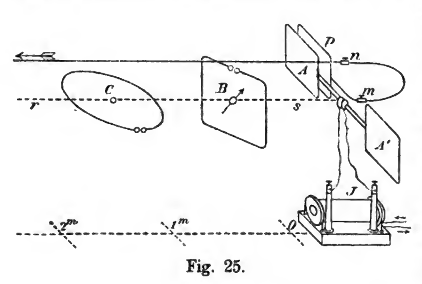


Fig. 25.

In der Grundlinie bezeichnen wir einen Punkt, welcher 45 cm von der Funkenstrecke entfernt ist, als den Nullpunkt. Die Versuche wurden in einem grossen Hörsaal angestellt, in welchem sich auf eine Entfernung von 12 m hin keine festen Gegen-

stände in der Nachbarschaft der Grundlinie befanden.[1]) Während der Versuche wurde dieser Raum verdunkelt.

Als secundäre Strombahn diente theils ein Draht *C*, welcher die Gestalt eines Kreises von 35 cm Radius hatte, theils ein Draht *B*, welcher in die Gestalt eines Quadrats von 60 cm Seitenlänge gebogen war. Die Funkenstrecke beider Leiter war durch eine Mikrometerschraube einstellbar, die des letztgenannten war mit einer Lupe ausgestattet. Beide Leiter waren in Resonanz mit dem primären Leiter. Die (halbe) Schwingungsdauer aller drei betrug, aus Capacität und Selbstpotential des primären Leiters berechnet, 1,4 hundertmilliontel Secunde.[2]) Es ist freilich unsicher, ob die gewöhnliche Theorie elektrischer Schwingungen hier noch genaue Resultate giebt. Dass dieselbe für die Entladungen Leydener Flaschen noch richtige Zahlenwerthe ergeben hat, lässt uns vertrauen, dass auch hier ihre Resultate wenigstens der Ordnung nach mit der Wirklichkeit übereinstimmen.

Betrachten wir nun die Einwirkung der primären Schwingung auf die secundäre Strombahn in einigen für unseren Zweck wichtigen Lagen. Wir bringen zunächst den Mittelpunkt des secundären Leiters in die Grundlinie und lassen seine Ebene mit der durch die Grundlinie gelegten verticalen Ebene zusammenfallen. Wir wollen diese Lage als die erste Hauptlage bezeichnen. In derselben nehmen wir keine Funken im secundären Kreise wahr. Es ist dies leicht erklärlich, die elektrische Kraft steht in allen Punkten senkrecht auf der Richtung des secundären Drahtes.

Wir belassen nun den Mittelpunkt des secundären Leiters in der Grundlinie, bringen aber seine Ebene in die zur Grundlinie senkrechte Lage, die zweite Hauptlage. Es finden sich jetzt Funken im secundären Kreise, sobald die Funkenstrecke oberhalb oder unterhalb der durch die Grundlinie gelegten Horizontalebene liegt, keine Funken jedoch, wenn die Funkenstrecke in jene Ebene fällt. Mit der Entfernung von der primären Schwingung nimmt die Länge der Funken anfangs schnell, dann aber sehr langsam ab; ich konnte die Funken auf der ganzen,

---

[1]) [Siehe Anmerkung 12 am Schluss des Buches].

[2]) Siehe No. 2. p. 55. [Siehe auch Anmerkung 13 am Schluss des Buches].

mir zu Gebote stehenden Entfernung von 12 m beobachten und zweifle nicht, dass in grösseren Räumen diese Entfernung sich wird erweitern lassen. Die Funken in dieser Lage verdanken ihr Dasein im wesentlichen der elektrischen Kraft, welche jedesmal in dem der Funkenstrecke gegenüberliegenden Theil des secundären Kreises wirkt. Die Gesammtkraft lässt sich in den elektrostatischen und den elektrodynamischen Theil zerlegen; es unterliegt keinem Zweifel, dass in der Nähe der erstere, in der Ferne der letztere Theil überwiegt und die Richtung der Gesammtkraft angiebt.

Wir bringen endlich die Ebene des secundären Leiters in die horizontale Lage, während wir seinen Mittelpunkt in der Grundlinie belassen. Wir wollen sagen, der Leiter befinde sich jetzt in der dritten Hauptlage. Benutzen wir den kreisförmigen Leiter, bringen seinen Mittelpunkt in den Nullpunkt der Grundlinie und führen seine Funkenstrecke langsam in ihm herum, so beobachten wir das Folgende: Ueberall findet sehr lebhafte Funkenbildung statt. Die Funken sind am kräftigsten und etwa 6 mm lang, wenn die Funkenstrecke dem primären Leiter zugekehrt ist, sie nehmen gleichmässig ab, wenn sich die Funkenstrecke von dort entfernt, und erreichen einen Minimalwerth von etwa 3 mm auf der dem primären Leiter abgekehrten Seite. Wäre der Leiter nur der elektrostatischen Kraft ausgesetzt, so würden wir Funkenbildung zu erwarten haben, wenn die Funkenstrecke auf der einen oder andern Seite in die Nachbarschaft der Grundlinie fällt, Auslöschung der Funken in den beiden mittleren Lagen. Und zwar wäre die Richtung der Schwingung bedingt durch die Richtung der Kraft in dem der Funkenstrecke gegenüberliegenden Theile des secundären Leiters. Ueber diese von der elektrostatischen Kraft erregte Schwingung legt sich aber die von der Inductionskraft erregte Schwingung, welche deshalb sehr kräftig ist, weil die Inductionskraft hier, um den geschlossen gedachten secundären Kreis herum integrirt, einen endlichen Integralwerth ergiebt. Diese Integralkraft der Induction hat eine von der Lage der Funkenstrecke unabhängige Richtung, sie wirkt entgegen der elektrostatischen Kraft in dem AA' zugekehrten, zusammen mit der elektrostatischen Kraft in dem von AA' abgekehrten Theil des secundären Leiters. Elektrostatische und elektrodynamische Kraft wirken daher zusammen,

wenn die Funkenstrecke dem primären Leiter zugewandt liegt, sie wirken gegeneinander, wenn die Funkenstrecke vom primären Leiter abliegt. Dass es in letzterer Lage die Inductionskraft ist, welche überwiegt und die Richtung der Schwingung bedingt, erkennt man daran, dass der Uebergang aus dem einen in den anderen Zustand ohne Erlöschen der Funken in irgend einer Lage erfolgt. Für unseren Zweck kommt es auf die folgende Bemerkung an: Liegt die Funkenstrecke um 90° nach rechts oder links aus der Grundlinie herausgedreht, so liegt sie in einem Knotenpunkte in Hinsicht der elektrostatischen Kraft, und die in ihr auftretenden Funken verdanken ihr Dasein lediglich der Inductionskraft; insbesondere noch dem Umstande, dass die letztere, um den geschlossenen Kreis genommen, von Null verschieden ist. In dieser besonderen Lage können wir also auch in der Nähe des primären Leiters die Inductionswirkung unabhängig von der elektrostatischen Wirkung untersuchen.

Die vollständigen Belege für die hier gegebenen Deutungen sind in einer früher mitgetheilten Arbeit[1]) enthalten; auf einige Bestätigungen, welche diese Deutungen und damit die Ergebnisse jener Arbeit im Folgenden finden, weise ich hin.

Die Wellen im geradlinigen Drahte.

Um mit Hülfe unserer primären Schwingungen fortschreitende Wellen in einem Drahte zu erzeugen, welche unserem Zweck entsprechen, verfahren wir in folgender Weise. Hinter die Platte A setzen wir eine gleich grosse Platte P. Von der letzteren führen wir einen 1 mm starken Kupferdraht bis zum Punkte m der Grundlinie, von da in einem Bogen von 1 m Länge bis zum Punkte n, welcher etwa 30 cm über der Funkenstrecke liegt, und nun geradlinig parallel der Grundlinie fort bis auf solche Entfernung, dass eine Störung durch reflectirte Wellen nicht zu befürchten ist. In meinen Versuchen durchsetzte der Draht das Fenster, ging dann etwa 60 m frei durch die Luft und endete in einer Erdleitung. Besondere Versuche zeigten, dass jene Entfernung hinreichend sei. Nähern wir nun diesem Draht einen fast zum Kreise geschlossenen metallischen Leiter,

---

[1]) Siehe No. 5 p. 87.

so begleitet ein feines Funkenspiel in dem letzteren die Entladungen des Inductoriums. Die Intensität der Funken können wir verändern, indem wir den Abstand der Platten P und A variiren. Dass die Wellen im Drahte von gleicher Schwingungsdauer mit den primären Schwingungen sind, zeigt sich, wenn wir einen unserer abgestimmten secundären Leiter dem Drahte nähern. In diesen nämlich fallen die Funken kräftiger aus, als in irgend welchen anderen, grösseren oder kleineren Metallkreisen. Dass die Wellen wie in Hinsicht der Zeit, so auch in Hinsicht des Raumes regelmässig sind, kann erwiesen werden durch die Bildung stehender Wellen. Zu dem Ende lassen wir den Draht in einiger Entfernung vom Ursprung frei enden und nähern ihm unseren secundären Leiter in solcher Lage, dass die Ebene des letzteren den Draht aufnimmt, und dass die Funkenstrecke dem Draht zugekehrt ist. Wir beobachten das Folgende: Am freien Ende des Drahtes sind die Funken im secundären Leiter sehr klein, sie nehmen an Länge zu, wenn wir uns dem Ursprunge des Drahtes nähern, in einiger Entfernung aber nehmen sie wieder ab und sinken fast auf Null, um dann wieder zuzunehmen. Wir haben einen Knotenpunkt gefunden. Messen wir nun die so gefundene Wellenlänge, machen die ganze Länge des Drahtes, vom Punkte n an gerechnet, gleich einem ganzzahligen Vielfachen dieser Länge und wiederholen den Versuch, so finden wir, dass jetzt die ganze Länge sich durch Knotenpunkte in einzelne Wellen getheilt hat.[1]) Bestimmen wir jeden Knotenpunkt für sich mit möglichster Sorgfalt und bezeichnen ihn durch einen aufgesetzten Papierreiter, so können wir uns überzeugen, dass die Abstände der letzteren ziemlich gleich werden, und dass die Versuche einige Genauigkeit gestatten.

Noch auf andere Weisen lassen sich übrigens die Knoten von den Bäuchen unterscheiden. Nähern wir den secundären Leiter dem Drahte so, dass die Ebene des ersteren senkrecht steht auf dem letzteren, dass aber die Funkenstrecke weder dem Drahte völlig zu-, noch völlig abgewandt ist, sondern sich in einer mittleren Lage befindet, so ist der secundäre Kreis geeignet, Kräfte anzugeben, welche auf der Richtung des Drahtes senkrecht stehen. Bei solcher Lage des Kreises sehen wir nun

[1]) [Siehe Anmerkung 14 am Schluss des Buches].

Funken auftreten in den Knotenpunkten, verlöschen in den Bäuchen. Zieht man mittelst eines isolirten Leiters Funken aus dem Drahte, so fallen diese etwas stärker aus an den Knotenpunkten als an den Bäuchen, doch ist der Unterschied klein und kann meist nur wahrgenommen werden, wenn man schon weiss, wo die Knoten, und wo die Bäuche liegen. Dass die letztgenannte Methode und andere verwandte Methoden kein deutliches Resultat geben, liegt daran, dass sich den von uns betrachteten Wellen andere unregelmässige Bewegungen überlagern; mit Hülfe unserer abgestimmten Kreise aber finden wir die uns interessirenden Bewegungen heraus, wie man mit Hülfe von Resonatoren aus Geräuschen bestimmte Töne herauszuhören vermag.

Schneiden wir den Draht in einem Knotenpunkte durch, so bleiben die Erscheinungen in dem dem Ursprunge zugewandten Theile ungestört, aber auch in den losgetrennten Theil, wenn wir denselben an seinem Orte belassen, pflanzen sich die Wellen, wenn auch mit verminderter Stärke, fort.

Die Messbarkeit der Wellenlängen lässt mannigfache Anwendungen zu. Ersetzen wir den bisherigen Kupferdraht durch einen dickeren oder dünneren Kupferdraht oder durch einen Draht aus anderem Metall, so behalten die Knotenpunkte ihre Lage bei. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in allen solchen Drähten ist daher gleich, und wir sind berechtigt, von derselben als einer bestimmten Geschwindigkeit zu reden. Auch Eisendrähte machen keine Ausnahme von der allgemeinen Regel, die Magnetisirbarkeit des Eisens kommt also bei so schnellen Bewegungen nicht in Betracht. Es wird interessant sein, das Verhalten von Elektrolyten zu prüfen. Der Umstand, dass in diesen die elektrische Bewegung mit der Bewegung träger Masse verbunden ist, lässt eine geringere Fortpflanzungsgeschwindigkeit vermuthen.[1]) Durch einen Schlauch von 10 mm Durchmesser, welcher mit Kupfervitriollösung gefüllt war, pflanzten sich die Wellen überhaupt nicht fort, doch mag der zu grosse Widerstand die Ursache gewesen sein. Durch Messung der Wellenlängen können auch die relativen Schwingungsdauern verschiedener primärer Leiter bestimmt werden; es dürfte möglich sein,

---

[1]) [Siehe Anmerkung 15 am Schluss des Buches].

auf diesem Wege die Schwingungsdauern von Platten, Kugeln, Ellipsoiden etc. zu vergleichen.

In unserem besonderen Falle zeigte sich, dass Knotenpunkte sehr deutlich hervortraten, wenn der Draht in 8 m, oder wenn er in 5,5 m Entfernung vom Nullpunkt der Grundlinie abgeschnitten wurde. Im ersteren Falle fanden sich die Papierreiter, welche zur Bestimmung der Knotenpunkte benutzt waren, bei — 0,2 m, 2,3 m, 5,1 m, 8 m, in letzterem bei — 0,1 m, 2,8 m, 5,5 m Entfernung vom Nullpunkt. Es erhellt, dass sich die (halbe) Wellenlänge im freien Draht wenig von 2,8 m unterscheiden kann. Dass die erste Wellenlänge, von P ab gerechnet, kleiner erscheint, kann wegen der Anwesenheit der Platte und der Krümmung des Drahtes nicht Wunder nehmen. Aus einer Schwingungsdauer von 1,4 hundertmilliontel Secunde und einer Wellenlänge von 2,8 m ergiebt sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Wellen in Drähten zu 200 000 km/sec.[1]) Nach einer sehr guten Methode haben Fizeau und Gounelle[2]) im Jahre 1850 für diese Geschwindigkeit in Eisendrähten 100 000 km/sec, in Kupferdrähten 180 000 km/sec gefunden. W. Siemens[3]) hat im Jahre 1875 mit Hülfe von Flaschenentladungen Geschwindigkeiten von 200 000—260 000 km/sec in Eisendrähten gefunden. Andere Messungen können kaum in Betracht kommen. Jene experimentell gefundenen Werthe nehmen den unserigen gut in ihre Mitte. Da unser Werth mit Hülfe einer zweifelhaften Theorie gefunden ist, dürfen wir ihn nicht für eine neue Messung der gleichen Grösse ausgeben; wir dürfen aber umgekehrt aus der Uebereinstimmung mit den Versuchsresultaten abnehmen, dass unsere berechnete Schwingungsdauer der Ordnung nach richtig ist.

Interferenz der directen mit der durch den Draht fortgeleiteten Wirkung.

Wir stellen die quadratische Strombahn B im Nullpunkt in der zweiten Hauptlage so auf, dass sich die Funkenstrecke im höchsten Punkte befindet. Die Wellen im Drahte üben jetzt

---

1) [Siehe Anmerkung 16 am Schluss des Buches].

2) Fizeau u. Gounelle, Pogg. Ann. 80. p. 158. 1850.

3) W. Siemens, Pogg. Ann. 157. p. 309. 1876.

keinen Einfluss aus, die directe Wirkung verursacht Funken von 2 mm Länge. Bringen wir nun B durch Drehung um eine verticale Axe in die erste Hauptlage, so findet umgekehrt eine directe Einwirkung der primären Schwingung nicht statt, aber die Wellen im Drahte erzeugen jetzt Funken, welche wir durch Annäherung von P an A ebenfalls fast auf 2 mm Länge bringen können. In mittleren Lagen werden beide Ursachen zu Funken Anlass geben, und es ist denselben also die Möglichkeit geboten, nach Maassgabe ihrer Phasendifferenz sich gegenseitig zu verstärken oder zu schwächen. In der That beobachten wir eine derartige Erscheinung. Stellen wir nämlich die Ebene von B so ein, dass ihre nach AA' hin gerichtete Normale von derjenigen Seite des primären Leiters, auf welcher sich die Platte P befindet, wegweist, so fallen die Funken kräftiger aus, als selbst in den Hauptlagen; stellen wir aber jene Ebene so, dass ihre Normale auf P zuweist, so erlöschen die Funken und treten erst bei wesentlicher Verkleinerung der Funkenstrecke wieder auf. Bringen wir unter übrigens gleichen Umständen die Funkenstrecke im tiefsten Punkte von B an, so tritt Auslöschung dann ein, wenn die Normale von P abweist. Weitere Variationen des Versuches, in welchen z. B. der Draht unterhalb des secundären Leiters vorbeigeleitet wurde, verliefen so, wie es nach dem Mitgetheilten zu erwarten war. Die Erscheinung selbst hatten wir erwartet; suchen wir uns klar zu machen, dass auch der Sinn der Einwirkung unserer Deutung entspricht. Um die Vorstellung zu fixiren, sei die Funkenstrecke im höchsten Punkte gelegen, die Normale gegen P gekehrt (wie in der Figur). Fassen wir einen Zeitpunkt ins Auge, in welchem sich die Platte A im Zustande grösster positiver Ladung befindet. Die elektrostatische und damit die Gesammtkraft ist dabei von A gegen A' gerichtet. Die durch dieselbe in B erzeugte Schwingung ist bestimmt durch die Richtung der Kraft im unteren Theile von B. Es wird also die positive Elektricität gegen A' hin im unteren, von A' fort im oberen Theile getrieben. Achten wir nun auf die Wirkung der Wellen. So lange A positiv geladen ist, fliesst die positive Elektricität aus der Platte P heraus. Diese Strömung ist in dem von uns betrachteten Augenblick in der Mitte der ersten halben Wellenlänge des Drahtes im Maximum ihrer Entwickelung. Eine Viertelwellenlänge weiter vom Ursprung entfernt,



nämlich in der Nähe unseres Nullpunktes, ist sie erst im Begriff, diese vom Nullpunkt abgewandte Richtung anzunehmen. Es drängt daher hier die Inductionskraft die benachbarte positive Elektricität gegen den Ursprung hin. Insbesondere in unserem Leiter *B* wird die positive Elektricität in solche Kreisbewegung gesetzt, dass sie im oberen Theile gegen *A'* hin, im unteren von *A'* abzufliessen strebt. Sonach wirken in der That elektrostatische und elektrodynamische Kraft mit nahezu gleicher Phase gegen einander und müssen sich mehr oder weniger vernichten. Drehen wir den secundären Kreis um 90° durch die erste Hauptlage hindurch, so wechselt wohl die directe Wirkung ihr Zeichen, nicht aber die Wirkung der Wellen, und die beiden Ursachen verstärken einander. Das gleiche gilt, wenn wir den Leiter *B* in seiner Ebene so drehen, dass die Funkenstrecke in den tiefsten Punkt gelangt.

Wir schalten jetzt statt des Drahtstückes *mn* grössere Drahtlängen ein. Wir bemerken, dass dabei die Interferenz immer undeutlicher wird; haben wir ein Drahtstück von 250 cm Länge eingeschaltet, so ist sie gänzlich verschwunden, die Funken sind gleich lang, ob nun die Normale von *P* ab- oder auf *P* zuweist. Verlängern wir den Draht weiter, so tritt wieder ein Unterschied der verschiedenen Quadranten auf, und die Auslöschung der Funken in dem einen wird ziemlich scharf, wenn 400 cm Draht eingeschaltet sind. Aber nun tritt im Gegensatz zu früher Auslöschung dann ein, wenn bei oben liegender Funkenstrecke die Normale von *P* abweist. Bei weiterer Verlängerung verschwindet die Interferenz von neuem, um dann bei Einschaltung von etwa 6 m Draht wieder in dem ursprünglichen Sinne aufzutreten. Die Erklärung dieser Erscheinungen durch die Verzögerung der Drahtwellen leuchtet ein, dieselben geben uns die Sicherheit, dass auch in den fortschreitenden Wellen nach je etwa 2,8 m die Zustände ihr Vorzeichen umgekehrt haben.

Wollen wir Interferenzen herstellen, während sich der secundäre Kreis *C* in der dritten Hauptlage befindet, so müssen wir den geradlinigen Draht aus seiner bisherigen Lage entfernen und ihn in der Horizontalebene an *C* entweder auf der Seite der Platte *A* oder der Platte *A'* vorbeiführen. Praktisch genügt es, wenn wir den Draht locker spannen, ihn mit einer isolirenden Zange fassen und ihn abwechselnd der einen oder der anderen

Seite von C nähern. Wir beobachten das Folgende: Leiten wir die Wellen an derjenigen Seite vorbei, an welcher sich die Platte P befindet, so heben die Wellen die vorherbestandenen Funken auf. Führen wir die Wellen an der entgegengesetzten Seite vorbei, so verstärken sie die schon vorhandenen Funken, und zwar beides stets, welches auch die Lage der Funkenstrecke im Kreise ist. Wir sahen, dass in dem Augenblicke, in welchem die Platte A im Zustand stärkster positiver Ladung ist, und in welchem also die primäre Strömung von A wegzufliessen beginnt, die Strömung im ersten Knotenpunkt des geradlinigen Drahtes anfängt, vom Ursprung desselben abzufliessen. Beide Strömungen umkreisen also C in gleichem Sinne, wenn der geradlinige Draht auf der von A abgewendeten Seite von C liegt, im entgegengesetzten Falle umkreisen sie C in verschiedenem Sinne, und ihre Wirkungen zerstören einander. Dass die Lage der Funkenstrecke gleichgültig ist, beweist unsere Annahme, dass die Richtung der Schwingung hier durch die elektrodynamische Kraft bestimmt ist. Auch die letztbeschriebenen Interferenzen kehren ihren Sinn um, wenn zwischen den Punkten m und n anstatt 100 cm Draht 400 cm Draht eingeschaltet werden.

Auch in solchen Lagen, in welchen der Mittelpunkt des secundären Kreises ausserhalb der Grundlinie sich befindet, habe ich Interferenzen hergestellt, doch sind dieselben für unseren gegenwärtigen Zweck nur insofern von Bedeutung, als sie durchaus Bestätigung der zu Grunde liegenden Anschauungen ergaben.

Interferenzen in verschiedenen Entfernungen.

In gleicher Weise, wie im Nullpunkt, können wir auch in grösseren Entferungen Interferenzen hervorrufen. Damit dieselben deutlich seien, haben wir dafür zu sorgen, dass die Wirkung der Drahtwellen jeweils von ähnlicher Grösse sei, wie die directe Wirkung, was wir durch Vergrösserung des Abstandes zwischen P und A bewirken können. Die Richtigkeit der folgenden Betrachtung liegt nun auf der Hand: Pflanzt sich die Wirkung durch den Luftraum mit unendlicher Geschwindigkeit fort, so muss sie mit den Drahtwellen nach je einer halben Wellenlänge der letzteren, also nach je 2,8 m in entgegengesetztem Sinne interferiren. Pflanzt sich die Wirkung durch die Luft mit

gleicher Geschwindigkeit wie die Drahtwellen fort, so wird sie mit jenen in allen Entfernungen in gleicher Weise interferiren. Pflanzt sich die Wirkung durch die Luft mit endlicher, aber anderer Geschwindigkeit als die Drahtwellen fort, so wird die Interferenz ihren Sinn ändern, aber in Zwischenräumen, welche grösser als 2,8 m sind.

Um zu ermitteln, was thatsächlich stattfände, bediente ich mich zunächst der Art von Interferenzen, welche beim Uebergang aus der ersten in die zweite Hauptlage beobachtet werden. Die Funkenstrecke befand sich oben. Ich beschränkte mich zunächst auf Entfernungen bis zu 8 m vom Nullpunkte an. Am Ende jedes halben Meters dieser Strecke wurde der secundäre Leiter aufgestellt und untersucht, ob ein Unterschied in der Funkenstrecke zu constatiren sei, je nachdem die Normale gegen P hin- oder von P fortwies. War ein solcher Unterschied nicht vorhanden, so wurde das Resultat des Versuchs durch das Zeichen o aufgezeichnet. Waren die Funken kleiner, während die Normale auf P hinwies, so wurde eine Interferenz constatirt, welche durch das Zeichen + dargestellt wurde. Das Zeichen — wurde benutzt, um eine Interferenz bei entgegengesetzter Richtung der Normale zu bezeichnen. Um die Versuche zu vervielfältigen, wiederholte ich sie häufig, indem ich jedesmal den Draht $m\,n$ durch einen 50 cm längeren Draht ersetzte und ihn so allmählich von 100 cm auf 600 cm anwachsen liess. Die folgende, leicht verständliche Uebersicht enthält die Resultate meiner Versuche.

	0		1		2		3		4		5		6		7		8
100	+	+	o	—	—	—	—	—	o	o	o	o	o	+	+	+	+
150	+	o	—	—	—	—	o	o	o	o	o	+	+	+	+	+	o
200	o	—	—	—	—	—	o	+	+	+	+	+	o	o	o	o	o
250	o	—	—	—	—	o	o	+	+	+	+	o	o	o	o	o	o
300	—	—	—	—	o	+	+	+	+	+	o	o	o	o	—	—	—
350	—	—	o	+	+	+	+	+	+	o	o	o	—	—	—	—	—
400	—	—	o	+	+	+	+	o	o	o	o	—	—	—	—	—	—
450	—	o	+	+	+	+	+	o	o	o	—	—	—	—	—	—	o
500	—	o	+	+	+	+	o	—	—	—	—	—	o	o	o	o	+
550	o	+	+	+	+	o	o	—	—	—	—	—	o	o	o	o	+
600	+	+	+	+	o	o	—	—	—	—	—	o	o	+	+	+	+

Hiernach möchte es fast scheinen, als ob die Interferenzen nach je einer halben Wellenlänge der Drahtwellen ihr Zeichen

änderten.[1]) Allein wir bemerken erstens, dass dies doch nicht genau zutrifft. So müsste sich in der ersten Zeile das Zeichen o wiederholen in den Entfernungen von 1 m, 3,8 m, 6,6 m, während es sich offenbar seltener wiederholt. Zweitens bemerken wir, dass die Verschiebung der Phase schneller erfolgt in der Nähe des Ursprungs, als in der Entfernung von demselben. Alle Zeilen zeigen dies übereinstimmend. Eine Veränderlichkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist nicht wahrscheinlich. Wir schieben vielmehr mit gutem Grunde diese Erscheinung auf den Umstand, dass wir die Gesammtkraft benutzen, welche sich in elektrostatische und elektrodynamische Kraft trennen lässt. Schon die Theorie hat wahrscheinlich gemacht, dass erstere, welche in der Nähe der primären Schwingung überwiegt, sich schneller ausbreitet als letztere, welche in der Entfernung fast allein zur Geltung kommt. Um zunächst das Thatsächliche der Erscheinungen in grösserer Entfernung festzustellen, habe ich wenigstens für drei Werthe der Länge *m n* die Versuche bis auf 12 m Entfernung ausgedehnt, was freilich nicht ohne einige Anstrengung möglich war. Hier sind die Resultate.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
100	+	o	—	—	o	o	o	+	+	+	+	+	o
250	o	—	—	o	+	+	o	o	o	o	—	—	—
400	—	o	+	+	o	o	—	—	—	—	o	o	o

Dürfen wir annehmen, dass in den grösseren Entfernungen nur die Inductionswirkung thätig ist, so werden wir aus diesen Beobachtungen schliessen, dass die Interferenz dieser mit den Drahtwellen nur nach je 7 m etwa ihr Zeichen wechselt.

Um nun aber die Inductionskraft auch in der Nähe der primären Schwingung, wo die Erscheinungen deutlicher sind, zu untersuchen, benutzte ich die Interferenzen, welche in der dritten Hauptlage auftreten, während die Funkenstrecke um 90° aus der Grundlinie herausgedreht ist. Der Sinn der Interferenz im Nullpunkt ist bereits oben erwähnt, dieser Sinn soll durch das

---

[1]) [Siehe Anmerkung 17 am Schluss des Buches.]

Zeichen — angezeigt werden, während das Zeichen + eine Interferenz bei Vorbeileitung der Wellen auf der von P abgekehrten Seite von C bezeichnen soll. Durch diese Wahl der Vorzeichen setzen wir uns in Uebereinstimmung mit der bisherigen Zeichengebung. Denn da die Inductionskraft der Gesammtkraft im Nullpunkt entgegengesetzt ist, würde auch unsere erste Tabelle mit dem Zeichen — beginnen, falls der Einfluss der elektrostatischen Kraft beseitigt werden könnte. Der Versuch zeigt nun zunächst, dass in einer Entfernung von 3 m noch immer Interferenz stattfindet, und zwar von gleichem Vorzeichen wie im Nullpunkt. Dieser Versuch, oft mit niemals zweideutigem Erfolge wiederholt, genügt, die endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit der Inductionswirkung zu erweisen. Leider liessen sich die Versuche wegen der Schwäche dieser Art der Funken nicht auf eine grössere Entfernung als 4 m ausdehnen. Um auch innerhalb dieser Strecke eine Verschiebung der Phase constatiren zu können, wiederholte ich die Versuche mit Variation der Drahtlänge $m\,n$ und gebe die Resultate in folgender Uebersicht:

	0	1	2	3	4		0	1	2	3	4
100	—	—	—	—	0	400	+	+	+	+	0
150	—	—	0	0	0	450	+	+	+	0	0
200	0	0	0	+	+	500	+	+	0	0	0
250	0	+	+	+	+	550	+	0	0	0	—
300	+	+	+	+	+	600	0	—	—	—	—
350	+	+	+	+	0						

Eine Discussion dieser Resultate zeigt, dass auch hier mit wachsender Entfernung die Phase der Interferenz sich ändert, und zwar so, dass in einer Entfernung von 7—8 m eine Umkehr des Vorzeichens zu gewärtigen ist.

Allein viel deutlicher tritt dieses Resultat hervor, wenn wir nunmehr die Beobachtungen der zweiten und der dritten Uebersicht combiniren, indem wir bis zu einer Entfernung von 4 m die Ergebnisse der letzteren, darüber hinaus die der ersteren benutzen. In dem erstgenannten Intervall haben wir alsdann den Einfluss der elektrostatischen Kraft durch die besondere Lage unseres secundären Leiters vermieden, in dem letztgenannten fällt dieser Einfluss durch die schnelle Abnahme jener Kraft heraus. Wir dürfen erwarten, dass die Beobachtungen

beider Intervalle sich einander ohne Sprung anschliessen werden, und wir finden unsere Erwartung bestätigt. So erhalten wir nunmehr durch Nebeneinanderstellung der Zeichen die folgende Tafel für die Interferenz der elektrodynamischen Kraft mit der Wirkung der Drahtwellen:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
100	—	—	—	—	o	o	o	+	+	+	+	+	o
250	o	+	+	+	+	+	o	o	o	o	—	—	—
400	+	+	+	+	o	o	—	—	—	—	o	o	o

Auf diese Tafel gründe ich die folgenden Schlüsse:

1. Die Interferenz wechselt nicht nach je 2,8 m ihr Vorzeichen. Also breiten sich die elektrodynamischen Wirkungen nicht mit unendlicher Geschwindigkeit aus.

2. Die Interferenz ist aber auch nicht in allen Punkten in gleicher Phase. Also breiten sich die elektrodynamischen Wirkungen durch den Luftraum auch nicht mit derselben Geschwindigkeit aus, wie die elektrischen Wellen in Drähten.

3. Eine allmähliche Verzögerung der Wellen im Draht bewirkt, dass eine bestimmte Phase der Interferenz gegen den Ursprung der Wellen hin wandert. Aus dieser Richtung der Wanderung folgt, dass von den beiden verschieden schnellen Ausbreitungen die Ausbreitung durch den Luftraum die schnellere ist. Denn wenn wir durch Verzögerung einer der beiden Wirkungen das Zusammentreffen beider früher herbeiführen, so haben wir die langsamere verzögert.

4. In Abständen von je etwa 7,5 m geht das Vorzeichen der Interferenz in das entgegengesetzte über. Nach Durchlaufung von je 7,5 m überholt daher die elektrodynamische Wirkung je eine Welle im Drahte. Während erstere die 7,5 m zurücklegte, hat letztere 7,5 — 2,8 = 4,7 m zurückgelegt. Das Verhältniss beider Geschwindigkeiten ist daher 75 : 47, und die halbe Wellenlänge der elektrodynamischen Wirkung im Luftraum $2{,}8 \times 75 / 47 = 4{,}5$ m. Da diese Strecke in 1,4 hundertmilliontel Secunden zurückgelegt wird, so ergiebt sich die absolute Geschwindigkeit der Ausbreitung durch die Luft zu 320 000 km in der Secunde. Diese Angabe gilt nur der Ordnung nach, doch

kann der wahre Werth schwerlich mehr als das Anderthalbfache und schwerlich weniger als zwei Dritttheile des angegebenen Werthes betragen. Der wahre Werth kann lediglich durch Versuche ermittelt werden, sobald es gelingt, die Geschwindigkeit der Elektricität in Drähten genauer, als es bisher geschehen, zu bestimmen.

Da in der Nähe der primären Schwingung die Interferenzen allerdings nach je 2,8 m ihr Zeichen wechseln, so möchte man schliessen, dass sich die hier vorzugsweise wirkende elektrostatische Kraft mit unendlicher Geschwindigkeit ausbreitet. Allein im wesentlichen würde dieser Schluss auf einem einzigen Zeichenwechsel beruhen, und dieser eine Wechsel wird, abgesehen von jeder Phasenverschiebung, dadurch erklärt, dass die Gesammtkraft in einiger Entfernung von der primären Schwingung das Vorzeichen ihrer Amplitude wechselt. Bleibt sonach die absolute Geschwindigkeit der elektrostatischen Kraft einstweilen unbekannt, so lassen sich doch bestimmte Gründe dafür anführen, dass elektrostatische und elektrodynamische Kraft eine verschiedene Geschwindigkeit besitzen. Der erste Grund ist dieser, dass die Gesammtkraft in keinem Punkte der Grundlinie verschwindet. Da in der Nähe die elektrostatische, in der Ferne die elektrodynamische Kraft überwiegt, so müssen in einer mittleren Lage beide entgegengesetzt gleich werden, und da sie sich nicht vernichten, so müssen sie zu verschiedenen Zeiten in dieser Lage eintreffen.

Der zweite Grund ist hergenommen aus der Verbreitung der Kraft durch den ganzen Raum. In welcher Weise die Richtung der Kraft in einem beliebigen Punkte ermittelt werden kann, ist in einer vorausgesandten Arbeit angegeben worden.[1]) Es ist dort auch bereits die Vertheilung der Kraft besprochen und bemerkt worden, dass es vier eigenthümliche Punkte in der Horizontalebene giebt, etwa 1,2 m vor und hinter dem äusseren Rande unserer Platten A und A', in welcher eine bestimmte Richtung der Kraft sich nicht angeben lässt, sondern in allen Richtungen die Kraft mit angenähert gleicher Stärke wirksam ist.

Es scheint dies nur in der Weise zu deuten zu sein, dass hier die elektrostatische und die elektrodynamische Componente,

---

[1]) Siehe No. 5. p. 87.

senkrecht aufeinander und nahezu gleich, mit merklicher Phasendifferenz eintreffen, sodass sie sich nicht zu einer geradlinig schwingenden Resultanten zusammensetzen, sondern zu einer Resultanten, welche während jeder Schwingung die Richtungen der Windrose durchläuft.

Der Umstand, dass verschiedene Theile der Gesammtkraft eine verschiedene Geschwindigkeit besitzen, ist auch insofern von Wichtigkeit, als er einen von dem bisherigen unabhängigen Beweis dafür bildet, dass mindestens einer dieser Theile sich mit endlicher Geschwindigkeit ausbreiten müsse.

Folgerungen.

An den quantitativen Ergebnissen dieser ersten Versuche mögen weitergehende Versuche mehr oder weniger bedeutende Verbesserungen anzubringen finden; der Weg aber, auf welchem solche Versuche vorzugehen haben, darf schon jetzt als geebnet bezeichnet werden, und die Thatsache, dass sich die Wirkung der Induction mit endlicher Geschwindigkeit ausbreitet, darf schon jetzt als erwiesen gelten. Diese Errungenschaften aber führen mannigfaltige Folgen mit sich, von welchen es mir gestattet sein möge, einige hervorzuheben.

1. Die unmittelbarste Folgerung ist die Bestätigung der Faraday'schen Anschauung, nach welcher die elektrischen Kräfte selbständig im Raum bestehende Polarisationen sind. Denn in den von uns untersuchten Erscheinungen sind solche Kräfte noch im Raum vorhanden, nachdem die Ursachen, welche sie erzeugt haben, wieder verschwunden sind. Diese Kräfte sind also nicht lediglich Theile oder Attribute ihrer Ursachen, sondern sie entsprechen veränderten Zuständen des Raumes. Die mathematischen Bestimmungsstücke dieser Zustände rechtfertigen es dann, dass man sie als Polarisationen bezeichne, welches auch immer die Natur dieser Polarisationen sein mag.

2. Es ist gewiss bemerkenswerth, dass der Nachweis einer endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit zunächst für eine Kraft erbracht werden konnte, welche umgekehrt proportional der Entfernung, nicht dem Quadrate derselben, abnimmt. Allein es verdient auch hervorgehoben zu werden, dass dieser Nachweis nicht ohne Rückwirkung bleiben kann auf solche Kräfte, welche dem Quadrat der Entfernung umgekehrt proportional sind. Denn

wir wissen, dass die ponderomotorische Anziehung zwischen Strömen und die magnetischen Wirkungen derselben mit den Inductionswirkungen durch das Princip von der Erhaltung der Kraft auf das engste verknüpft sind, wie es scheint, im Verhältniss von Wirkung und Gegenwirkung. Ist dies Verhältniss nicht lediglich ein täuschender Schein, so ist es nicht wohl verständlich, wie sich die eine Wirkung sollte mit endlicher, die andere mit unendlicher Geschwindigkeit ausbreiten.

3. Die schon durch viele Wahrscheinlichkeitsgründe gestützte Hypothese, dass die Transversalwellen des Lichtes elektrodynamische Wellen seien, gewinnt feste Grundlage durch den Nachweis, dass es wirklich elektrodynamische Transversalwellen im Luftraume giebt, und dass diese sich mit einer der Geschwindigkeit des Lichtes verwandten Geschwindigkeit ausbreiten. Auch öffnet sich ein Weg, jene wichtige Anschauung endgültig zu bestätigen oder zu widerlegen. Denn es scheint die Möglichkeit gegeben, die Eigenschaften elektrodynamischer Transversalwellen auf dem Wege des Versuchs zu studiren und dieselben mit den Eigenschaften der Lichtwellen zu vergleichen.

4. Die noch offenen Fragen der Elektrodynamik, welche die ungeschlossenen Ströme betreffen, dürften der Lösung zugänglicher sein als bisher. Einige solcher Fragen erledigen sich wohl unmittelbar aus den bereits gewonnenen Resultaten. Insofern es der Elektrodynamik nur an der Kenntniss gewisser Constanten fehlt, möchten sogar die erhaltenen Resultate vielleicht hinreichen zur Entscheidung zwischen den streitenden Theorien, vorausgesetzt, dass wenigstens eine derselben die richtige wäre.

Gegenwärtig gehe ich indessen auf derartige Anwendungen nicht ein, da ich erst die Ergebnisse weiterer Versuche, deren die Methode offenbar noch viele an die Hand giebt, abzuwarten wünsche.

---

8. Ueber elektrodynamische Wellen im Luftraume und deren Reflexion.

(Wiedemanns Ann. 34. p. 610. 1888.)

Vor kurzem habe ich versucht, durch das Experiment zu beweisen,[1]) dass die Inductionswirkung sich mit endlicher Geschwindigkeit durch den Luftraum ausbreitet. Die Schlüsse, auf welche jener Beweis gegründet wurde, scheinen mir nun auch vollkommen bündig, allein dieselben sind in verwickelter Weise aus verwickelten Thatsachen hergeleitet und sind daher vielleicht nicht eben einleuchtend für denjenigen, welcher nicht der ganzen Anschauungsweise von vornherein ein günstiges Vorurtheil entgegenträgt. In dieser Hinsicht wird jener Beweis passend ergänzt durch die Betrachtung der in Folgendem mitzutheilenden Erscheinungen, welche die wellenförmige Ausbreitung der Induction durch den Luftraum fast greifbar vor die Augen führen. Auch gestatten diese neuen Erscheinungen eine unmittelbare Messung der Wellenlänge in der Luft. Dass sich für denselben Apparat die so direct gemessene Länge von der früher indirect bestimmten nur wenig unterscheidet, wird als Zeichen dienen können, dass auch schon der frühere Beweis im wesentlichen richtig geführt war.

Vielfach hatte ich in den Versuchen, in welchen ich die Wirkung einer geradlinigen Schwingung auf einen secundären Leiter prüfte, Erscheinungen beobachtet, welche eine Reflexion der Inductionswirkung von den Wänden des Gebäudes anzudeuten schienen. So traten häufig auch in solchen Lagen des secundären Kreises schwache Funken auf, in welchen dies schon aus geometrischen Gründen der Symmetrie durch eine unmittel-

---

[1]) Siehe No. 7, p. 115.

bare Wirkung durchaus nicht geschehen konnte, und zwar vorzugsweise in der Nähe fester Wände. Besonders aber trat mir mit Beständigkeit folgende Erscheinung entgegen: Prüfte ich die Funken im secundären Leiter in sehr grossen Entfernungen vom primären Leiter, woselbst die Funken schon äusserst schwach waren, so bemerkte ich, dass in den meisten Lagen des secundären Kreises die Funken wieder sehr deutlich zunahmen, wenn ich mich einer festen Wand näherte, um dann in unmittelbarer Nähe derselben fast plötzlich zu verschwinden. Die einfachste Erklärung schien mir diese, anzunehmen, dass die sich wellenförmig ausbreitende Inductionswirkung von den Wänden reflectirt würde, und dass die zurückgeworfenen Wellen die ankommenden in gewissen Entfernungen verstärkten, in anderen schwächten, indem durch die Interferenz beider stehende Wellen im Luftraum sich ausbildeten. Indem ich die Bedingungen für eine Reflexion mehr und mehr günstig gestaltete, trat die Erscheinung mehr und mehr hervor, und die gegebene Deutung wurde immer wahrscheinlicher. Ich halte mich indess bei den unvollkommenen Versuchen nicht auf, sondern gehe unmittelbar zur Beschreibung der Hauptversuche über.

Der Hörsaal der Physik, in welchem diese Versuche angestellt wurden, ist nahe an 15 m lang, 14 m breit, 6 m hoch. Parallel mit den beiden Längswänden ziehen sich indessen zwei Reihen eiserner Säulen hin, deren Gesammtheit sich für die elektrodynamische Wirkung wohl schon mehr wie eine feste Wand verhält, sodass die ausserhalb derselben gelegenen Theile des Raumes nicht mitgerechnet werden können. Es blieb daher für die Versuche der Mittelraum von 15 m Länge, 8,5 m Breite, 6 m Höhe. Aus diesem Raum liess ich die hängenden Theile der Gasleitungen und die metallenen Kronleuchter entfernen, sodass er nichts enthielt als die hölzernen Tische und Bänke, welche nicht wohl entfernt werden konnten, von denen aber eine schädliche Wirkung weder zu erwarten war, noch sich geltend machte. Die eine der Stirnwände des Raumes, an welcher die Reflexion stattfinden sollte, war eine von zwei Thüröffnungen durchbrochene massive Sandsteinwand; zahlreiche Gasleitungen zogen sich an derselben hin. Um der Wand noch mehr den Charakter einer leitenden Fläche zu ertheilen, wurde an derselben ein Zinkblech von 4 m Höhe und 2 m Breite be-

festigt; dasselbe wurde durch Drähte mit den Gasleitungen und einer nahen Wasserleitung in Verbindung gesetzt, insbesondere wurde Sorge getragen, dass von dem oberen und unteren Ende des Blechs die sich daselbst etwa ansammelnde Elektricität möglichst frei abfliessen konnte.

Gegenüber der Mitte dieser Wand in 13 m Abstand von derselben, also in 2 m Abstand von der Gegenwand, wurde der primäre Leiter aufgestellt. Es war derselbe Leiter, welcher bei den früheren Versuchen über die Ausbreitungsgeschwindigkeit gedient hatte. Die Richtung des leitenden Drahtes wurde jetzt vertical gestellt, es schwankten dann auch die in Betracht kommenden Kräfte in verticaler Richtung auf und ab. Der Mittelpunkt des primären Leiters lag 2,5 m über dem ebenen Fussboden; in gleicher Entfernung über demselben wurden auch die Beobachtungen angestellt, indem in entsprechender Höhe aus Tischen und Brettern ein Gang für den Beobachter hergestellt war. Eine von dem Mittelpunkt des primären Leiters auf die spiegelnde Fläche gefällte Senkrechte nennen wir das Einfallsloth. Unsere Versuche beschränken sich auf die Nähe desselben; Versuche bei einem grösseren Einfallswinkel würden sich compliciren durch die Rücksicht, welche auf die verschiedene Polarisation der Wellen zu nehmen wäre. Eine Verticalebene, welche dem Einfallsloth parallel liegt, ist in unseren Versuchen als eine Schwingungsebene, eine zum Einfallsloth senkrechte Ebene als eine Wellenebene zu bezeichnen.

Der secundäre Leiter war der ebenfalls schon früher benutzte Kreis von 35 cm Radius. Er war in sich selbst drehbar auf einer Axe befestigt, welche durch seinen Mittelpunkt ging und senkrecht auf seiner Ebene stand. Diese Axe lag in den Versuchen horizontal; sie war in einem Holzgestell so befestigt, dass sie mitsammt dem Kreise um eine verticale Axe gedreht werden konnte. Es genügt freilich für die meisten Versuche, dass der Beobachter den in seinem isolirenden Holzgestell befestigten Kreis in der Hand halte und ihn so auf das bequemste in die verschiedenen Lagen bringe. Allein da der Körper des Beobachters immer ein wenig Einfluss hat, müssen die so erhaltenen Beobachtungen durch Beobachtungen aus grösserem Abstand controlirt werden. Die Funken sind auch kräftig genug, um im Dunkeln aus einer Entfernung von mehreren Metern ge-

sehen zu werden, im hellen Zimmer ist freilich von den zu beschreibenden Erscheinungen auch aus der Nähe so gut wie nichts wahrzunehmen.

Die Erscheinung, welche uns nach solchen Zurüstungen am auffälligsten entgegentritt, ist die folgende: Wir bringen den Mittelpunkt unseres secundären Kreises in das Einfallsloth, die Ebene desselben in die Schwingungsebene und kehren nun die Funkenstrecke einmal der reflectirenden Wand zu, das andere Mal von derselben ab. Im allgemeinen fallen in beiden Lagen die Funken sehr verschieden aus. Stellen wir den Versuch an in etwa 0,8 m Entfernung von der Wand, so sind die Funken weit kräftiger, wenn die Funkenstrecke der Wand zugekehrt ist. Wir können die Länge der Funken so reguliren, dass ein beständiger Funkenstrom übergeht, wenn die Funkenstrecke der Wand zugekehrt ist, und dass durchaus kein Funke übergeht in der entgegengesetzten Lage. Wiederholen wir den Versuch in 3 m Entfernung von der Wand, so finden wir umgekehrt einen beständigen Funkenstrom in der von der Wand abgekehrten, und Funkenlosigkeit in der der Wand zugekehrten Funkenstrecke. Entfernen wir uns weiter bis auf 5,5 m, so hat eine neue Umkehr stattgefunden, der Funken auf der Seite der Wand ist im Vortheil gegenüber dem Funken auf der anderen Seite. Endlich in 8 m Entfernung von der Wand finden wir, dass sich ein abermaliger Wechsel vollzogen hat, der Funke ist stärker auf der von der Wand abgekehrten Seite, doch ist der Unterschied nicht mehr so bedeutend. Auch findet eine weitere Umkehr nicht statt, die überwiegende Stärke der directen Wirkung und die in der Nähe der primären Schwingung stattfindenden complicirten Kräfte verhindern dies. Unsere Figur, in welcher der Maassstab die Entfernungen von der Wand angiebt, stellt in I, II, III, IV den secundären Kreis in denjenigen Lagen dar, in welchen die Entwickelung der Funken die stärkere war. Der alternirende Charakter der Zustände des Raumes tritt deutlich hervor.

In den Entfernungen, welche zwischen den erwähnten liegen, werden die beiden in Betracht kommenden Funken gleich gross, und auch in unmittelbarer Nachbarschaft der Wand nimmt der Unterschied der Funken wieder ab. Wir können also diese Punkte, nämlich die Punkte *A*, *B*, *C*, *D* der Figur in gewissem Sinne als Knotenpunkte bezeichnen. Doch dürfen wir nicht etwa

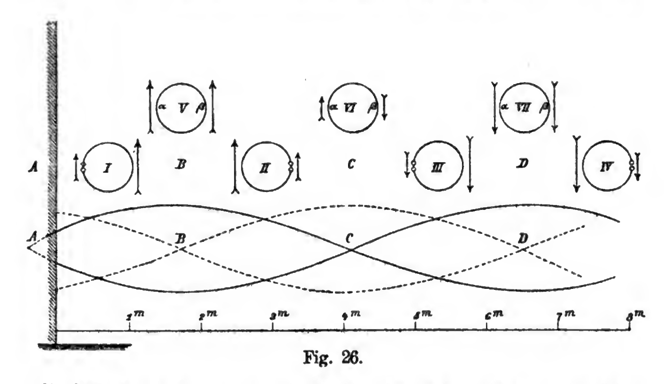


Fig. 26.

die Strecke von einem dieser Punkte zum nächsten für die halbe Wellenlänge halten. Denn wenn alle elektrischen Bewegungen ihre Richtung bei Ueberschreitung eines jener Punkte umkehrten, so müssten sich die Erscheinungen im secundären Kreise ohne Umkehr wiederholen, da sich die Richtung der Schwingung in der Funkenlänge nicht ausspricht. Vielmehr ist aus diesen Versuchen zu schliessen, dass sich bei Ueberschreitung eines jeden jener Punkte ein Theil der Wirkung umkehre, ein anderer Theil aber nicht. Zulässig ist dagegen die Annahme, dass die doppelte Entfernung jener Punkte der halben Wellenlänge entspreche, sodass diese Punkte das Ende je einer Viertelwellenlänge bezeichnen. In der That kommen wir auf Grund dieser Annahme und der schon ausgesprochenen Grundanschauung zu einer vollständigen Erklärung des Phänomens.

Denken wir uns nämlich, eine Welle verticaler, elektrischer Kraft laufe gegen die Wand, werde mit wenig verminderter Intensität reflectirt und gebe so Anlass zu stehenden Wellen. Wäre die Wand vollkommen leitend, so müsste sich in ihrer Fläche selber ein Knotenpunkt ausbilden. Denn im Innern und an der Grenze eines vollkommenen Leiters kann die elektrische Kraft stets nur verschwindend klein sein. Nun kann unsere Wand nicht als vollkommen leitend gelten. Denn zum Theil ist sie nicht einmal metallisch, und soweit sie metallisch ist, ist sie nicht sehr ausgedehnt. Es wird daher in ihrer Fläche die Kraft noch einen gewissen Werth haben, und zwar im Sinne

der ankommenden Welle. Der Knotenpunkt, welcher sich bei Vorhandensein vollkommener Leitung in der Wand selbst ausbilden würde, muss demnach in Wirklichkeit etwas hinter der Grenze der Wand liegen, etwa im Punkte A unserer Zeichnung. Soll demnach die doppelte Entfernung AB, also die Entfernung AC, der halben Wellenlänge entsprechen, so sind die geometrischen Verhältnisse der stehenden Welle von der Art, wie sie in der üblichen Symbolik durch die ausgezogene Wellenlinie der Figur dargestellt ist. Die Kräfte, welche auf die beiden Seiten des Kreises in den Lagen I, II, III, IV wirken, sind dann nach Grösse und Richtung für einen bestimmten Augenblick richtig durch die beigesetzten Pfeile dargestellt. Ist also in der Nähe eines Knotenpunktes die Funkenstrecke dem Knotenpunkte zugekehrt, so wirkt in dem Kreise eine stärkere Kraft unter günstigen Verhältnissen gegen eine unter ungünstigen Verhältnissen wirkende schwächere Kraft. Ist aber die Funkenstrecke vom Knotenpunkt abgewandt, so wirkt jetzt die stärkere Kraft unter ungünstigen Verhältnissen gegen die nunmehr unter günstigen Verhältnissen wirkende schwächere Kraft. Welche Kraft auch in letzterem Falle das Uebergewicht hat, unter allen Umständen müssen die Funken in letzterem Falle schwächer ausfallen, als in ersterem, und so erklärt sich der Wechsel des Vorzeichens unserer Erscheinung nach jeder Viertelwellenlänge.

Unsere Erklärung giebt selbst die Mittel an die Hand, ihre Richtigkeit weiter zu prüfen. Ist sie richtig, so muss der Wechsel des Vorzeichens im Punkte B und D in ganz anderer Weise erfolgen, als im Punkte C. Die Figur stellt in V, VI, VII den Kreis in diesen Lagen mit den wirkenden Kräften dar, und man ersieht leicht: führen wir in B oder D die Funkenstrecke durch Drehung des Kreises in sich selbst aus der einen in die andere Lage über, so wechselt die Schwingung ihre Richtung relativ zu einer festen Richtung im Kreise, die Funken müssen daher bei dieser Drehung einmal oder eine ungerade Zahl von Malen Null werden. Hingegen wechselt bei gleichem Verfahren in C die Schwingung ihre Richtung nicht, und die Funken müssen also keinmal oder eine gerade Anzahl von Malen verschwinden. Wenn wir nun den Versuch wirklich ausführen, so bemerken wir in der That: In B nimmt die Intensität der Funken ab,



sobald wir die Funkenstrecke aus a entfernen, wird Null im höchsten Punkte und wächst wieder auf ihren Anfangswerth, wenn wir nach β kommen. Aehnlich in D. In C hingegen bleiben bei der Drehung die Funken unverändert bestehen, sie sind eher etwas stärker im höchsten und im tiefsten Punkte, als in den bisher von uns betrachteten. Uebrigens fällt dem Beobachter auch der Umstand auf, dass die Umkehr des Vorzeichens in C bei einer viel kleineren Verschiebung erfolgt, als in B und D, sodass auch in dieser Hinsicht ein Gegensatz der Umkehr in C und derjenigen in B und D hervortritt.

Noch auf eine andere sehr directe Weise können wir das Bild, welches wir von der elektrischen Welle entworfen haben, bestätigen. Stellen wir nämlich jetzt die Ebene unseres Kreises anstatt in die Schwingungsebene in die Wellenebene ein, so ist die elektrische Kraft in allen Theilen des Kreises gleich stark, und bei gleicher Lage der Funken wird die Intensität derselben einfach dieser elektrischen Kraft proportional sein. Die Funken sind nun, wie zu erwarten, in allen Entfernungen Null im höchsten und im tiefsten Punkte des Kreises, im Maximum in den Punkten, welche in einer Horizontalebene mit dem Einfallsloth liegen. In eine der letzteren Lagen bringen wir also die Funkenstrecke und entfernen uns langsam von der Wand. Wir bemerken: Unmittelbar an der leitenden Metallfläche sind keine Funken vorhanden, doch treten schon in sehr kleinem Abstand solche auf; dieselben wachsen schnell und erreichen in B relativ beträchtliche Stärke, um dann wieder abzunehmen. In C sind sie wieder äusserst schwach, wachsen aber wieder bei weiterem Vorschreiten. Ein nochmaliges Abnehmen findet allerdings nicht statt, sondern wegen der wachsenden Annäherung an die primäre Schwingung wachsen auch die Funken dauernd weiter. Würden wir in dem Intervall AD die Stärke der Funken durch eine Curve veranschaulichen, die wir mit positivem und negativem Vorzeichen auftrügen, so würden wir angenähert unmittelbar die gezeichnete Curve erhalten. Vielleicht wären wir daher auch besser von diesem Versuch ausgegangen. Allein in Wirklichkeit ist er nicht so auffallend, wie der erstbeschriebene, und ausserdem erscheint der periodische Wechsel eines Vorzeichens als ein deutlicherer Beweis einer Wellenbewegung als ein periodisches An- und Abschwellen.

Wir sind nunmehr ganz sicher, in A und C Knotenpunkte, in B und D aber Bäuche der elektrischen Welle erkannt zu haben. Im anderen Sinne dürfen wir indess auch B und D als Knotenpunkte bezeichnen. Es sind nämlich diese Punkte die Knoten einer stehenden Welle magnetischer Kraft, welche nach der Theorie die elektrische Welle begleitet und um $^1/_4$ Wellenlänge gegen dieselbe verschoben ist. Durch den Versuch können wir diese Aussage in folgender Weise erläutern. Wir stellen unseren Kreis wieder in die Schwingungsebene ein, bringen aber jetzt die Funkenstrecke in den höchsten Punkt. In dieser Lage vermöchte die elektrische Kraft, wenn sie homogen im ganzen Bereiche des secundären Kreises wäre, keine Funken hervorzurufen. Sie bringt eine Wirkung nur dadurch hervor, dass sie verschieden gross in den verschiedenen Theilen des Kreises ist, und dass ihr um den Kreis genommenes Integral nicht verschwindet. Dies Integral ist proportional der Zahl der magnetischen Kraftlinien, welche durch den Kreis hin und her schwanken. Insofern dürfen wir sagen, dass die Funken in dieser Lage die magnetische Kraft, welche senkrecht auf der Ebene des Kreises steht, messen.[1] Wir finden nun aber in dieser Lage in der Nähe der Wand lebhafte Funken, welche schnell abnehmen, in B verschwinden, wieder wachsen bis C, dann wieder abnehmen bis zu einem deutlichen Minimum in D, um bei weiterer Annäherung an die primäre Schwingung dauernd zu wachsen. Tragen wir die Stärke dieser Funken als Ordinaten mit positivem und negativem Vorzeichen auf, so erhalten wir nahezu die punktirte Linie unserer Figur, welche uns dann richtig die magnetische Welle darstellt. Die von uns zuerst beschriebene Erscheinung können wir auch erklären als hervorgehend aus dem Zusammenwirken der elektrischen und der magnetischen Kraft. Erstere kehrt ihr Zeichen um in den Punkten A und C, letztere in den Punkten B und D; in jedem dieser Punkte kehrt also der eine Theil der Wirkung das Zeichen um, während der andere das Zeichen bewahrt; so kehrt demnach die resultirende Wirkung (wie das Product) ihr Zeichen nach jedem jener Punkte um. Selbstredend unterscheidet sich diese Erklärung nicht dem Sinne, sondern nur der Ausdrucksweise nach von der zuerst gegebenen.

---

[1]) [Siehe Anmerkung 18 am Schluss des Buches].

Bisher haben wir nur die Erscheinungen in einigen hervorragenden Lagen des Kreises und der Funkenstrecke betrachtet. Die Zahl der Uebergänge zwischen denselben ist in dreifachem Sinne unendlich. Begnügen wir uns deshalb, die Uebergänge zu beschreiben für den Fall, dass die Ebene des Kreises in der Schwingungsebene liegt. In der Nähe der Wand ist der Funke im Maximum auf der Seite der Wand, im Minimum auf der abgekehrten Seite, und bei Drehung des Kreises in sich geht der Funke von dem einen Werth in den anderen über, ohne andere als mittlere Werthe anzunehmen; Nullpunkte finden sich nicht im Kreise. Entfernen wir uns von der Wand, so wird der Funke auf der abgewandten Seite immer schwächer und wird Null in einer Entfernung, welche sich bis auf einige Centimeter ermitteln lässt, nämlich dann, wenn der Mittelpunkt des Kreises 1,08 m von der Wand absteht. Schreiten wir weiter, so treten wieder Funken in der von der Wand abgekehrten Funkenstrecke auf, dieselben sind zunächst immer noch schwächer, als diejenigen auf der Seite der Wand, aber die Stärke der Funken geht nicht einfach durch mittlere Werthe von dem einen auf den anderen Werth über, sondern bei Drehung des Kreises in sich wird der Funke Null einmal in der oberen und einmal in der unteren Hälfte des Kreises. Die beiden Nullpunkte entwickeln sich aus dem einen, welcher sich zuerst gebildet hatte, und entfernen sich immer mehr voneinander, bis sie im Punkte B in den höchsten und den tiefsten Punkt des Kreises fallen. Durch dieses Zeichen kann der Punkt B ziemlich genau bestimmt werden, genauer jedoch durch die weitere Beobachtung der Nullpunkte. Bei weiterem Vorgehen gleiten dieselben jetzt an der der Wand zugekehrten Seite des Kreises hinunter, nähern sich einander und fallen wieder in einer scharf bestimmbaren Entfernung von der Wand in einen Nullpunkt zusammen. Die Entfernung des Mittelpunktes von der Wand beträgt dabei 2,35 m. Genau zwischen diesem und dem erstbeobachteten analogen Punkte, also in 1,72 m Abstand von der Wand muss der Punkt B liegen, was mit der directen Beobachtung bis auf wenige Centimeter stimmt. Schreiten wir weiter gegen C vor, so nähern sich die Funken in allen Punkten des Kreises der Gleichheit, um in C dieselbe zu erreichen. Hinter C beginnt dann das beschriebene Spiel von neuem. In diesem Bereiche finden sich keine Null-

punkte im Kreise. Trotzdem kann die Lage des Punktes *C* ziemlich genau bestimmt werden, da sich die erstbeschriebenen Erscheinungen in seiner Nähe sehr schnell ändern. In meinen Versuchen lag *C* 4,10 bis 4,15 m, sagen wir 4,12 m von der Wand ab. Der Punkt *D* war nicht mehr genau bestimmbar, da hier die Erscheinungen schon ziemlich verwaschen waren, nur soviel konnte gesagt werden, dass derselbe zwischen 6 und 7,5 m Abstand von der Wand hatte. Wegen der Erklärung der beschriebenen Einzelheiten darf ich wohl auf eine vorausgegangene Arbeit[1]) verweisen. Die dort angedeuteten mathematischen Entwickelungen liessen sich hier sogar beträchtlich weiter führen. Doch erscheinen die Versuche auch ohne Rechnung verständlich genug.

Die Entfernung zwischen *B* und *C* beträgt nach unserer Messung 2,4 m. Nehmen wir diesen Werth als genau an, so liegt der Knotenpunkt *A* 0,68 m hinter der Wand, der Punkt *D* 6,52 m vor derselben, was hinlänglich mit der Erfahrung stimmt. Die halbe Wellenlänge beträgt hiernach 4,8 m. Für den gleichen Apparat hatte ich durch eine indirecte Methode die halbe Wellenlänge 4,5 m erhalten. Der Unterschied ist nicht so gross, dass wir nicht in der neuen Messung eine Bestätigung der alten sehen dürften.[2]) Setzen wir in unsere früheren Messungen 2,9 statt 2,8 m für die Wellenlänge im Draht; 7,1 statt 7,5 m für die Länge der Coincidenz, welches man mit den Beobachtungen noch verträglich finden wird, so erhalten wir aus den alten Beobachtungen den neuen Werth. Uebrigens dürfte vielleicht ein mittlerer Werth der Wahrheit am nächsten kommen, es erscheint mir nicht sehr wahrscheinlich, dass der Knotenpunkt *A* fast 0,7 m hinter der metallischen Wand liegen sollte. Die Schwingungsdauer unseres Apparates beträgt bei Annahme einer mittleren Wellenlänge und der Lichtgeschwindigkeit für die Geschwindigkeit der Ausbreitung etwa 1,55 Hundertmilliontel Secunde, statt der berechneten 1,4 Hundertmillionteln.

Die Versuche habe ich noch mit einigen Abänderungen ausgeführt. Wenig Neues bot die Abänderung der Entfernung der primären Schwingung von der reflectirenden Wand. Hätte sich

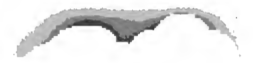
[1]) Siehe No. 5. p. 87.

[2]) [Siehe Anmerkung 19 am Schluss des Buches.]

diese Entfernung beträchtlich vergrössern lassen, so wäre allerdings die deutliche Entwickelung einer zweiten und dritten Wellenlänge zu erwarten gewesen, allein eine solche Vergrösserung liess der Raum nicht zu. Bei Verkleinerung der Entfernung aber verloren die Erscheinungen nur an Interesse, indem von der Seite der primären Schwingung her die Deutlichkeit immer mehr verloren ging, und eine Umkehr des Zeichens nach der anderen verschwand. Wichtiger ist es, die Versuche mit einer Schwingung von anderer Periode zu beschreiben, um zu zeigen, dass die auffallenden Punkte nicht durch die Gestalt der Wand oder des Saales, sondern nur durch die Dimensionen der primären und der secundären Schwingung bestimmt sind. Ich benutzte deshalb zu einigen Versuchen einen secundären Kreis von 17,5 cm Radius und eine primäre Schwingung von gleicher Schwingungsdauer mit diesem Kreis. Die letztere wurde in 8—9 m Abstand von der Wand aufgestellt. Mit so kleinen Apparaten ist indessen schwer arbeiten. Nicht allein sind die Funken ganz ausserordentlich klein, sondern die Erscheinungen der Resonanz etc. sind sehr schwach entwickelt. Ich vermuthe, dass so schnelle Schwingungen schon sehr stark gedämpft sind. Daher waren auch nicht mehr so viel Einzelheiten zu erkennen, wie mit dem grossen Kreise, allein die Haupterscheinung, mit deren Beschreibung wir den Anfang gemacht haben, war auch hier deutlich zu bemerken. In der Nähe der Wand, in 2,5 und in 4,5 m Abstand von derselben lag der stärkere Funken auf der Seite der Wand, in den mittleren Entfernungen von 1,5 und 3,5 m lag der stärkere Funke auf der Seite der primären Schwingung. Ein Wechsel des Vorzeichens fand also nach etwa je 1 m statt, die halbe Wellenlänge betrüge danach hier nur 2 m, und die Schwingung wäre mehr als doppelt so schnell als die erstbenutzte.

Zu den bisherigen Versuchen bemerke ich schliessend, dass es grosser Zurüstungen nicht bedarf, wenn man sich mit mehr oder weniger vollkommenen Andeutungen der Erscheinungen begnügen will. Bei einiger Uebung findet man an jeder Wand Andeutungen von Reflexen. Auch an jeder der oben erwähnten eisernen Säulen kann man auf der Seite der primären Schwingung ganz wohl die Wirkung der reflectirten Welle noch erkennen, wie man auf der entgegengesetzten Seite den elektrodynamischen Schatten wahrnimmt.

Wir wollen nun unsere Versuche nach einer neuen Seite hin entwickeln. Bisher fand sich der secundäre Leiter zwischen der reflectirenden Wand und der primären Schwingung, also in einem Raume, in welchem die directe und die reflectirte Welle in entgegengesetztem Sinne forteilen und durch Interferenz stehende Wellen bilden. Stellen wir umgekehrt die primäre Schwingung zwischen die Wand und den secundären Leiter, so befindet sich der letztere in einem Raume, in welchem directe und reflectirte Welle in gleicher Richtung forteilen. Dieselben müssen sich daselbst zu einer fortschreitenden Welle zusammensetzen, deren Intensität jedoch von der Phasendifferenz der beiden interferirenden Wellen abhängt. Sollen die Erscheinungen auffallend sein, so müssen die beiden Wellen von ähnlicher Intensität sein, es darf deshalb die Entfernung der primären Schwingung von der Wand nicht gross gegen die Dimensionen der Wand, und muss klein gegen den Abstand von der secundären Schwingung sein. Um zu prüfen, ob die betreffenden Erscheinungen in den wirklich darstellbaren Verhältnissen zu beobachten wären, stellte ich die folgenden Versuche an. Der secundäre Kreis wurde jetzt in 14 m Entfernung von der reflectirenden Wand, also in etwa 1 m Entfernung von der Gegenwand aufgestellt. Seine Ebene war parallel der bisherigen Schwingungsebene, seine Funkenstrecke wurde der nahen Wand zugekehrt, sodass die Bedingungen für das Auftreten der Funken in ihm besonders günstig waren. Der primäre Leiter wurde parallel seiner früheren Lage vor der Mitte der leitenden Wand aufgestellt, und zwar zunächst in sehr kleinem Abstande — etwa 30 cm — vor derselben. Die Funken im secundären Kreise waren äusserst schwach, die Funkenstrecke wurde so eingestellt, dass durchaus kein Funken mehr überging. Nun wurde der primäre Leiter schrittweise von der Wand entfernt. Bald zeigten sich einzelne Funken im secundären Leiter, welche in einen ununterbrochenen Funkenstrom übergingen, als der primäre Leiter in 1,5—2 m Abstand von der Wand, also in den Punkt *B* gelangte. Man möchte dies auf die Abnahme der Entfernung zwischen beiden Leitern schieben. Allein als ich den primären Leiter nun weiter von der Wand entfernte und dadurch dem secundären Leiter weiter näherte, nahmen die Funken dennoch wieder ab, und der Funkenstrom erlosch, als der primäre Leiter nach *C* gelangte, um erst bei weiterer Annäherung und nunmehr



dauernd zuzunehmen. Eine genaue Messung der Wellenlänge aus diesen Versuchen ist nicht möglich, doch geht schon aus dem Gesagten hervor, dass die bereits erhaltene Wellenlänge den Erscheinungen genügt. Diese Versuche liessen sich auch sehr gut mit den kleineren Apparaten ausführen. Der entsprechende primäre Leiter wurde in 1 m, der secundäre Kreis in 9 m Abstand von der Wand aufgestellt. Die Funken in letzterem waren dann allerdings klein, aber doch gut beobachtbar. Sie erloschen jedoch, wenn der primäre Leiter aus seiner Lage bewegt wurde, sowohl wenn er der Wand, als wenn er dem secundären Leiter genähert wurde. Erst wenn der Abstand von der Wand bis auf 3 m gebracht wurde, traten die Funken wieder auf, um von da ab bei weiterer Annäherung an den secundären Leiter nicht wieder zu verschwinden. Bemerkenswerth ist, dass in demselben Abstande von 2 m sich das Vorhandensein der Wand bei der langsameren Schwingung als vortheilhaft, bei der schnelleren als schädigend für die Ausbreitung der Induction erweist. Es zeigt dies deutlich, dass die Lage der merkwürdigen Punkte durch die Dimensionen der schwingenden Kreise, nicht durch diejenigen der Wand oder des Saales bedingt ist.

Unseren letztbeschriebenen Versuchen entspricht in der Akustik der Versuch, in welchem man zeigt, dass die Annäherung einer Stimmgabel an eine feste Wand den Ton derselben bei gewissen Abständen verstärkt, bei anderen schwächt. In der Optik finden unsere Versuche ihr Analogon in der Lloyd'schen Form des Fresnel'schen Spiegelversuches.[1]) In Optik und Akustik gelten jene Versuche als Argumente für die Wellennatur des Lichtes und des Schalles, so werden wir auch die hier beschriebenen Erscheinungen als Argumente für die wellenartige Ausbreitung der Inductionswirkung einer elektrischen Schwingung ansehen dürfen.

Ich habe die Versuche dieses Aufsatzes, wie die ersten Versuche über die Ausbreitung der Induction beschrieben ohne in wesentlichen Punkten Rücksicht zu nehmen auf eine besondere Theorie, wie denn in der That die Beweiskraft der Versuche unabhängig ist von jeder besonderen Theorie. Indessen ist es klar, dass die Versuche ebensoviele Gründe für diejenige Theorie der

---

[1]) [Siehe Anmerkung 20 am Schluss des Buches].

elektrodynamischen Erscheinungen sind, welche zuerst von Maxwell auf die Faraday'schen Anschauungen aufgebaut wurde. Es scheint mir, dass auch die an jene Theorie geknüpfte Hypothese über das Wesen des Lichtes sich gegenwärtig dem Geiste mit noch stärkeren Gründen aufdrängt, als dies schon bisher der Fall war. Es ist gewiss ein interessanter Gedanke, dass die Vorgänge im Luftraume, welche wir untersuchten, uns in millionenfacher Vergrösserung dieselben Vorgänge darstellen, welche zwischen den Platten eines Newton'schen Farbenglases oder in der Nähe eines Fresnel'schen Spiegels sich abspielen.

Dass die Maxwell'sche Theorie, trotz aller inneren Wahrscheinlichkeit, der bisherigen Bestätigung und weiterer Bestätigung nicht entbehren kann, wird bewiesen — wenn es anders eines Beweises bedarf — durch die Thatsache, dass die Ausbreitung der elektrischen Wirkung durch gut leitende Drähte nicht mit angenähert gleicher Geschwindigkeit, wie die Ausbreitung durch den Luftraum erfolgt. Bisher ist aus allen Theorien, auch aus der Maxwell'schen, geschlossen worden, dass sich die Elektricität durch Drähte mit Lichtgeschwindigkeit ausbreite. Ueber Versuche, die Ursachen dieses Gegensatzes zwischen Theorie und Erfahrung zu ermitteln, hoffe ich mit der Zeit berichten zu können.[1])

---

[1]) [Siehe Anmerkung 21 am Schluss des Buches].

9. Die Kräfte elektrischer Schwingungen, behandelt nach der Maxwell'schen Theorie.

(Wiedemanns Ann. 36. p. 1. 1888.)

Die Ergebnisse der Versuche, welche ich über schnelle elektrische Schwingungen angestellt habe, scheinen mir der Maxwell'schen Theorie ein Uebergewicht über die anderen Theorien der Elektrodynamik zu verleihen. Gleichwohl habe ich der ersten Deutung jener Versuche ältere Anschauungen zu Grunde gelegt, indem ich die Erscheinungen zum Theil zu erklären suchte aus dem Zusammentreffen der elektrostatischen und der elektrodynamischen Kraft. Der Maxwell'schen Theorie in reiner Entwickelung ist ein derartiger Unterschied fremd. Ich wünsche deshalb gegenwärtig zu zeigen, dass auch auf Grund der Maxwell'schen Theorie die Erscheinungen gedeutet werden können, ohne jene Trennung einzuführen. Gelingt dieser Versuch, so ist damit die Frage nach der besonderen Ausbreitung der elektrostatischen Kraft als bedeutungslos in Maxwell's Theorie von selbst erledigt.

Auch abgesehen von dem besonderen Zwecke ist ein näherer Einblick in das Spiel der Kräfte um eine geradlinige Schwingung nicht ohne Interesse.

Die Formeln.

Wir haben es im Folgenden fast allein mit den Kräften im freien Aether zu thun. Es seien also in demselben X, Y, Z die Componenten der elektrischen Kraft nach den Coordinaten der x, y, z,[1]) es seien L, M, N die entsprechenden Componenten der

---

[1]) Denken wir uns im Nullpunkt des Coordinatensystems auf der xy Ebene stehend. Geht alsdann die Richtung der positiven x von uns aus

magnetischen Kraft, beide Kräfte gemessen in Gaussischem Maasse,[1]) es messe t die Zeit und A sei die reciproke Lichtgeschwindigkeit. Dann ist nach Maxwell die zeitliche Aenderung der Kräfte von ihrer räumlichen Vertheilung abhängig nach folgenden Gleichungen:

$$(1)\begin{cases} A\dfrac{dL}{dt}=\dfrac{dZ}{dy}-\dfrac{dY}{dz}, \\ A\dfrac{dM}{dt}=\dfrac{dX}{dz}-\dfrac{dZ}{dx}, \\ A\dfrac{dN}{dt}=\dfrac{dY}{dx}-\dfrac{dX}{dy}, \end{cases} \qquad (2)\begin{cases} A\dfrac{dX}{dt}=\dfrac{dM}{dz}-\dfrac{dN}{dy}, \\ A\dfrac{dY}{dt}=\dfrac{dN}{dx}-\dfrac{dL}{dz}, \\ A\dfrac{dZ}{dt}=\dfrac{dL}{dy}-\dfrac{dM}{dx}. \end{cases}$$

Von Anfang an soll sein, und zu jeder Zeit muss daher sein:

$$(3) \quad \frac{dL}{dx}+\frac{dM}{dy}+\frac{dN}{dz}=0, \qquad \frac{dX}{dx}+\frac{dY}{dy}+\frac{dZ}{dz}=0.$$

Die in einem Raumtheil τ des Aethers enthaltene elektrische Energie ist gleich $1/8\pi.\int(X^2+Y^2+Z^2)\,d\tau$, die magnetische Energie gleich $1/8\pi.\int(L^2+M^2+N^2)\,d\tau$, die Integrale über den Raum τ erstreckt. Die Gesammtenergie ist die Summe dieser beiden Theilenergien.

Diese Aussagen bilden, was den Aether anlangt, den wesentlichen Bestandtheil der Maxwell'schen Theorie. Maxwell gelangte zu denselben, indem er von Fernkräften ausging und dem Aether die Eigenschaften eines in hohem Grade dielektrisch polarisirbaren Mittels beilegte. Man kann auch auf anderen Wegen zu denselben gelangen. Auf keinem Wege kann indessen bislang ein directer Beweis für jene Gleichungen aus der Erfahrung erbracht werden. Es erscheint deshalb am folgerichtigsten, dieselben unabhängig von dem Wege, auf welchem man zu ihnen gelangt ist, als eine hypothetische Annahme zu betrachten und ihre Wahrscheinlichkeit auf der sehr grossen Zahl an Gesetzmässigkeiten beruhen zu lassen, welche sie zusammenfassen. Stellt man sich auf diesen Standpunkt, so kann man eine Reihe von Hülfsbegriffen entbehren, welche das Verständniss der Max-

nach vorn, der positiven z nach oben, so möge die Richtung der positiven y nach rechts gehen. Ohne diese Festsetzung würde das Vorzeichen der elektrischen und magnetischen Kräfte in den folgenden Gleichungen nicht die conventionelle Bedeutung erhalten.

[1]) H. v. Helmholtz, Wied. Ann. 17. p. 48. 1882.

well'schen Theorie erschweren, zum Theil aus keinem anderen Grunde, als weil sie in der That keine Bedeutung besitzen,[1]) sobald man endgültig die Vorstellung unvermittelter Fernkräfte ausschliesst.

Durch Multiplikation der Gleichungen (1) mit L, M, N, der Gleichungen (2) mit X, Y, Z, Addition sämmtlicher Gleichungen und Integration über einen Raum, dessen Raumelement $d\tau$, und dessen Oberflächenelement $d\omega$ ist, folgt:

$$\frac{d}{dt}\left\{\frac{1}{8\pi}\int(X^2+Y^2+Z^2)\,d\tau+\frac{1}{8\pi}\int(L^2+M^2+N^2)\,d\tau\right\}$$
$$=\frac{1}{4\pi A}\int\Big\{(NY-MZ)\cos n,x+(LZ-NX)\cos n,y$$
$$+(MX-LY)\cos n,z\Big\}\,d\omega,$$

worin n,x n,y n,z die Winkel bezeichnen, welche die Normale von $d\omega$ mit den Axen bildet.

Die Gleichung zeigt, dass man den Betrag, um welchen die Energie des Raumes zugenommen hat, betrachten kann als eingetreten durch die Oberflächenelemente. Der durch jedes einzelne Oberflächenelement eintretende Betrag ist gleich dem Product aus den in die Oberfläche fallenden Componenten der elektrischen und der magnetischen Kraft, multiplicirt mit dem Sinus des Winkels, welchen sie miteinander bilden, und dividirt durch $4\pi A$. Auf dieses Resultat hat bekanntlich Hr. Poynting[2]) eine höchst bemerkenswerthe Theorie über die Bewegung der Energie im elektromagnetischen Felde gegründet.

Hinsichtlich der Lösung der Gleichungen beschränken wir uns auf den besonderen, aber wichtigen Fall, dass die Vertheilung der elektrischen Kraft symmetrisch um die z-Axe ist, und zwar derart, dass diese Kraft in jedem Punkte in die durch die z-Axe gelegte Meridianebene fällt und nur abhängig ist von der z-Coordinate des Punktes und seinem Abstand $\varrho=\sqrt{x^2+y^2}$ von der z-Axe. Wir bezeichnen die Componente der elektrischen Kraft in der Richtung von ϱ, nämlich $Xx/\varrho+Yy/\varrho$ mit R, ferner die Componente der magnetischen Kraft, welche auf der Meridianebene senkrecht steht, nämlich $Ly/\varrho-Mx/\varrho$ mit P.

[1]) Als Beispiel erwähne ich den Begriff einer Dielektricitätsconstanten des Aethers.

[2]) J. H. Poynting, Phil. Trans. 1884. II. p. 343.



Wir behaupten alsdann: Ist Π eine übrigens beliebige Function von ϱ, z, t, welche der Gleichung:

$$A^2 d^2\Pi / dt^2 = \Delta\, \Pi$$

genügt, und setzen wir $Q = \varrho\, d\,\Pi / d\varrho$, so bezeichnet das System:

$$\varrho\, Z = dQ/d\varrho\,, \qquad \varrho\, P = A\, dQ/dt\,,$$
$$\varrho\, R = -\, dQ/dz\,, \qquad N = 0$$

eine mögliche Lösung unserer Gleichungen.

Um die Behauptung zu beweisen, beachten wir, dass wir haben:

$$X = R\frac{d\varrho}{dx} = -\frac{d^2\Pi}{dx\,dz}\,, \qquad L = P\frac{d\varrho}{dy} = A\frac{d^2\Pi}{dy\,dt}\,,$$
$$Y = R\frac{d\varrho}{dy} = -\frac{d^2\Pi}{dy\,dz}\,, \qquad M = -P\frac{d\varrho}{dx} = -A\frac{d^2\Pi}{dx\,dt}\,,$$
$$Z = \frac{1}{\varrho}\frac{d}{d\varrho}\left(\varrho\frac{d\,\Pi}{d\varrho}\right) = \frac{d^2\Pi}{dx^2} + \frac{d^2\Pi}{dy^2}\,, \qquad N = 0.$$

Man hat nur nöthig, diese Ausdrücke in die Gleichungen (1), (2), (3) einzusetzen, um die Gleichungen (2) und (3) identisch, die Gleichungen (1) aber unter Berücksichtigung der Differentialgleichung von Π erfüllt zu finden.

Es sei erwähnt, dass auch umgekehrt, von gewissen praktisch bedeutungslosen Beschränkungen abgesehen, sich jede mögliche Vertheilung der elektrischen Kraft, welche symmetrisch um die z-Axe ist, in obiger Form darstellen lässt, doch ist es für das Folgende nicht nöthig, auf diese Behauptung einzugehen.

Von Wichtigkeit ist uns die Function Q. Die Linien nämlich, in welchen die Rotationsflächen $Q =$ constans ihre Meridianebenen schneiden, sind die elektrischen Kraftlinien; die Construction derselben für eine Meridianebene vermag in jedem Augenblicke ein anschauliches Bild der Kraftvertheilung zu liefern. Schneiden wir den schalenförmigen Raum, welcher zwischen der Fläche Q und der Fläche $Q + dQ$ liegt, an verschiedenen Stellen durch Rotationsflächen um die z-Axe, so ist für alle solche Querschnitte das Product aus elektrischer Kraft und Querschnitt, welches Maxwell die Induction durch den Querschnitt nennt, das gleiche. Legen wir das System der Flächen $Q =$ constans so, dass von der einen zur anderen Q um den gleichen Betrag dQ wächst, so gilt die gemachte Aussage auch, wenn wir die Querschnitte der verschiedenen entstehenden Räume untereinander vergleichen.

In der ebenen Figur, welche durch den Schnitt der Meridianebenen mit den äquidistanten Flächen $Q =$ constans entsteht, ist die elektrische Kraft dem senkrechten Abstand zweier Linien $Q =$ constans nur dann umgekehrt proportional, wenn die verglichenen Punkte in gleichem Abstande von der z-Axe liegen; allgemein gilt die Regel, dass die Kraft umgekehrt proportional ist dem Product aus jenem Abstand und der Coordinate ϱ des betrachteten Punktes.

Neben ϱ und z führen wir in der Folge noch Polarcoordinaten r und θ ein, welche mit jenen verknüpft sind durch die Gleichungen $\varrho = r \sin\theta$, $z = r\cos\theta$. Es bezeichnet alsdann r den Abstand vom Nullpunkt unseres Coordinatensystems.

Die Kräfte um eine geradlinige Schwingung.

Es sei verstanden unter E eine Elektricitätsmenge, unter l eine Länge, unter $m = \pi / \lambda$ eine reciproke Länge und unter $n = \pi / T$ eine reciproke Zeit. Wir setzen nun:

$$\Pi = El \frac{\sin(mr - nt)}{r}.$$

Dieser Werth genügt der Gleichung $A^2 d^2 \Pi / dt^2 = \Delta \Pi$, sobald wir festsetzen, dass $m / n = T / \lambda = A$, λ / T also gleich der Lichtgeschwindigkeit sein soll. Und zwar geschieht der angeführten Gleichung Genüge überall, ausser im Nullpunkt des Coordinatensystems.

Um zu erfahren, welche elektrischen Vorgänge in diesem Punkte der durch Π gegebenen Kräftevertheilung entsprechen, untersuchen wir seine nächste Umgebung. Wir setzen daher r verschwindend gegen λ und vernachlässigen mr gegen nt. Es wird alsdann $\Pi = -El \sin nt / r$.[1] Da nun:

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2}\right)\left(\frac{1}{r}\right) = -\frac{d^2}{dz^2}\left(\frac{1}{r}\right),$$

so haben wir:

$$X = -d^2\Pi / dx\,dz, \quad Y = -d^2\Pi / dy\,dz, \quad Z = -d^2\Pi / dz\,dz.$$

Die elektrischen Kräfte erscheinen also hier als die Ableitungen eines Potentiales:

$$\varphi = \frac{d\Pi}{dz} = -El \sin nt \frac{d}{dz}\left(\frac{1}{r}\right),$$

[1] [Siehe Anmerkung 22 am Schluss des Buches].

und dieses entspricht einem elektrischen Doppelpunkt, dessen Axe in die z-Axe fällt, und dessen Moment mit der Periode T zwischen den extremen Werthen $+El$ und $-El$ hin und her schwankt. Unsere Kraftvertheilung stellt also die Wirkung einer geradlinigen Schwingung dar, welche die sehr kleine Länge l hat, und an deren Polen im Maximum die Elektricitätsmengen $+E$ und $-E$ frei werden. Die magnetische Kraft senkrecht auf der Richtung der Schwingung in unmittelbarer Nähe derselben ergiebt sich zu:

$$P = A\,Eln \cos nt \sin \theta \,/\, r^2.$$

Entsprechend dem Biot-Savart'schen Gesetz ist dies die Kraft eines in die Richtung der z-Axe fallenden Stromelementes von der Länge l, dessen Intensität, magnetisch gemessen, zwischen den extremen Werthen $+\pi AE/T$ und $-\pi AE/T$ hin und her schwankt. In der That bedingt die Bewegung der Elektricitätsmengen E eine Strömung von solcher Grösse.

Aus Π ergiebt sich:

$$Q = Elm \left\{ \cos (mr - nt) - \frac{\sin (mr - nt)}{mr} \right\} \sin^2\theta,$$

und hieraus folgen durch Differentiation die Kräfte Z, R, P. Im allgemeinen fallen nun allerdings die Formeln zu verwickelt aus, als dass es möglich wäre, aus denselben unmittelbar einen Ueberblick über die Vertheilung der Kräfte zu gewinnen. Für einige Specialfälle sind indess die Resultate verhältnissmässig einfach; wir heben dieselben hervor:

1) Die unmittelbare Nachbarschaft der Schwingung haben wir bereits behandelt.

2) In der z-Axe, also in Richtung der Schwingung haben wir $d\varrho = r d\theta$, $dz = dr$, $\theta = 0$, also wird hier:

$$R = 0, \qquad P = 0,$$

$$Z = 2\,Elm \,/\, r^2 \left\{ \cos (mr - nt) - \frac{\sin (mr - nt)}{mr} \right\}.$$

Die elektrische Kraft fällt stets in die Richtung der Schwingung, sie nimmt in kleinen Entfernungen ab wie die dritte Potenz, in grösseren Entfernungen wie das Quadrat des umgekehrten Abstandes.

3) In der xy-Ebene, also für $z = 0$, haben wir $dz = -r d\theta$, $d\varrho = dr$, $\theta = 90^\circ$, also wird:

$$P = \frac{A\,El\,mn}{r}\left\{\sin(mr - nt) + \frac{\cos(mr - nt)}{mr}\right\},$$

$$R = 0,$$

$$Z = \frac{Elm^2}{r}\left\{-\sin(mr - nt) - \frac{\cos(mr - nt)}{mr} + \frac{\sin(mr - nt)}{m^2r^2}\right\}.$$

Die elektrische Kraft ist in der durch die Schwingung gelegten Aequatorialebene parallel der Schwingung, ihre Amplitude ist gleich $El / r^3 \sqrt{1 - m^2r^2 + m^4r^4}$. Die Kraft nimmt bei Entfernung von der Schwingung beständig ab, anfangs schnell wie die dritte Potenz des reciproken Abstandes, später nur sehr langsam, nämlich umgekehrt proportional dem Abstand selbst. In grösseren Entfernungen wird die Wirkung der Schwingung nur in der Aequatorialebene, nicht in der Axe derselben bemerkbar sein.

4) In sehr grossen Entfernungen können wir höhere Potenzen von $1 / r$ gegen niedrige vernachlässigen. Wir haben daher in solchen Entfernungen:

$$Q = Elm \cos(mr - nt) \sin^2\theta,$$

woraus man ableitet:

$$P = A \,.\, Elmn \sin(mr - nt) \sin\theta / r,$$
$$Z = -\, Elm^2 \sin(mr - nt) \sin^2\theta / r,$$
$$R = \quad Elm^2 \sin(mr - nt) \sin\theta \cos\theta / r.$$

Daraus folgt: $Z \cos\theta + R \sin\theta = 0$. Die Richtung der Kraft steht also in grossen Entfernungen überall senkrecht auf der Richtung vom Ausgangspunkt der Kraft, die Ausbreitung erfolgt hier als reine Transversalwelle. Die Grösse der Kraft ist gleich $Elm^2 \sin(mr - nt) \sin\theta / r$, dieselbe nimmt bei constanter Entfernung vom Nullpunkte gegen die Axe hin ab, wie der Abstand von der letzteren.

Um nun auch für die übrigen Theile des Raumes die Vertheilung der Kraft zu erkennen, bedienen wir uns der graphischen Darstellung, indem wir für bestimmte Zeiten die Linien der elektrischen Kraft, nämlich die Curven Q = constans für gleichabstehende Werthe von Q ziehen. Da Q sich darstellt als das Product zweier Factoren, von denen der eine nur von r, der andere nur von θ abhängt, bietet die Construction dieser Curven keine grossen Schwierigkeiten. Wir zerlegen jeden Werth von Q.

für welchen wir die Curve zeichnen wollen, auf verschiedene Weisen in zwei Factoren, bestimmen den Winkel θ, für welchen $\sin^2\theta$ gleich dem einen Factor wird, und mittelst einer Hülfscurve denjenigen Werth von r, für welchen die in Q enthaltene Function von r dem anderen Factor gleich wird, wir finden so beliebig viele Punkte der Curve. Versucht man, die Construction auszuführen, so nimmt man noch manche kleine Vortheile wahr, deren Aufführung hier zu weitläufig sein würde. Begnügen wir uns, in den Figuren 27—30 das Resultat einer solchen Construction zu betrachten. Diese Figuren stellen die Kraftvertheilung dar zu den Zeiten $t = 0, \frac{1}{4}T, \frac{1}{2}T, \frac{3}{4}T$, aber bei passender Umkehr der Pfeile auch für alle weiteren Zeiten, welche ganzzahlige Vielfache von $\frac{1}{4}T$ sind. Im Nullpunkt ist in richtiger Lage und ungefähr richtigem Grössenverhältniss die Vorrichtung angedeutet, durch welche in unseren früheren Versuchen die Schwingungen erregt wurden. Die Kraftlinien sind allerdings nicht völlig bis zu diesem Bilde fortgeführt, da ja unsere Formeln die Schwingung als unendlich kurz annehmen, daher in der Nachbarschaft der endlichen Schwingung unzulänglich werden.

Beginnen wir eine Erläuterung der Figuren mit Fig. 27. Hier ist $t = 0$, die Strömung ist im Zustande ihrer stärksten Entwickelung, aber die Pole der geradlinigen Schwingung sind nicht elektrisch geladen, es führen keine Kraftlinien auf dieselben zu. Solche Kraftlinien beginnen nun aber von der Zeit $t = 0$ an aus den Polen hervorzuschiessen, sie sind eingeschlossen in eine Kugel, welche einem Werth $Q = 0$ entspricht. In Fig. 27 ist diese Kugel allerdings noch verschwindend klein, aber sie vergrössert sich schnell und erfüllt zur Zeit $t = \frac{1}{4}T$ (Fig. 28) schon den Raum R_1. Die Vertheilung der Kraftlinien im Innern der Kugel ist nahezu der Art, wie sie einer ruhenden elektrischen Ladung der Pole entspricht. Die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Kugelfläche $Q = 0$ vom Nullpunkt entfernt, ist zunächst weit grösser als $1/A$, in der That würde der letzteren Geschwindigkeit während der Zeit $\frac{1}{4}T$ nur der in der Figur angegebene Werth von $\frac{1}{4}\lambda$ entsprechen. In verschwindendem Abstand vom Nullpunkt ist die Geschwindigkeit der Ausbreitung sogar unendlich. Diese Erscheinung ist es, welche wir in der alten Ausdrucksweise durch die Aussage darstellten, dass sich der mit der Geschwindigkeit $1/A$ fortschreitenden

Inductionswirkung eine mit unendlicher Geschwindigkeit fortschreitende elektrostatische Kraft superponire. Richtiger deuten wir wohl im Sinne unserer Theorie die Erscheinung, indem wir bemerken, dass im Grunde die sich bildende Welle nicht lediglich den Vorgängen im Nullpunkt ihre Entstehung verdankt, sondern aus den Zuständen des ganzen umgebenden Raumes hervorgeht, welch letzterer nach unserer Theorie der eigentliche Sitz der Energie ist. Wie dem auch sei, die Fläche $Q = 0$ breitet sich weiter mit einer Geschwindigkeit aus, welche mehr und mehr auf $1 / A$ herabsinkt, und erfüllt zur Zeit $t = \frac{1}{2} T$ (Fig. 29) den Raum R_2. Nunmehr ist die elektrostatische Ladung der Pole in ihrer grössten Entwickelung, die Zahl der Kraftlinien, welche auf die Pole zuführen, erreicht ihren Maximalwerth. Bei weiterem Fortschreiten der Zeit treten keine weiteren Kraftlinien aus den Polen hervor, vielmehr beginnen die vorhandenen sich wieder in den schwingenden Leiter zurückzuziehen, um dort als elektrische Kraftlinien zu verschwinden, ihre Energie aber in magnetische Energie umzuwandeln. Hierbei tritt ein eigenthümliches Verhalten ein, welches aus Fig. 30 ($t = \frac{3}{4} T$), wenigstens in seinen Anfängen deutlich zu erkennen ist. Die Kraftlinien nämlich, welche sich am meisten vom Nullpunkt entfernt haben, erhalten bei dem Bestreben, sich zusammenzuziehen, eine seitliche Einbiegung, und indem diese Einbiegung sich mehr und mehr gegen die z-Axe zusammenzieht, schnürt sich von jeder der äusseren Kraftlinien eine in sich geschlossene Kraftlinie ab, welche selbständig in den Raum fortschreitet, während der Rest der Kraftlinien in den schwingenden Leiter zurücksinkt.

Die Zahl der zurückkehrenden Kraftlinien ist also ebenso gross, wie die Zahl der ausgegangenen, ihre Energie aber ist nothwendig um die Energie der abgeschnürten Theile vermindert. Dieser Energieverlust entspricht der Strahlung in den Raum. Infolge desselben müsste die Schwingung bald zur Ruhe kommen, wenn nicht fremde Kräfte im Nullpunkte die verlorene Energie ersetzten. Indem wir die Schwingung als ungedämpft einführten, haben wir das Vorhandensein solcher Kräfte stillschweigend unterstellt. In Fig. 27, zu welcher wir nunmehr zur Zeit $t = T$ zurückkehren, indem wir uns die Pfeile umgekehrt denken, erfüllen die abgeschnürten Theile der Kraftlinien den Kugelraum R_4, während die von den Polen ausgehenden Kraftlinien



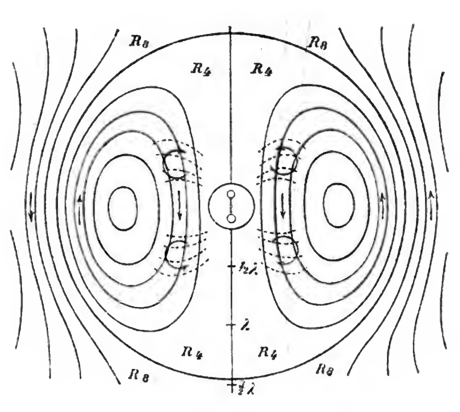


Fig. 27.

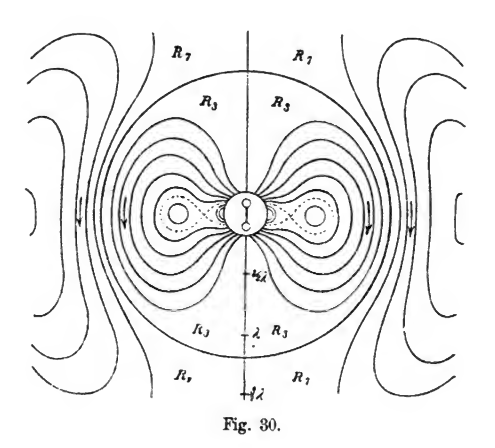


Fig. 30.

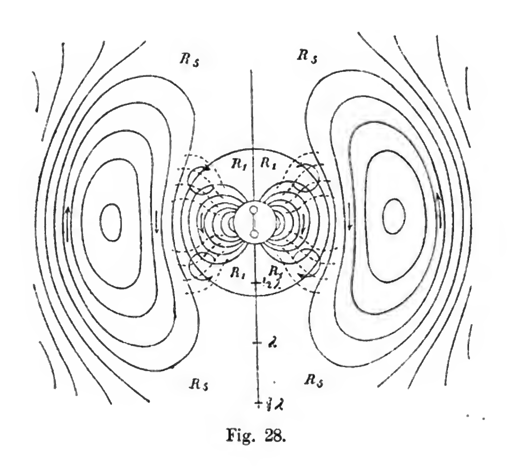


Fig. 28.

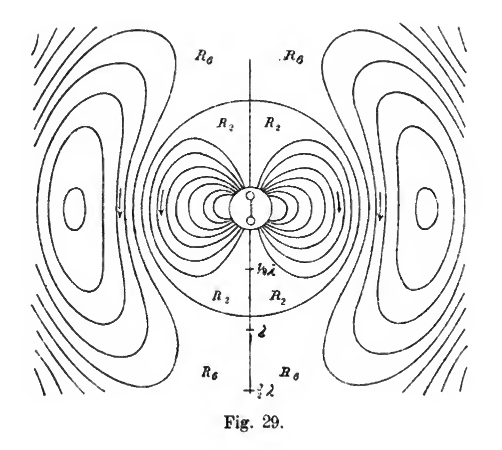


Fig. 29.

vollständig verschwunden sind. Aber neue Kraftlinien brechen aus den Polen hervor und drängen die Kraftlinien, deren Entstehung wir verfolgten, in den Raum R_5 (Fig. 28) zusammen. Es bedarf keiner weiteren Erläuterung, wie nun weiter diese Kraftlinien in den Raum R_6 (Fig. 29), R_7 (Fig. 30), R_8 (Fig. 27) gelangen. Mehr und mehr gehen dieselben in eine reine Transversalwelle über und verlieren sich als solche in der Entfernung. Das beste Bild vom Spiel der Kräfte würde man erhalten, wenn man die Zeichnungen für noch kleinere Zeitabstände herstellte und dieselben auf einer stroboskopischen Scheibe befestigte.

Eine nähere Betrachtung der Figuren ergiebt, dass für solche Punkte, welche weder in der z-Axe noch in der xy-Ebene liegen, die Richtung der Kraft sich von Augenblick zu Augenblick ändert. Stellen wir daher die Kraft für einen Punkt in üblicher Weise durch eine von dem betrachteten Punkt ausgehende Linie dar, so oscillirt der Endpunkt dieser Linie während der Schwingung nicht etwa in einer Geraden hin und her, sondern beschreibt eine Ellipse. Um zu erfahren, ob es Punkte giebt, für welche diese Ellipse nahezu in einen Kreis übergeht, in welchen also die Kraft ohne wesentliche Aenderung ihrer Grösse die Richtungen der Windrose durchläuft, superponiren wir zwei der Zeichnungen, welche Zeiten entsprechen, die um $\frac{1}{4}\,T$ voneinander entfernt sind, z. B. Figur 27 und 29 oder 28 und 30. Für Punkte, wie wir sie suchen, muss offenbar das Liniensystem der einen senkrecht dasjenige der anderen schneiden, und die Abstände der Linien der einen Figur denen der Linien der anderen gleich werden. Die kleinen Vierecke, welche durch den Schnitt der beiden Systeme entstehen, müssen also für die gesuchten Punkte Quadrate werden. Es lassen sich nun in der That Gebiete der gesuchten Art bemerken; dieselben sind in Figur 27 und 28 durch kreisförmige Pfeile angedeutet, deren Richtung zugleich die Drehungsrichtung der Kraft angiebt. Die punktirten Linien sind zur Erläuterung eingetragen, dieselben gehören den Liniensystemen der Figuren 29 und 30 an. Uebrigens findet man, dass die Kraft das hier geschilderte Verhalten nicht allein in den angegebenen Punkten zeigt, vielmehr in dem ganzen streifenförmigen Gebiet, welches von jenen Punkten ausgehend die Nachbarschaft der z-Axe bildet. Doch nimmt in dieser Richtung die Kraft so schnell an Grösse ab, dass nur in

den hervorgehobenen Punkten ihr eigenthümliches Verhalten auffällig werden kann.

Das beschriebene, von der Theorie geforderte Kraftsystem kann nun einer unvollkommenen und noch nicht durch die Theorie geleiteten Beobachtung ganz wohl sich in der Weise darstellen, welche ich in einer früheren Arbeit geschildert habe.[1]) Zwar lassen jene Beobachtungen bei weitem nicht alle verwickelten Einzelheiten erkennen, aber sie ergeben das Wesentliche der Vertheilung richtig. Nach Beobachtung wie nach Theorie ist die Vertheilung der Kraft in der Nähe der Schwingung ähnlich der elektrostatischen Vertheilung; nach Beobachtung wie nach Theorie breitet sich die Kraft wesentlich in der Aequatorialebene aus und nimmt hier anfangs schnell, dann langsam ab, ohne in einer mittleren Entfernung Null zu werden; nach Beobachtung wie nach Theorie ist die Kraft in der Aequatorialebene, der Axe und in grossen Entfernungen von beständiger Richtung und wechselnder Grösse, während sie in zwischenliegenden Punkten weniger ihre Grösse, als vielmehr ihre Richtung ändert. Nur darin mangelt die Uebereinstimmung zwischen der Theorie und jenen Beobachtungen, dass in grossen Entfernungen nach ersterer die Kraft stets senkrecht auf der Geraden zum Ursprung steht während sie in der letzteren parallel der Schwingung erschien. Für die Nähe der Aequatorialebene, wo die Kräfte am stärksten, kommt dies zwar auf das gleiche hinaus, nicht aber für Richtungen, welche zwischen Aequatorialebene und Axe liegen. Ich glaube, dass der Fehler auf Seiten der Beobachtung ist. In jenen Versuchen war die Richtung der Schwingung parallel den beiden Hauptwänden des Beobachtungsraumes, dadurch konnte die Componente der Kraft, welche parallel der Schwingung war, verstärkt erscheinen gegenüber der zur Schwingung senkrechten Componenten.

Ich habe deshalb die Versuche wiederholt bei verschiedentlich abgeänderter Aufstellung der primären Schwingung und fand bei gewissen Aufstellungen die Ergebnisse mit der Theorie übereinstimmend. Zu einem eindeutigen Resultate gelangte ich indessen nicht, sondern fand, dass bei grossen Abständen und in Gebieten von geringer Intensität der Kraft die Störungen der

[1]) Siehe No. 5. p. 98.

Umgebung in dem zur Verfügung stehenden Raum schon zu beträchtlich waren, um ein sicheres Urtheil zu verstatten.

Während die Schwingung arbeitet, schwankt die Energie durch die Kugelflächen, welche den Nullpunkt umgeben, aus und ein. Durch jede Kugelfläche aber tritt während einer Schwingungsdauer mehr Energie aus, als in die Kugelfläche zurücktritt, und zwar für alle Kugelflächen der gleiche Betrag. Dieser Betrag stellt den während der Schwingungsdauer durch Strahlung erlittenen Energieverlust dar. Wir können ihn leicht berechnen für Kugelflächen, deren Radius r schon so gross ist, dass wir die vereinfachten Formeln anwenden dürfen. Es wird nämlich während des Zeitelementes dt durch eine Kugelzone, welche zwischen θ und $\theta + d\theta$ liegt, austreten die Energie:

$$dt . 2\pi r \sin\theta . r\, d\theta . 1/4\pi A . (Z \sin\theta - R\cos\theta)\, P.$$

Setzen wir hierin für Z, P, R die für grosse r gültigen Werthe und integriren nach θ von 0 bis π und nach t von 0 bis T, so ergiebt sich, dass durch die ganze Kugel während jeder halben Schwingung austritt die Energie:

$$\tfrac{1}{3} E^2 l^2 m^3 n T = \pi^4 E^2 l^2 / 3\lambda^3.$$

Suchen wir hieraus eine angenäherte Schätzung der Verhältnisse zu gewinnen, welche bei unseren wirklichen Versuchen vorlagen. In denselben luden wir zwei Kugeln von 15 cm Radius in entgegengesetztem Sinne zu einer Schlagweite von etwa 1 cm. Schätzen wir die elektrostatische Potentialdifferenz zwischen den beiden Kugeln hiernach zu 120 $g^{1/2} cm^{1/2} sec^{-1}$, so war jede Kugel auf das Potential $\pm 60\, gr^{1/2} cm^{1/2} sec^{-1}$ geladen, und es war also $E = 15 \times 60 = 900\; g^{1/2} cm^{3/2} sec^{-1}$. Der Gesammtvorrath von Energie, welchen die Schwingung bei ihrem Beginne besass, betrug darnach $2 \times {}^1/_2 \times 900 \times 60 = 54\,000\; g\, cm^2 sec^{-2}$, entsprach daher etwa der Energie, welche ein Grammgewicht nach dem Fall durch 55 cm erreicht hat. Es war weiter die Länge der Schwingung $l = 100$ cm näherungsweise und die Wellenlänge etwa gleich 480 cm. Daraus ergiebt sich der Energieverlust in der halben Schwingungsdauer zu etwa $2400\; g\, cm^2/sec^{-2}$.[1]) Es erhellt, dass schon nach elf halben Schwingungen die Hälfte der Energie auf Strahlung ver-

[1]) [Siehe Anmerkung 23 am Schluss des Buches].

ausgabt sein musste. Die schnelle Dämpfung, welche die Erscheinungen an unseren Schwingungen erkennen liessen, war also schon durch die Strahlung nothwendig bedingt und konnte nicht fehlen, selbst wenn der Widerstand der Leiter und des Funkens zu vernachlässigen gewesen wäre.

Eine Energieabgabe von 2400 g cm^2 sec^{-2} in 1,5 Hundertmillionteln Secunde entspricht einer Arbeitsleistung von 22 Pferdekräften. Mindestens in dieser Fülle müsste der primären Schwingung Energie zugeführt werden, wollte man trotz der Strahlung die erregten Schwingungen dauernd mit gleicher Intensität erhalten. Während der ersten wenigen Schwingungen entspricht die Intensität der Strahlung in etwa 12 m Abstand vom primären Leiter der Intensität der Sonnenstrahlung auf der festen Erdoberfläche.

Die Interferenzversuche.

Um die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektrischen Kraft in der Aequatorialebene zu ermitteln, brachten wir die Wirkung derselben zur Interferenz mit der Wirkung einer mit gleichbleibender Geschwindigkeit in einem Drahte fortschreitenden elektrischen Welle.[1]) Es zeigte sich, dass die auftretenden Interferenzen nicht in gleichem Abstand folgten, sondern sich in der Nähe der Schwingung schneller veränderten, als dies in grösseren Abständen der Fall war. Dies Verhalten wurde durch die Annahme erklärt, dass sich die Gesammtkraft in zwei Theile zerspalten lasse, von welchen der eine, der elektrodynamische, sich mit Lichtgeschwindigkeit, der andere, der elektrostatische, sich mit grösserer, vielleicht unendlicher Geschwindigkeit ausbreite. Nach unserer Theorie ist nun aber die in Frage kommende Kraft in der Aequatorialebene:

$$Z = E l m^3 \left\{ -\frac{\sin(mr - nt)}{mr} - \frac{\cos(mr - nt)}{m^2 r^2} + \frac{\sin(mr - nt)}{m^3 r^3} \right\},$$

und dieser Ausdruck zerfällt auf keine Weise in zwei einfache, mit verschiedener Geschwindigkeit fortschreitende Wellen. Ist also die gegenwärtige Theorie richtig, so kann die frühere Erklärung nur eine Annäherung an die Wahrheit darbieten. Wir

[1]) Siehe No. 7, p. 115.

wollen untersuchen, ob die gegenwärtige Theorie überhaupt zu einer Erklärung der Erscheinungen führt.

Zunächst können wir schreiben $Z = B\sin(nt - \delta_1)$, wo die Amplitude der Kraft $B = El/r^3\sqrt{1 - m^2r^2 + m^4r^4}$ und die Phase δ_1 der Kraft bestimmt ist durch die Gleichung:

$$\operatorname{tg}\delta_1 = \frac{\sin mr/mr + \cos mr/m^2r^2 - \sin mr/m^3r^3}{\cos mr/mr - \sin mr/m^2r^2 - \cos mr/m^3r^3},$$

welche nach Umformung ergiebt:

$$\delta_1 = mr - \operatorname{arc\,tg}\frac{mr}{1 - m^2r^2}.$$

In Fig. 31 ist durch die Curve δ_1 die Grösse δ_1 als Function von mr anschaulich gemacht. Die Länge ab entspricht dabei in Abscissen und Ordinaten dem Werthe π. Betrachtet man nicht mr, sondern r als variable Abscisse, so entspricht die Länge ab in den Abscissen der halben Wellenlänge.

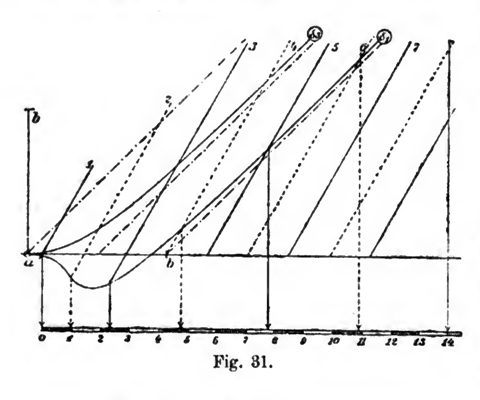


Fig. 31.

Um unmittelbar an die Versuche anzuknüpfen, welche wir darzustellen wünschen, ist unter der Zeichnung noch eine weitere Theilung der Abscissenaxe nach Metern angebracht. Es ist nämlich nach den Ergebnissen der directen Messung[1]) $\lambda = 4{,}8$ m gesetzt und danach die Länge des Meters bestimmt; der Anfangspunkt der Theilung ist aber nicht in die Schwingung, sondern in einen Abstand von 0,45 m von derselben verlegt. Die Eintheilung stellt auf diese Weise die Eintheilung der Grundlinie

[1]) Siehe No 8, p. 133.

dar, in welcher wir die Interferenzen bestimmten. Man ersieht aus der Figur, dass die Phase überhaupt nicht vom Ursprung an wächst, vielmehr ist der Verlauf der Phase ein solcher, als entstände die Welle in einem Abstand von etwa $\frac{1}{2}\lambda$ im Raume und liefe von dort theils gegen den Leiter, theils in den Raum hinaus. In grossen Enfernungen ist die Phase um den Werth π kleiner, als sie sein würde, wenn die Welle mit constanter Geschwindigkeit vom Ursprung ausgegangen wäre; die Welle verhält sich also in grossen Entfernungen so, als hätte sie die erste halbe Wellenlänge mit unendlicher Geschwindigkeit durchlaufen.

Die Wirkung w der Drahtwellen auf eine bestimmte Stellung des secundären Leiters kann nun jedenfalls dargestellt werden in der Form: $w = C \sin(nt - \delta_2)$, worin als Abkürzung $\delta_2 = m_1 r + \delta = \pi r / \lambda_1 + \delta$ gesetzt ist. λ_1 bezeichnet die halbe Wellenlänge der Drahtwellen, in unseren Versuchen 2,8 m, δ aber die Phase ihrer Wirkung im Punkte $r = 0$, welche wir durch Vorschaltung von Drahtlängen willkürlich abänderten. Ebenso konnten wir die Amplitude C abändern und gaben ihr solche Grösse, dass die Wirkung der Drahtwellen der directen Wirkung nahezu gleich war. Die Phase der Interferenz hängt dann nur ab von dem Unterschied der Phasen δ_1 und δ_2. Bei derjenigen Stellung des secundären Kreises, auf welche sich unser Ausdruck für w bezieht, verstärken sich beide Wirkungen (die Interferenz hat das Zeichen +), wenn $\delta_1 - \delta_2$ gleich Null oder einem ganzen Vielfachen von 2π ist; die Wirkungen vernichten sich (die Interferenz hat das Zeichen —), wenn $\delta_1 - \delta_2$ gleich π oder einem ganzen Vielfachen dieses Werthes ist; eine Interferenz findet nicht statt (die Interferenz hat das Zeichen 0), wenn $\delta_1 - \delta_2$ gleich einem ganzen Vielfachen von $\frac{1}{2}\pi$ ist.

Wir wollen uns nun δ so bestimmt denken, dass im Anfangspunkt der Metertheilung die Phase der Interferenz einen bestimmten Werth ε habe, dass daselbst also $\delta_1 = \delta_2 + \varepsilon$ sei. Die gerade Linie 1 unserer Figur soll uns alsdann den Werth von $\delta_2 + \varepsilon$ als Function der Entfernung darstellen. Die Linie ist nämlich mit solcher Neigung gezogen, dass für ein Wachsthum der Abscisse um $\lambda_1 = 2{,}8$ m die Ordinate um den Werth π wächst, und sie ist so gelegt, dass sie die Curve δ_1 schneidet in einem Punkte, dessen Abscisse die des Anfangspunktes der

Metertheilung ist. Die Linien 2, 3, 4 etc. stellen dann weiter den Verlauf der Werthe von $\delta_2 + \varepsilon - \frac{1}{2}\pi$, $\delta_2 + \varepsilon - \pi$, $\delta_2 + \varepsilon - \frac{3}{2}\pi$ etc. vor. Diese Linien sind nämlich parallel der Linie 1 und so gezogen, dass sie ein und dieselbe Ordinate in Abständen von je $\frac{1}{2}\pi$, ein und dieselbe Abscisse in Abständen von je 1,4 m schneiden. Projicirt man nun die Schnittpunkte dieser Geraden mit der Curve δ_1 auf die Abscissenaxe herunter, so erhält man offenbar diejenigen Entfernungen, für welche $\delta_1 = \delta_2 + \varepsilon + \frac{1}{2}\pi$, $\delta_2 + \varepsilon + \pi$, $\delta_2 + \varepsilon + \frac{3}{2}\pi$ etc. wird, für welche also die Phase der Interferenz gegen die des Ausgangspunktes um $\frac{1}{2}\pi$, π, $\frac{3}{2}\pi$ etc. gewachsen ist. Man entnimmt so unmittelbar aus der Figur die Aussagen: Besitzt die Interferenz im Anfangspunkt der Grundlinie das Zeichen + (—), so erlangt sie das Zeichen 0 zum ersten mal bei ca. 1 m, das Zeichen — (+) bei ca. 2,3 m, um wieder das Zeichen 0 zu erreichen bei ca. 4,8 m; die Interferenz kehrt zurück zum Zeichen + (—) bei ca. 7,6 m, sie ist wiederum 0 bei ca 14 m, um von nun an die Reihe der Zeichen in nahezu gleichen Abständen zu durchlaufen. Besitzt die Interferenz im Nullpunkt der Grundlinie das Zeichen 0, so besitzt sie dies Zeichen ebenfalls bei ca. 2,3 m, 7,6 m, 14 m, sie hat ausgesprochen positiven oder negativen Charakter in ca. 1 m, 4,8 m, 11 m Entfernung vom Nullpunkt. Für mittlere Phasen gelten mittlere Werthe. Man vergleiche mit diesem Ergebniss der Theorie das Ergebniss des Versuches, insbesondere diejenigen Interferenzen, welche stattfanden bei Vorschaltung von 100, 250, 400, 550 cm Draht[1]), und man wird die Uebereinstimmung so vollkommen finden, als irgend erwartet werden kann.

Nicht ganz so gut ist es mir gelungen, die Interferenzen der zweiten Art wiederzugeben.[2]) Zur Herstellung dieser Interferenzen benutzten wir eine Lage des secundären Kreises, bei welcher hauptsächlich die Integralkraft der Induction um den geschlossenen Kreis in Betracht kam. Sehen wir die Dimensionen des letzteren als verschwindend klein an, so ist die Integralkraft proportional der Aenderungsgeschwindigkeit der magnetischen Kraft, welche senkrecht auf der Ebene des Kreises steht, also proportional dem Ausdruck:

---

[1]) Siehe p. 127.

[2]) Siehe p. 128.

$$\frac{dP}{dt} = A\,E\,l\,m^2 n^2 \left\{ -\frac{\cos(mr - nt)}{mr} + \frac{\sin(mr - nt)}{m^2 r^2} \right\}.$$

Hieraus erhält man für die Phase δ_3 dieser Wirkung:

$$\operatorname{tg} \delta_3 = -\frac{\cos mr / mr - \sin mr / m^2 r^2}{\sin mr / mr + \cos mr / m^2 r^2},$$

oder nach Umformung:

$$\delta_3 = mr - \operatorname{arc\,tg} mr.$$

Die Linie δ_3 unserer Figur 31 stellt den Verlauf dieser Function dar. Man ersieht, dass für diese Wirkung die Phase schon vom Ursprung an dauernd wächst. Es müssen daher die Erscheinungen, welche auf eine endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit hinweisen, bei diesen Interferenzen allerdings schon in der Nähe der Schwingung sich geltend machen. So zeigte es sich auch in den Versuchen, und eben darin bestand der Vortheil, welchen uns diese Art der Interferenzen bot. Aber es ergiebt sich die scheinbare Geschwindigkeit in der Nähe der Schwingung doch grösser, als in der Ferne, und es ist nicht zu leugnen, dass die Phase der Interferenz sich nach der Theorie wenig, aber bemerkbar schneller ändern müsste, als es in den Versuchen der Fall war. Es erscheint mir wahrscheinlich, dass eine vollkommenere Theorie, welche nicht die beiden wirkenden Leiter als verschwindend klein betrachtet, vielleicht auch eine andere Annahme des Werthes von λ, hier eine bessere Uebereinstimmung herstellen würde.

Von Wichtigkeit ist, dass auch unter Zugrundelegung der Maxwell'schen Theorie die Versuche nicht gedeutet werden können, ohne einen merklichen Unterschied zwischen der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen in Drähten und der Wellen im freien Raum anzunehmen.

Wellen in drahtförmigen Leitern.

Die Function: $K(p\varrho) = \int_0^\infty e^{-\frac{1}{2}p\varrho(e^u + e^{-u})}\,du,$

welche sich für grosse Werthe von ϱ der Function $\sqrt{\pi/2p\varrho}\,.\,e^{-p\varrho}$, für verschwindende Werthe von ϱ der Function $-\log(p\varrho/2) - 0{,}577$ anschmiegt, genügt der Differentialgleichung:

$$\frac{d^2K(p\varrho)}{d\varrho^2} + \frac{1}{\varrho}\,\frac{dK(p\varrho)}{d\varrho} - p^2 K(p\varrho) = 0.$$

Setzen wir also:

$$\Pi = 2J/An.\sin(mz - nt).K(p\varrho),$$

so genügt Π der Gleichung $A^2 d^2\Pi/dt^2 = \Delta\Pi$, sobald wir machen $p^2 = m^2 - A^2n^2$. Dabei soll verstanden sein unter J eine in magnetischem Maass gemessene Stromstärke, unter p und $m = \pi/\lambda$ reciproke Längen, unter $n = \pi/T$ eine reciproke Zeit. Die Function Π genügt ihrer Gleichung im ganzen Raum, ausser in der z-Axe, in welcher sie unstätig wird. Es entsprechen also die aus obigem Π abzuleitenden Werthe von R, Z, P, N einer elektrischen Bewegung, welche in einem sehr dünnen, längs der z-Axe ausgespannten Drahte stattfindet. In unmittelbarer Nachbarschaft dieses Drahtes wird bis auf Grössen, welche gerade Potenzen von ϱ enthalten:

$$Q_0 = -2J/An.\sin(mz - nt), \qquad \text{also:}$$
$$R_0 = 2Jm/An\varrho.\cos(mz - nt),$$
$$P_0 = 2J/\varrho.\cos(mz - nt),$$

wobei durch den Index 0 der Bezug auf verschwindende ϱ festgehalten ist. Aus dem Werthe von R_0 folgt, dass die auf der Längeneinheit des Drahtes sich befindende freie Elektricität e ist:

$$e = 1/4\pi.2\pi\varrho.R_0 = Jm/An.\cos(mz - nt).$$

Aehnlich folgt aus P_0 die Stromstärke i:

$$i = 1/4\pi.2\pi\varrho.P_0 = J\cos(mz - nt).$$

Die Werthe von i und e genügen von selber der nothwendig zu erfüllenden Gleichung $A\,de/dt = -di/dz$. Dieselben zeigen uns, dass die behandelte Bewegung eine elektrische Sinuswelle darstellt, welche sich in der z-Axe in Richtung der wachsenden z fortpflanzt, deren halbe Wellenlänge λ, und deren halbe Schwingungsperiode T, deren Geschwindigkeit also $\lambda/T = n/m$ ist, und welche eine solche Intensität besitzt, dass die grössten auftretenden Stromstärken $\pm J$ betragen.

Behalten wir uns vor, über fremde Kräfte im Drahte willkürlich zu verfügen, so können wir λ und T als unabhängig voneinander ansehen. Für jedes bestimmte Verhältniss dieser

Grössen, also für jede bestimmte Geschwindigkeit der Welle haben die Linien der elektrischen Kraft eine bestimmte Gestalt, welche, unabhängig von der Zeit, am Drahte entlang gleitet. Wie früher stellen wir diese Gestalt dar, indem wir die Linien $Q =$ constans ziehen.

In Figur 32 ist eine solche Darstellung ausgeführt, und zwar zunächst in Fig. 32_a für den Fall, dass die Geschwindigkeit sehr klein, p also gleich m ist. Die Zeichnung entspricht dann einer elektrostatischen Kraftvertheilung, nämlich derjenigen, welche wir erhalten, wenn wir auf dem Draht Elektricität so vertheilen, dass die Dichtigkeit eine Sinusfunction der Drahtlänge ist. Figur 32_b giebt die Kraftlinien für eine Geschwindigkeit, welche etwa 28/48 der Lichtgeschwindigkeit beträgt. Man sieht, dass die Kraftlinien einen grösseren Umweg als vorher machen, um, von dem Drahte ausgehend, zu demselben zurückzugelangen. In der älteren Anschauungsweise ist dies erläutert durch die Aussage: Die elektrodynamische Kraft, welche

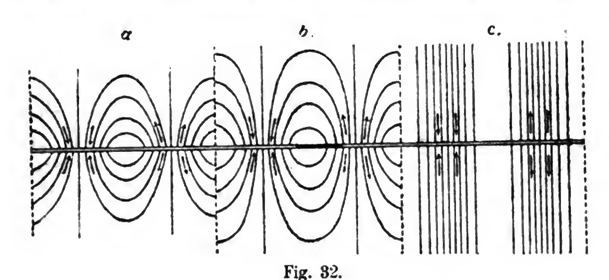


Fig. 32.

parallel dem Drahte gerichtet sei, schwäche die gleichgerichtete Componente der elektrostatischen Kraft, während sie die zum Drahte senkrechte Componente nicht beeinflusse. Die Schwächung der dem Draht parallelen Componente kann bis zur Vernichtung derselben sich steigern. Nehmen wir nämlich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Drahtwellen gleich der Lichtgeschwindigkeit, so wird $p = 0$, es artet dann für jeden Werth von $\varrho\ K(p\varrho)$ aus in $-\log\varrho +$ constans, und es wird für jeden Werth von ϱ:

$$Q = -2J/An \, . \sin(mz - nt),$$

also:

$$R = 2\,Jm\,/\,A\,n\,\varrho\,.\cos(m\,z - n\,t),\quad Z = 0,$$
$$P = 2\,J\,/\,\varrho\cos(m\,z - n\,t),\qquad N = 0.$$

Die Kraftvertheilung ist alsdann die denkbar einfachste die elektrische Kraft steht überall senkrecht auf dem Drahte und nimmt ab im umgekehrten Verhältniss der Entfernung von diesem. Die für gleichabstehende Werthe von Q gezogenen Linien Q = constans sind in Figur 32_c angedeutet. Für Wellen, welche sich mit einer grösseren Geschwindigkeit als $1\,/\,A$ fortpflanzen, wird p imaginär. Für diesen Fall müssen wir unsere Formeln umgestalten, doch gehen wir nicht auf denselben ein, da ihm keine praktische Bedeutung zukommt.

An der Oberfläche eines Leiters setzt sich diejenige Componente der elektrischen Kraft, welche tangential zur Oberfläche liegt, stetig in das Innere des Leiters fort. Unter einem vollkommenen Leiter versteht man nach Maxwell einen solchen, in dessen Inneren stets nur verschwindend kleine Kräfte auftreten können. Daraus folgt für die Oberfläche eines vollkommenen Leiters als Bedingung, dass die zur Oberfläche tangentiale Componente der Kraft verschwinden muss. Enthält diese Behauptung keinen Irrthum, so folgt, dass sich in gut leitenden Drähten elektrische Wellen mit Lichtgeschwindigkeit und in derjenigen Gestalt ausbreiten müssen, welche durch Figur 32_c gegeben ist. Denn nur für diese Kraftvertheilung steht die Kraft überall senkrecht auf der Oberfläche des Drahtes. In der That ist denn auch stets aus der Maxwell'schen Theorie, wie aus den älteren Theorien, der Schluss gezogen worden, dass sich durch vollkommen leitende Drähte elektrische Wellen mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten.

Dürfen wir indessen unseren Versuchen nur ein weniges trauen, so ist dies Resultat unrichtig, die Ausbreitung geschieht mit einer viel geringeren Geschwindigkeit und etwa in derjenigen Gestalt, welche Fig. 32_b anzeigt. Dies Ergebniss ist um so auffallender, als die Geschwindigkeit in Drähten ebenfalls eine von der Natur des Drahtes gänzlich unabhängige Geschwindigkeit zu sein scheint. Ich habe dieselbe als gleich gefunden in Drähten der verschiedensten Metalle, der verschiedensten Dicke, der verschiedensten Gestalt des Querschnittes, auch in Säulen leitender Flüssigkeit. Die Ursachen, welche

diese Geschwindigkeit bestimmen, sind noch dunkel. Der Widerstand spielt jedenfalls keine Rolle. Ich vermuthete eine Zeit lang, dass sich ein Einfluss der Constanten k geltend mache, durch deren Einführung Hr. H. v. Helmholtz die Maxwell'sche Theorie erweitert hat.[1]) Eine nähere Ueberlegung lässt diese Vermuthung indessen zurückweisen. Wäre die Grenzbedingung nur richtig, so wäre eine Welle von der Form der Fig. 32_c immer noch möglich. Dieselbe würde stets eine reine Transversalwelle sein und müsste sich als solche mit derselben Geschwindigkeit fortpflanzen, wie ebene Transversalwellen im Raume, ob nun gleichzeitig Longitudinalwellen möglich sind oder nicht. Ein endlicher Werth der Constanten k würde, ohne die Verschiedenheit der beobachteten Geschwindigkeiten zu erklären, fordern, dass zweierlei Arten von Wellen verschiedener Geschwindigkeit im Draht möglich seien, wofür bisher Andeutungen aus der Erfahrung noch nicht vorliegen. Es dürfte die Richtigkeit der Grenzbedingung für schnell veränderliche Kräfte zu bezweifeln sein.

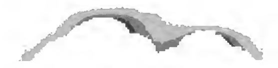
Erscheint es einerseits nicht möglich, den in der z-Axe fortschreitenden Wellen eine beliebig grosse Geschwindigkeit zu ertheilen, so hat es auf der anderen Seite keine Schwierigkeit, die Geschwindigkeit von ihrem Maximalwerth beliebig herabzudrücken und Kraftvertheilungen herzustellen, welche zwischen den Formen 32_a und 32_b eingeschlossen sind. Man lässt zu dem Ende die Welle durch regelmässig gezackte oder spiralförmig aufgerollte Drähte fortschreiten. Indem ich z. B. einen Draht von 40 m Länge zu einer einfachen Spirale von 1 cm Durchmesser in solcher Dichte aufrollte, dass die Länge der Spirale 1,6 m wurde, konnte ich Knotenpunkte in Abständen von ca. 0,31 m beobachten, während im gestreckten Draht die Abstände der Knoten 2,8 m betrugen. Bei allmählichem Ausrecken der Spirale ging der eine Werth auf den anderen über. In der Richtung der z-Axe (der Axe der Spirale) gemessen, bewegt sich also die Welle wesentlich langsamer in dem aufgerollten Drahte. In der Drahtlänge gemessen allerdings bewegt sie sich schneller. Aehnlich ist das Verhalten in gezackten Drähten. Irre ich nicht, so vermag auch hiervon die Max-

---

[1]) H. v. Helmholtz, Ges. Abh. 1. p. 545.

well'sche Theorie unter Annahme jener Grenzbedingung für gute Leiter keine Rechenschaft zu geben. Es müsste nach dieser Theorie, wie mir scheint, die in der x-Axe gemessene Ausbreitung durch jede Form des Leiters mit Lichtgeschwindigkeit erfolgen, sobald nur erstens der Widerstand des Leiters nicht in Betracht kommt und zweitens die Dimensionen des Leiters senkrecht zur Axe verschwindend klein gegen die Wellenlänge sind. Beide Bedingungen aber sind in spiraligen Metalldrähten erfüllt, ohne dass die Folgerung zuträfe.

Indem wir versuchten, die Beobachtungen aus der Maxwell'schen Theorie zu erklären, ist es uns nicht gelungen, alle Schwierigkeiten zu beseitigen. Gleichwohl wird man die Vollständigkeit, mit welcher jene Theorie den grössten Theil der Erscheinungen wiedergiebt, als eine nicht verächtliche Leistung derselben betrachten dürfen. Denn wenn man versucht, auf die Erscheinungen eine der älteren Theorien anzuwenden, so geräth man schon in den elementarsten Zügen auf Widersprüche, es sei denn, dass man durch Einführung des Aethers als Dielektricum jene Theorien mit der Maxwell'schen versöhnt auf dem durch v. Helmholtz angegebenen Wege.



10. Ueber die Fortleitung elektrischer Wellen durch Drähte.

(Wiedemann's Ann. 37. p. 395. 1889.)

Fliesst ein unveränderlicher elektrischer Strom in einem cylindrischen Drahte, so erfüllt er jeden Theil des Querschnittes mit gleicher Stärke. Ist aber der Strom veränderlich, so bewirkt die Selbstinduction eine Abweichung von dieser einfachsten Vertheilung. Denn da die mittleren Theile des Drahtes von allen übrigen im Mittel weniger entfernt sind, als die Theile des Randes, so stellt sich die Induction den Veränderungen des Stromes in der Mitte des Drahtes stärker entgegen als am Rande, und infolge hiervon wird die Strömung die Randgebiete bevorzugen. Wenn der Strom seine Richtung einige hundert Mal in der Secunde wechselt, kann die Abweichung von der normalen Vertheilung schon nicht mehr unmerklich sein; diese Abweichung wächst schnell mit der Zahl der Stromwechsel, und wenn gar die Strömung ihre Richtung viele Millionen Mal in der Secunde wechselt, so muss nach der Theorie fast das ganze Innere des Drahtes stromfrei erscheinen und die Strömung sich auf die nächste Umgebung der Grenze beschränken. In solchen äussersten Fällen ist nun offenbar die vorgetragene Auffassung des Vorgangs nicht ohne physikalische Schwierigkeiten und es treten die Vorzüge einer anderen Auffassung der Sache hervor, welche wohl zuerst von den Herren O. Heaviside[1]) und J. H. Poynting[2]) als die richtige Interpretation

---

[1]) O. Heaviside, Electrician, Januar 1885; Phil. Mag. 25. p. 153. 1888.
[2]) J. H. Poynting, Phil. Trans. 2. p. 277. 1885.

der auf diesen Fall angewendeten Maxwell'schen Gleichungen gegeben worden ist. Nach dieser Auffassung pflanzt sich die elektrische Kraft, welche den Strom bedingt, überhaupt nicht in dem Drahte selber fort, sondern tritt unter allen Umständen von aussen her in den Draht ein und breitet sich in dem Metall verhältnissmässig langsam und nach ähnlichen Gesetzen aus, wie Temperaturänderungen in einem wärmeleitenden Körper. Es wird also, wenn die Kräfte in der Umgebung des Drahtes die Richtung beständig ändern, die Wirkung dieser Kräfte sich nur auf eine sehr kleine Tiefe in das Metall hinein erstrecken; je langsamer die Schwankungen werden, desto tiefer wird die Wirkung eindringen, und wenn endlich die Aenderungen unendlich langsam erfolgen, hat die Kraft Zeit, das ganze Innere des Drahtes mit gleichmässiger Stärke zu füllen.[1])

Wie wir nun auch immer das Ergebniss der Theorie auffassen wollen, eine wichtige Frage ist, ob es mit der Wirklichkeit übereinstimme. Da ich in den Versuchen, welche ich über die Ausbreitung der elektrischen Kraft anstellte, elektrische Wellen in Drähten benutzte, welche von ausserordentlich kurzer Periode waren, so lag es nahe, an diesen die Richtigkeit der gezogenen Folgerungen zu prüfen. In der That fand sich die Theorie bestätigt durch die Versuche, welche jetzt beschrieben werden sollen, und man wird finden, dass diese wenigen Versuche genügen, um die Auffassung der Herren Heaviside und Poynting im höchsten Grade nahezulegen. Verwandte Versuche mit verwandten Ergebnissen, aber mit ganz anderen Hülfsmitteln, sind schon von Hrn. O. J. Lodge[2]) angestellt worden, hauptsächlich im Interesse der Theorie der Blitzableiter. Bis zu welchem Punkt die Folgerungen zutreffend sind, welche von Hrn. Lodge in dieser Richtung aus seinen Versuchen gezogen wurden, dürfte in erster Reihe von der Geschwindigkeit abhängen, mit welcher im Blitze thatsächlich die Aenderungen der elektrischen Zustände erfolgen.

Die Apparate und Methoden, welche hier erwähnt werden, sind dieselben, welche ich in den früheren Arbeiten ausführlich

---

[1]) [Siehe Anmerkung 24 am Schluss des Buches].

[2]) O. J. Lodge, Journ. of the Soc. of Arts. May 1888; Phil. Mag. 26. p. 217. 1888.

beschrieben habe. Die benutzten Wellen waren solche, welche in Drähten einen Abstand der Knoten von nahezu 3 m hatten.

1. Wirkt ein primärer Leiter durch den Luftraum hindurch auf einen secundären Leiter, so wird man nicht zweifeln, dass die Wirkung in den letzteren von aussen her eindringt. Denn es kann als feststehend angesehen werden, dass die Wirkung sich im Luftraume von Punkt zu Punkt fortpflanzt, dieselbe wird also zuerst die äusseren Grenzen des Leiters treffen müssen, ehe sie auf das Innere zu wirken vermag. Nun erweist sich aber eine geschlossene Metallhülle als völlig undurchlässig für die Wirkung. Stellen wir den secundären Leiter in so günstiger Stellung neben dem Leiter auf, dass wir Funken von 5—6 mm Länge erhalten, und umgeben ihn nun mit einem geschlossenen Kasten aus Zinkblech, so lassen sich nicht mehr die geringsten Funken wahrnehmen. Ebenso verschwinden die Funken, wenn wir den primären Leiter vollständig mit einem metallischen Kasten umgeben. Bei relativ langsamen Stromschwankungen wird bekanntlich die Integralkraft der Induction durch eine metallische Schutzhülle überhaupt nicht beeinträchtigt. Hierin liegt für den ersten Anblick ein Widerspruch mit den gegenwärtigen Erfahrungen. Doch ist derselbe nur ein scheinbarer und löst sich durch Betrachtung der zeitlichen Verhältnisse. In ähnlicher Weise schützt eine die Wärme schlecht leitende Hülle ihr Inneres vollständig gegen schnelle Schwankungen der äusseren Temperatur, weniger gegen langsame Schwankungen, und gar nicht gegen eine dauernde Erhöhung oder Erniedrigung derselben. Je dünner die Hülle, je schnelleren Schwankungen gestattet sie eine Einwirkung auf das Innere. Auch in unserem Falle muss offenbar die elektrische Wirkung in das Innere eindringen, wenn wir nur die Stärke des Metalles hinreichend verringern. Doch gelang es mir nicht, auf einfache Weise die erforderliche Dünne zu erreichen; ein mit Stanniol überzogener Kasten schützte noch vollständig, und ebenso ein Kasten aus Goldpapier, wenn nur Sorge getragen war, dass die Ränder der einzelnen Papiere sich wirklich leitend berührten. Hierbei war die Dicke des leitenden Metalls kaum auf $^1/_{20}$ mm zu schätzen. Ich zog nun die schützende Hülle so eng wie möglich um den secundären Leiter zusammen. Zu dem Ende wurde seine Funkenstrecke auf etwa 20 mm erweitert und, um

gleichwohl elektrische Bewegungen in ihm wahrnehmen zu können, eine Hülfsfunkenstrecke gerade gegenüber der gewöhnlich benutzten angebracht. Die Funken in dieser waren dann zwar nicht so lang wie in der eigentlichen Funkenstrecke, da nun die Wirkung der Resonanz wegfiel, sie waren aber immer noch recht lebhaft. Nach dieser Vorbereitung wurde der Leiter vollständig umgeben mit einer möglichst dünnen röhrenförmigen leitenden Hülle, welche ihn nicht berührte, ihm aber so nahe als möglich war, und in der Nähe der Hülfsfunkenstrecke, um dieselbe benutzen zu können, durch ein Drahtnetz gebildet wurde. Zwischen den Polen dieser Hülle traten ebenso lebhafte Funken auf, wie vorher in dem secundären Leiter selbst, in dem eingeschlossenen Leiter aber liess sich nicht die geringste elektrische Bewegung erkennen. Es schadet dem Erfolge auch nicht, wenn die Hülle den Leiter in einzelnen Punkten berührt; die Isolirung beider voneinander ist nicht nöthig, um den Versuch gelingen zu lassen, sondern um ihm seine Beweiskraft zu geben. Offenbar können wir in der Vorstellung die Hülle noch enger um den Leiter zusammenziehen, als es in der Ausführung möglich ist, ja wir können sie mit der äussersten Schicht desselben zusammenfallen lassen. Obgleich also die elektrischen Erregungen an der Oberfläche unseres Leiters so kräftig sind, dass sie Funken von 5—6 mm ergeben, herrscht doch schon etwa $^1/_{20}$ mm unterhalb der Oberfläche so vollkommene Ruhe, dass es nicht möglich ist, die kleinsten Funken zu erhalten. Es wird uns so die Vermuthung nahe gelegt, dass das, was wir inducirte Strömung in dem secundären Leiter nennen, ein Vorgang sei, welcher sich im wesentlichen in seiner Umgebung abspielt, sein Inneres aber kaum in Mitleidenschaft zieht.

2. Man könnte zugeben, dass sich dieses also verhalte, wenn die elektrische Erregung durch den nichtleitenden Raum zugeführt werde, aber behaupten, dass es eine andere Sache sei, wenn sich dieselbe, wie man zu sagen pflegt, in einem Leiter fortgepflanzt habe. Stellen wir neben die eine Endplatte unseres primären Leiters eine leitende Platte, und befestigen wir an dieselbe einen langen geraden Draht; wir haben in den früheren Versuchen bereits gesehen, wie sich mit Hülfe dieses Drahtes die Wirkung der primären Schwingung auf grosse Entfernungen fortleiten lässt. Die gewöhnliche Anschauung ist, dass dabei

eine Welle im Drahte fortschreite. Wir wollen aber zu zeigen versuchen, dass sich alle Aenderungen auf den äusseren Raum und die Oberfläche beschränken, und dass das Innere des Drahtes von der vorübergehenden Welle nichts weiss. Ich stellte zuerst Versuche in der folgenden Weise an. Aus der Drahtleitung wurde ein Stück von 4 m Länge entfernt und ersetzt durch zwei Streifen von Zinkblech von 4 m Länge und 10 cm Breite, welche flach aufeinander gelegt, und deren sich berührende Enden fest miteinander verbunden wurden. Zwischen die Streifen längs der Mittellinie derselben und also von ihrem Metall fast völlig umgeben, wurde auf die ganze Länge von 4 m ein mit Guttapercha überzogener Kupferdraht gelegt. Es war für die Versuche gleichgültig, ob die äusseren Enden dieses Drahtes mit den Streifen leitend verbunden oder von diesen isolirt waren, doch waren meistens die Enden mit den Zinkstreifen verlöthet. Der Kupferdraht war in der Mitte durchschnitten, und seine Enden führten, umeinander gewunden, aus dem Zwischenraum der Streifen heraus zu einer feinen Funkenstrecke, welche erkennen lassen sollte, ob in dem Draht eine elektrische Bewegung stattfinde. Wurden durch die ganze Vorrichtung möglichst kräftige Wellen geleitet, so war gleichwohl in der Funkenstrecke nicht die geringste Wirkung wahrzunehmen. Wurde darauf aber der Kupferdraht an irgend einer Stelle auf eine Strecke von einigen Decimetern so weit hervorgezerrt, dass er nur ein wenig aus dem Zwischenraum der Streifen heraussah, so traten sofort Funken auf. Je weiter und auf eine je längere Strecke hin der Kupferdraht über den Rand der Zinkstreifen hin vorsprang, desto lebhafter waren die Funken. Es trugen also nicht die ungünstigen Widerstandsverhältnisse die Schuld, dass wir vorher keine Funken hatten, denn diese Verhältnisse haben sich nicht geändert, sondern es war vorher der Draht im Inneren der leitenden Masse dem von aussen kommenden Einflusse entzogen. Auch haben wir nur nöthig, den vorspringenden Theil des Drahtes mit ein wenig Stanniol zu umhüllen, welches mit den Zinkstreifen in leitender Verbindung steht, um die Funken sofort wieder aufzuheben. Wir haben dadurch den Kupferdraht in das Innere des Leiters zurückgebracht. Führen wir um das aus dem Zwischenraum hervorstehende Stück des Guttaperchadrahtes einen anderen Draht in etwas grösserem

Bogen herum, so werden die Funken ebenfalls vermindert, der zweite Draht fängt dem ersteren gewissermassen die Einwirkung von aussen ab. Ja, man kann sagen, dass in ähnlicher Weise der Rand des Zinkstreifens selber der Mitte des Streifens die Induction abfängt. Denn entfernen wir jetzt den einen der beiden Zinkstreifen und lassen den Guttaperchadraht einfach auf dem anderen aufliegen, so nehmen wir zwar stets Funken in dem Drahte wahr, dieselben sind aber äusserst schwach in der Mitte des Streifens, viel kräftiger in der Nachbarschaft des Randes. Wie bei der Vertheilung durch elektrostatische Influenz die Elektricität sich vorzugsweise an dem scharfen Rande des Streifens anhäufen würde, so scheint sich hier die Strömung vorzugsweise längs des Randes zu bewegen. Hier wie dort kann man sagen, dass die äusseren Theile die inneren vor dem von aussen kommenden Einfluss schützen.

Etwas reinlichere Versuche mit gleicher Beweiskraft sind die folgenden. Ich schaltete in die wellenführende Leitung einen sehr dicken Kupferdraht von 1,5 m Länge ein, dessen Enden zwei kreisförmige metallene Scheiben von 15 cm Durchmesser trugen. Der Draht ging durch die Mittelpunkte der Scheiben, die Ebene der Scheiben stand senkrecht auf dem Drahte, jede der Scheiben trug an ihrem Rande 24 Löcher in gleichen Abständen. In den Draht wurde eine Funkenstrecke eingeschaltet. Wenn die Wellen den Draht durchliefen, erregten sie Funken bis zu 6 mm Länge. Nun wurde zwischen zwei correspondirenden Löchern der Scheiben ein dünner Kupferdraht ausgespannt. Dadurch sank die Länge der Funken auf 3,2 mm. Es änderte übrigens nichts, wenn statt des dünnen Drahtes ein dicker, oder wenn statt des einen Drahtes ihrer vierundzwanzig genommen wurden, sobald dieselben unmittelbar nebeneinander durch dieselben beiden Löcher gezogen wurden. Anders aber war es, wenn die Drähte auf den Rand der Scheiben vertheilt wurden. Wurde dem ersten Draht gegenüber ein zweiter zugefügt, so sank die Funkenlänge auf 1,2 mm. Wurden zwei weitere Drähte in den mittleren Lagen hinzugethan, so ging die Funkenlänge auf 0,5 mm zurück; die Einschaltung weiterer vier Drähte in die Mittellagen liess kaum Funken von 0,1 mm bestehen; nach Einschaltung aller 24 Drähte in gleichen Abständen waren durchaus keine Funken mehr im Innern wahr-

zunehmen. Der Widerstand des inneren Drahtes war gleichwohl viel kleiner, als der aller äusseren Drähte zusammen genommen, auch haben wir noch besonders gezeigt, dass es auf diesen Widerstand nicht ankommt. Stellen wir neben der entstandenen Drahtröhre als Nebenschluss eine Leitung her, welche der im Inneren der Röhre befindlichen Leitung vollkommen gleich ist, so haben wir in ersterer lebhafte Funken, in letzterer durchaus keine. Erstere ist ungeschützt, letztere geschützt durch das Drahtrohr. Wir haben hier ein elektrodynamisches Analogon zu dem elektrostatischen Versuch, welcher unter dem Namen des elektrischen Vogelbauers bekannt ist. Ich änderte nunmehr den Versuch in der Weise ab, welche durch die Fig. 33 erläutert wird. Die beiden Scheiben wurden so nahe zusammengerückt, dass sie mit den zwischen ihnen gespannten Drähten einen zur

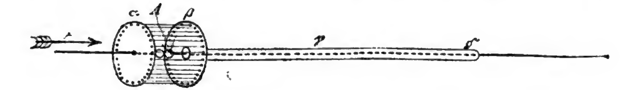


Fig. 33.

Aufnahme des Funkenmikrometers eben noch genügenden Drahtkäfig A bildeten. Die eine Scheibe α blieb mit dem Mitteldrahte leitend verbunden, die andere β wurde durch einen ringförmigen Einschnitt von ihm isolirt und dafür mit einem leitenden Rohre γ verbunden, welches, von dem Mitteldraht isolirt, denselben auf eine Strecke von 1,5 m hin vollständig umgab. Das freie Ende des Rohres δ wurde dann mit dem Mitteldrahte leitend verbunden. Es befindet sich nunmehr wieder der Draht mit seiner Funkenstrecke in metallisch geschütztem Raume, und es erscheint nach dem vorigen nur selbstverständlich, dass sich in dem Drahte nicht die geringste elektrische Bewegung zu erkennen giebt, man mag nun die Wellen in dem einen oder in dem anderen Sinne durch die Vorrichtung leiten. Insofern also bietet diese Anordnung nichts Neues, sie hat aber vor der vorigen den Vorzug, dass wir das schützende Metallrohr γ durch Röhren von immer geringerer Wandstärke ersetzen können, um zu untersuchen, welche Wandstärke noch genügt, den Einfluss von aussen abzuhalten. Sehr dünne Messingröhren, Röhren von Stanniol und Röhren von unechtem Schaumgold

erwiesen sich noch als vollkommen schützend. Nun nahm ich Glasröhren, welche auf chemischem Wege versilbert worden waren, und da war es allerdings leicht, Röhren von solcher Dünne herzustellen, dass trotz ihres Schutzes lebhafte Funken im Mitteldraht auftraten. Aber es zeigten sich Funken doch nur dann, wenn die Silberschicht schon nicht mehr völlig undurchlässig für Licht und sicherlich dünner als $^1/_{100}$ mm war. Nicht in der Wirklichkeit, aber in der Vorstellung, können wir die Schutzhülle sich mehr und mehr um den Draht zusammenziehen und schliesslich mit seiner Oberfläche zusammenfallen lassen; wir dürfen wohl sicher sein, dass sich hierbei nichts Wesentliches mehr ändern wird. Wenn also die wirklichen Wellen auch noch so lebhaft um den Draht spielen, so ist doch sein Inneres völlig in Ruhe, und die Wirkung der Wellen dringt kaum viel tiefer in das Innere des Drahtes ein, als das Licht, welches von seiner Oberfläche reflectirt wird. Den eigentlichen Sitz dieser Wellen werden wir also auch nicht im Drahte suchen dürfen, sondern eher vermuthen, dass er in seiner Umgebung sich befindet, und statt zu sagen, dass unsere Wellen sich im Drahte fortpflanzen, werden wir besser sagen, dass dieselben an dem Drahte entlang gleiten.

Statt in die Drahtleitung, in welcher wir indirect Wellen erregten, können wir die zuletzt beschriebene Vorrichtung auch in den einen Zweig unseres primären Leiters selbst einschalten. In solchen Versuchen erhielt ich die gleichen Resultate wie in den bisherigen. Auch unsere primäre Schwingung erfolgt also, ohne den Leiter, um welchen sie spielt, anders als in seiner äussersten Oberflächenschicht zu betheiligen,[1]) auch ihren Sitz werden wir nicht im Innnern des Leiters suchen dürfen.

An unsere letzten Erfahrungen über die Drahtwellen wollen wir noch eine Bemerkung knüpfen, welche die Ausführung der Versuche betrifft. Wenn unsere Wellen ihren Sitz in der Umgebung des Drahtes haben, so wird die an einem einzelnen Draht entlang gleitende Welle sich nicht allein durch die Luft, sondern,

[1]) Die Berechnung der Selbstinduction derartiger Leiter unter der Annahme gleichförmiger Stromdichte im Innern muss also zu ganz unzuverlässigen Resultaten führen. Es ist zu verwundern, dass die unter so fehlerhaften Voraussetzungen gewonnenen Resultate doch annähernd mit der Wirklichkeit übereinzustimmen scheinen.

da ihre Wirkung sich auf grosse Entfernung hin erstreckt, zum Theil auch in den benachbarten Wänden, dem Fussboden u. s. w. fortpflanzen und so zu einer verwickelten Erscheinung werden. Stellen wir aber gegenüber den beiden Polen unseres primären Leiters in genau gleicher Weise zwei Hülfsplatten auf, verbinden mit jeder derselben einen Draht und führen beide Drähte gerade und parallel miteinander auf gleiche Entfernung fort, so macht sich die Wirkung der Wellen nur in der Nähe des Zwischenraums beider Drähte geltend. Die Welle eilt also auch lediglich in dem Zwischenraume der Drähte fort. Wir können also Sorge tragen, dass die Fortpflanzung lediglich durch die Luft oder einen anderen Isolator erfolge, und die Versuche werden bei dieser Anordnung bequemer und reiner. Uebrigens ergeben sich dabei nahezu dieselben Wellenlängen, wie in einzelnen Drähten, sodass auch bei solchen die Wirkung der Störungen nicht erheblich zu sein scheint.

3. Aus dem bisher Vorgetragenen dürfen wir schliessen, dass schnelle elektrische Schwingungen völlig unfähig sind, Metallschichten von einiger Dicke zu durchdringen, und dass es daher auf keine Weise möglich ist, mit Hülfe solcher Schwingungen im Inneren geschlossener metallischer Hüllen Funken zu erregen. Sehen wir also durch solche Schwingungen Funken erzeugt im Inneren von Metallhüllen, welche beinahe aber nicht vollständig geschlossen sind, so werden wir schliessen müssen, dass die elektrische Erregung eingedrungen sei durch die vorhandenen Oeffnungen. Diese Auffassung ist auch richtig, aber sie widerspricht in einzelnen Fällen der üblichen Anschauung so vollkommen, dass man sich erst durch besondere Versuche bewegen lässt, die übliche Anschauung zu Gunsten der neuen zu verlassen. Wir wollen einen hervorragenden Fall dieser Art herausgreifen, und indem wir für diesen die Richtigkeit unserer Anschauung zur Gewissheit erheben, dieselbe auch für alle übrigen Fälle wahrscheinlich machen. Wir nehmen wieder die Vorrichtung, welche wir im vorigen Abschnitte beschrieben und in Fig. 33 abgebildet haben, nur unterlassen wir es jetzt, bei δ die schützende Röhre mit dem Mitteldraht in Verbindung zu setzen. Nun leiten wir den Wellenzug in der Richtung von A gegen δ durch die Vorrichtung. Wir erhalten jetzt lebhafte Funken aus A, dieselben sind von ähnlicher Stärke, als hätten wir die Funkenstrecke ohne allen Schutz in die Drahtleitung einge-

schaltet. Die Funken werden auch nicht wesentlich kleiner, wenn wir das Rohr γ, ohne sonst etwas zu ändern, bedeutend, etwa auf 4 m verlängern. Nach der üblichen Auffassung wird man sagen: die bei A ankommende elektrische Welle durchsetze mit Leichtigkeit die dünne und gut leitende Metallscheibe a, überspringe dann die Funkenstrecke bei A und pflanze sich in dem mittleren Draht fort. Nach unserer Auffassung müssen wir dagegen den Vorgang in folgender Weise schildern. Die bei A ankommende Welle ist durchaus unvermögend, die Metallscheibe zu durchdringen, sie gleitet also an derselben auf die Aussenseite der Vorrichtung über und pflanzt sich längs derselben fort bis zu dem 4 m entfernten Punkte δ. Hier theilt sie sich; ein Theil, welcher uns jetzt nichts angeht, pflanzt sich sogleich an dem geraden Drahte fort, ein anderer aber biegt in das Innere der Röhre ein und läuft hier in dem Luftraume zwischen Röhre und Mitteldraht die 4 m zurück bis zu der Funkenstrecke in A, wo er nunmehr den Funken erregt. Dass unsere Auffassung, obwohl verwickelter, dennoch die richtige ist, beweisen wir durch die folgenden Versuche. Erstens verschwindet jede Spur der Funken in A, sobald wir die Oeffnung bei δ, sei es auch nur durch eine Kapsel von Stanniol, verschliessen. Unsere Wellen haben nur eine Wellenlänge von 3 m; ehe ihre Wirkung bis zum Punkte δ gekommen ist, ist sie bei A schon auf Null zurückgegangen und hat das Zeichen gewechselt. Welchen Einfluss könnte also der entfernte Verschluss bei δ auf den Funken in A hervorbringen, wenn letzterer wirklich sogleich beim Vorübergang der Welle aus der Metallwand hervorbräche? Zweitens verschwinden die Funken, wenn wir den Mitteldraht noch innerhalb des Rohres γ oder in der Oeffnung δ selbst endigen lassen, treten aber auf, wenn wir das Ende des Drahtes auch nur um 20—30 cm aus der Oeffnung hervorragen lassen. Welchen Einfluss könnte diese unbedeutende Verlängerung des Drahtes auf die Funken in A haben, wenn nicht das hervorragende Ende des Drahtes eben das Mittel wäre, durch welches ein Theil der Welle aufgefangen und durch die Oeffnung δ in das Innere eingeführt wird? Wir schalten drittens zwischen A und δ in den Mitteldraht eine zweite Funkenstrecke B ein, welche wir ganz ebenso mit einem Drahtnetz umgeben, wie A. Machen wir den Polabstand in B so gross,

dass keine Funken mehr übergehen können, so ist es auch nicht mehr möglich, in *A* merkliche Funken zu erhalten. Verhindern wir aber in gleicher Weise den Uebergang der Funken in *A*, so hat dies kaum einen Einfluss auf die Funken in *B*. Es ist also der Uebergang in *B* Vorbedingung für den in *A*, nicht aber der Uebergang in *A* Vorbedingung für den in *B*. Die Richtung der Fortpflanzung im Inneren ist also von *B* nach *A*, nicht von *A* nach *B*.

Wir können indessen weitere Beweise beibringen, welche überzeugender sind. Wir wollen verhindern, dass die von δ gegen *A* zurückeilende Welle ihre Energie in der Funkenbildung erschöpfe, indem wir die Funkenstrecke entweder verschwindend klein oder sehr gross machen. In diesem Falle wird die Welle in *A* reflectirt werden und nun wiederum von *A* gegen δ hin fortschreiten. Dabei muss sie aber mit den ankommenden Wellen sich zu stehenden Schwingungen zusammensetzen und Knoten und Bäuche bilden. Gelingt es uns, dieselben nachzuweisen, so werden wir nicht mehr an der Richtigkeit unserer Auffassung zweifeln. Zu diesem Nachweise müssen wir allerdings unserem Apparate etwas andere Dimensionen geben, um elektrische Resonatoren in sein Inneres einführen zu können. Ich leitete also den Mitteldraht durch die Axe einer cylindrischen Röhre von 5 m Länge und 30 cm Durchmesser. Dieselbe war nicht aus massivem Metall gefertigt, sondern aus 24 Kupferdrähten hergestellt, welche parallel miteinander längs der Mantelfläche über sieben in gleichen Abständen aufgestellte Kreisringe von starkem Draht ausgespannt waren, wie es Fig. 34 vorstellt. Den zu benutzenden Resonator bildete ich in folgender Weise:



Fig. 34.

Aus Kupferdraht von 1 mm Stärke wurde eine dichte Spirale von 1 cm Durchmesser gerollt, von dieser wurden etwa 125 Windungen genommen, etwas gereckt und zu einem Kreise von 12 cm Durchmesser gebogen; zwischen die freien Enden wurde eine verstellbare Funkenstrecke eingeschaltet. Besondere Versuche hatten ergeben, dass dieser Kreis mit den 3 m langen

Drahtwellen in Resonanz war, und doch war er hinreichend klein von Umfang, um zwischen den Mitteldraht und den Mantel der Röhre eingeführt zu werden. Waren zunächst beide Enden der Röhre offen, und wurde dann der Resonator so in den Zwischenraum gehalten, dass seine Ebene den Mitteldraht aufnahm, und dass seine Funkenstrecke nicht gerade nach innen oder nach aussen gerichtet, sondern dem einen oder dem anderen Ende der Röhre zugewandt war, so waren in ihm lebhafte Funken von $^1/_2$—1 mm Länge vorhanden. Wurden nun beide Enden der Röhre durch vier kreuzweise gespannte, mit der Mittelleitung verbundene Drähte verschlossen, so waren im Innern nicht die kleinsten Funken mehr aufzufinden, ein Beweis, dass das Netzwerk der Röhre für unsere Versuche hinreichend dicht ist. Nunmehr wurde der Verschluss auf der Seite β der Röhre, auf derjenigen nämlich, welche dem Ursprung der Wellen abgekehrt war, entfernt. Unmittelbar neben dem noch vorhandenen Verschluss, also an der Stelle α, welche der Funkenstrecke A unserer früheren Versuche entspricht, waren auch jetzt keine Funken im Resonator wahrzunehmen. Entfernte man sich aber von dieser Stelle gegen β hin, so traten Funken auf, wurden sehr lebhaft in 1,5 m Entfernung von α, nahmen dann wieder ab, erloschen fast völlig in 3 m Entfernung, um dann bis ans Ende der Röhre wieder zu wachsen. Wir finden unsere Vermuthung also bestätigt. Dass wir am geschlossenen Ende einen Knoten finden, ist gerechtfertigt, denn an der metallischen Verbindung zwischen Mitteldraht und Mantel muss die elektrische Kraft zwischen beiden nothwendig Null sein. Anders ist es, wenn wir an dieser Stelle unmittelbar neben dem Verschluss die Mittelleitung zerschneiden und eine Lücke von einigen Centimetern einschalten. In diesem Falle wird die Welle mit entgegengesetzter Phase wie vorher reflectirt, und wir haben bei α einen Bauch zu erwarten. In der That finden wir nun hier lebhafte Funken im Resonator; dieselben werden aber schnell kleiner, wenn wir uns gegen β hin von α entfernen, verschwinden fast gänzlich in 1,5 m Abstand, werden wieder lebhaft in 3 m Abstand und lassen wiederum in 4,5 m Abstand, also 0,5 m von dem offenen Ende der Röhre einen zweiten Knoten deutlich erkennen. Die Bäuche und Knoten, welche wir beschrieben haben, liegen in festen Abständen vom geschlossenen Ende und verschieben sich mit diesem, sind übrigens

aber gänzlich unabhängig von den Vorgängen ausserhalb des Rohres, z. B. von den hier etwa hervorgerufenen Knoten und Bäuchen. Die Erscheinungen treten auch genau in gleicher Weise auf, wenn wir die Welle in der Richtung vom offenen zum geschlossenen Ende das System durchlaufen lassen; ihr Interesse ist alsdann nur deshalb ein geringeres, weil die Art der Ausbreitung der Welle in diesem Fall weniger von der üblichen Vorstellung abweicht, als in dem Falle, welchen wir näher ins Auge gefasst haben. Lässt man beide Enden des Rohres offen, den Mitteldraht unzertheilt und erzeugt nun in dem ganzen System stehende Wellen mit Knoten und Bäuchen, so findet man stets zu jedem Knoten ausserhalb des Rohres einen correspondirenden Knoten im Innern, ein Beweis, dass die Fortpflanzung innerhalb und ausserhalb wenigstens nahezu mit gleicher Geschwindigkeit erfolgt.

Ueberblickt man die Versuche, welche wir beschrieben, und die Deutung, welche wir denselben gegeben haben, ferner die Auseinandersetzungen der in der Einleitung genannten Forscher, so muss besonders ein Unterschied der hier vertretenen Auffassung gegen die übliche Anschauung auffallen. In der letzteren erscheinen die Leiter als diejenigen Körper, welche einzig die Fortführung der elektrischen Erregung vermitteln; die Nichtleiter als die Körper, welche sich dieser Fortführung entgegenstellen. Nach unserer Auffassung hingegen scheint alle Fortpflanzung der elektrischen Erregung durch die Nichtleiter zu geschehen, die Leiter setzen dieser Fortpflanzung einen für schnelle Aenderungen unüberwindlichen Widerstand entgegen. Fast könnte man also geneigt sein, der Behauptung zuzustimmen, dass Leiter und Nichtleiter nach dieser Auffassung ihre Namen vertauschen müssten. Indessen kommt ein solches Paradoxon doch nur dadurch zu Stande, dass man die Angabe dessen unterschlägt, von dessen Leitung oder Nichtleitung man redet. Unzweifelhaft sind die Metalle Nichtleiter für die elektrische Kraft, eben dadurch zwingen sie dieselbe unter gewissen Verhältnissen, sich nicht zu zerstreuen, sondern zusammenzubleiben, und werden so Leiter des scheinbaren Ursprungs dieser Kräfte, der Elektricität, auf welche sich die übliche Terminologie bezieht.

---

11. Ueber Strahlen elektrischer Kraft.

(Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. v. 13. Dez. 1888. Wiedemanns Ann. **36**, p. 769.)

Unmittelbar nachdem es mir geglückt war zu erweisen, dass sich die Wirkung einer elektrischen Schwingung als Welle in den Raum ausbreitet, habe ich Versuche angestellt, diese Wirkung dadurch zusammenzuhalten und auf grössere Entfernungen bemerkbar zu machen, dass ich den erregenden Leiter in die Brennlinie eines grösseren parabolischen Hohlspiegels aufstellte. Diese Versuche führten nicht zum Ziel, und ich konnte mir auch klar machen, dass der Misserfolg nothwendig bedingt war durch das Missverhältniss, welches zwischen der Länge der benutzten Wellen, 4—5 m, und den Dimensionen bestand, welche ich dem Hohlspiegel im besten Falle zu geben im Stande war. Neuerdings habe ich nun bemerkt, dass sich die von mir beschriebenen Versuche noch ganz wohl mit Schwingungen anstellen lassen, welche mehr als zehnmal schneller, und mit Wellen, welche mehr als zehnmal kürzer sind, als die zuerst aufgefundenen. Ich bin deshalb auf die Benutzung von Hohlspiegeln zurückgekommen und habe nunmehr besseren Erfolg gehabt, als ich zu hoffen wagte. Es gelang mir, deutliche Strahlen elektrischer Kraft zu erzeugen und mit denselben die elementaren Versuche anzustellen, welche man mit dem Lichte und der strahlenden Wärme auszuführen gewohnt ist. Ueber diese Versuche soll in Folgendem berichtet werden.

Die Apparate.

Die Methode, nach welcher kurze Wellen erregt werden, ist die gleiche, nach welcher wir auch längere erregten. Der

benutzte primäre Leiter wird am einfachsten beschrieben in folgender Weise: Man denke sich einen cylindrischen Messingkörper[1]) von 3 cm Durchmesser und 26 cm Länge in der Mitte seiner Länge unterbrochen durch eine Funkenstrecke, deren Pole beiderseits durch Kugelflächen von 2 cm Radius gebildet werden. Die Länge des Leiters wird nahezu der halben Wellenlänge gleich sein, welche der zugehörigen Schwingung in geraden Drähten entspricht; schon hieraus kann man ein angenähertes Urtheil über die Schwingungsdauer gewinnen. Es ist wesentlich, dass die Polflächen der Funkenstrecke häufig neu polirt und während der Versuche vor der Belichtung durch gleichzeitige Seitenentladungen sorgfältig geschützt werden, es versagen sonst die Schwingungen. Der Anblick und der Klang der Funken lässt stets erkennen, ob die Funkenstrecke in genügendem Zustande ist. Die Entladung wird den beiden Hälften des Leiters zugeführt durch zwei dick mit Guttapercha überzogene Drähte, welche nahe der Funkenstrecke zu beiden Seiten derselben münden. Als Inductorium verwandte ich nicht mehr den grossen Ruhmkorff'schen Apparat, sondern mit Vortheil einen kleinen Funkengeber von Keiser und Schmidt, dessen stärkste Leistung Funken von 4,5 cm Länge zwischen Spitzen war. Er wurde durch drei Accumulatoren getrieben und konnte dabei zwischen den Kugelflächen des primären Leiters Funken von 1—2 cm Länge geben. Zu den Versuchen wurde dann die Funkenstrecke auf eine Länge von 3 mm zusammengeschoben.

Der Nachweis der elektrischen Kräfte im Raum geschah auch hier mit Hülfe der feinen Funken, welche dieselben in einem secundären Leiter auftreten lassen. Zum Theil diente wie früher ein in sich selber drehbarer Kreis, welcher mit dem primären Leiter ungefähr gleiche Schwingungsdauer hatte. Derselbe hatte jetzt nur 7,5 cm Durchmesser und war aus einem Kupferdraht von 1 mm Dicke gebildet. Das eine Ende des Drahtes trug eine polirte Messingkugel von einigen Millimetern Durchmesser, das andere Ende war zugespitzt und wurde durch eine von dem Drahte isolirte feine Schraube auf äusserst kleine Abstände von der Messingkugel eingestellt. Es

[1]) Vgl. die Abbildungen, Fig. 35 und 36 und deren Erläuterung am Schlusse der Arbeit.

handelt sich begreiflicherweise stets nur um Fünkchen von einigen Hundertstel Millimetern Länge, und man urtheilt bei einiger Uebung mehr nach der Helligkeit der Funken, als nach ihrer Länge.

Der kreisförmige Leiter giebt nur eine Differenzwirkung und ist ungeeignet, in der Brennlinie eines Hohlspiegels angebracht zu werden, es wurde deshalb hauptsächlich gearbeitet mit einem anderen secundären Leiter von folgender Einrichtung: Zwei gerade Drahtstücke von 50 cm Länge und 5 mm Durchmesser waren in einer und derselben Geraden so angeordnet, dass die einander zugekehrten Endpunkte einen Abstand von 5 cm hatten. Von diesen Endpunkten führten zwei 15 cm lange, 1 mm starke Drähte parallel miteinander und senkrecht zu den erstgenannten Drähten zu einer Funkenstrecke, welche ähnlich eingerichtet war, wie die des kreisförmigen Leiters. In diesem Leiter war auf die Wirkung der hier überhaupt wenig hervortretenden Resonanz verzichtet. Es wäre einfacher gewesen, die Funkenstrecke unmittelbar in der Mitte des geraden Drahtes anzubringen, aber die Funkenstrecke hätte alsdann nicht im Brennpunkt des Hohlspiegels gehandhabt und beobachtet werden können, ohne dass der Beobachter die Oeffnung des Spiegels verdeckt hätte. Aus diesem Grunde war die beschriebene Anordnung einer an sich vortheilhafteren vorgezogen.

Die Erzeugung des Strahles.

Stellt man nun die primäre Schwingung in einem grösseren freien Raume auf, so kann man mit Hülfe des kreisförmigen Leiters in ihrer Nachbarschaft alle diejenigen Erscheinungen in verkleinertem Maassstabe wahrnehmen, welche ich früher in der Nachbarschaft einer grösseren Schwingung beobachtet und beschrieben habe.[1]) Die grösste Entfernung, bis zu welcher sich in den secundären Leitern noch Funken wahrnehmen lassen, beträgt 1,5 m, bei günstigem Zustand der primären Funkenstrecke auch wohl 2 m. Die Wirkung nach einer Seite wird verstärkt, wenn auf der entgegengesetzten Seite der primären Schwingung eine ebene leitende Wand parallel der Schwingung in passendem

[1]) Siehe No. 5. 7. 8.

Abstande aufgestellt wird. Wird allerdings der Abstand sehr klein oder etwas grösser als 30 cm gewählt, so wirkt die Wand schädlich, sie wirkt kräftig fördernd bei 8—15 cm Abstand, schwach fördernd bei 45 cm Abstand und ist einflusslos bei grösseren Abständen. Wir haben diese Erscheinung bereits früher gedeutet und schliessen aus derselben, dass die der primären Schwingung entsprechende Welle in der Luft eine halbe Wellenlänge von etwa 30 cm hat. Eine weitergehende Verstärkung dürfen wir erwarten, wenn wir die ebene Wand ersetzen durch einen Hohlspiegel von der Gestalt eines parabolischen Cylinders, in dessen Brennlinie die Längsaxe der primären Schwingung fällt. Soll der Hohlspiegel die Fernwirkung recht concentriren, so ist es vortheilhaft, seine Brennweite so klein als möglich zu wählen. Soll aber nicht die directe Welle die Wirkung der reflectirten sogleich wieder aufheben, so darf die Brennweite auch nicht viel weniger als ein Viertel Wellenlänge betragen. Ich wählte deshalb als Brennweite $12^1/_2$ cm und stellte den Hohlspiegel her, indem ich ein Zinkblech von 2 m Länge, 2 m Breite und $^1/_2$ mm Dicke über einem Holzgestell von genauer Krümmung in die gewünschte Gestalt bog. Die Höhe des Spiegels ergab sich so zu 2 m, die Breite seiner Oeffnung zu 1,2 m, seine Tiefe zu 0,7 m. Die primäre Schwingung wurde im Mittelpunkt der Brennlinie befestigt. Die Drähte, welche die Entladung zuführten, liess ich den Spiegel durchsetzen; das Inductorium und die Elemente befanden sich demnach hinter dem Spiegel und störten nicht. Untersuchen wir nun wieder die Nachbarschaft der Schwingung mit unseren Leitern, so finden wir hinter dem Spiegel und seitwärts desselben überhaupt keine Wirkung, in der Richtung der optischen Axe des Spiegels aber bleiben die Funken wahrnehmbar bis zu Abständen von 5—6 m. Bis auf weitere Abstände, nämlich bis etwa 9—10 m, können die Funken wahrgenommen werden in der Nähe einer ebenen leitenden Wand, welche wir senkrecht den fortschreitenden Wellen entgegenstellen. Es verstärken nämlich die von der Wand zurückgeworfenen Wellen die ankommenden in gewissen Punkten. In anderen Punkten wiederum schwächen die beiden Wellen einander. Man nimmt vor der ebenen Wand mit dem geradlinigen Leiter sehr deutliche Maxima und Minima und in dem kreisförmigen Leiter die für stehende

Wellen charakteristischen Interferenzerscheinungen wahr, welche ich früher beschrieben habe. Ich war im Stande, vier Knotenpunkte zu unterscheiden, welche in der Wand, in 33, in 65 und in 98 cm Abstand von derselben fielen. Mit grosser Annäherung beträgt also die halbe Wellenlänge der benutzten Wellen 33 cm und ihre Schwingungsdauer 1,1 Tausendmilliontel der Secunde, unter Voraussetzung der Lichtgeschwindigkeit für die Geschwindigkeit der Ausbreitung. In Drähten ergab die Schwingung eine Wellenlänge von 29 cm. Es erscheint also auch bei diesen kurzen Wellen die Geschwindigkeit in Drähten ein Weniges geringer als die Geschwindigkeit im Luftraum, aber das Verhältniss beider Geschwindigkeiten kommt dem theoretischen Werthe Eins äusserst nahe und weicht davon nicht entfernt so stark ab, als unsere Versuche es für längere Wellen wahrscheinlich machten. Diese auffallende Erscheinung bedarf noch der Aufklärung. Da sich die Erscheinungen lediglich in der Nähe der optischen Axe des Spiegels zeigen, so bezeichnen wir das erzeugte Gebilde als einen aus dem Hohlspiegel austretenden elektrischen Strahl.

Ich stellte nun einen zweiten, dem ersten genau gleichen Hohlspiegel her und brachte den geradlinigen secundären Leiter so in demselben an, dass die beiden 50 cm langen Drähte in die Brennlinie fielen, die beiden zur Funkenstrecke führenden Drähte aber auf dem kürzesten Wege die Wandung des Spiegels isolirt durchsetzten. Die Funkenstrecke befand sich alsdann unmittelbar hinter dem Spiegel, und der Beobachter konnte sie einstellen und betrachten, ohne den Lauf der Wellen zu stören. Ich vermuthete, dass, wenn ich mit dieser Vorrichtung den Strahl auffinge, ich denselben noch auf grössere Entfernungen würde wahrnehmen können, und ich fand, dass ich mich nicht getäuscht hatte. In den Räumen, welche mir zu Gebote standen, konnte ich nunmehr die Funken von einem Ende zum anderen wahrnehmen. Die grösste Entfernung, bis zu welcher ich unter Benutzung einer Thüröffnung den Strahl verfolgte, betrug 16 m; nach den Ergebnissen der sogleich zu besprechenden Reflexionsversuche unterliegt es aber keinem Zweifel, dass in offenen Räumen sich mindestens bis zu 20 m müssen Funken erhalten lassen. Für die weiteren Versuche sind so grosse Entfernungen nicht nöthig, und es ist angenehm, wenn der secundäre Funkenstrom nicht allzu schwach ausfällt; eine Entfernung von 6—10 m

ist für die meisten Versuche die vortheilhafteste. Wir wollen jetzt die einfachen Erscheinungen durchgehen, welche sich ohne Schwierigkeit an dem Strahl vorweisen lassen. Wo nicht das Gegentheil ausdrücklich bemerkt ist, werden stets die Brennlinien beider Spiegel als vertical gestellt angenommen.

Geradlinige Ausbreitung.

Stellt man in die gerade Verbindungslinie der Spiegel senkrecht zur Richtung des Strahles einen Schirm von Zinkblech von 2 m Höhe und 1 m Breite, so verlöschen die secundären Funken vollständig. Einen ebenso vollkommenen Schatten giebt ein Schirm von Stanniol oder von Goldpapier. Ein Gehülfe, welcher den Strahl kreuzt, lässt die secundäre Funkenstrecke dunkel werden, sobald er in den Raum des Strahles eintritt, und lässt dieselbe wieder aufleuchten, sobald er den Raum des Strahles verlässt. Isolatoren halten den Strahl nicht auf, durch eine Holzwand oder eine hölzerne Thür geht er hindurch, man sieht nicht ohne Verwunderung im Innern geschlossener Zimmer die Funken auftreten. Stellt man zwei leitende Schirme von 2 m Höhe und 1 m Breite symmetrisch rechts und links neben den Strahl senkrecht zu dessen Richtung auf, so beeinträchtigen dieselben die secundären Funken durchaus nicht, solange die Breite des Spaltes, welchen sie zwischen sich lassen, nicht kleiner wird, als die Oeffnung der Spiegel, nämlich als 1,2 m. Wird der Spalt enger gemacht, so nehmen die Funken ab und verlöschen, wenn die Breite des Spaltes unter 0,5 m sinkt. Wird die Breite des Spaltes auf 1,2 m belassen, aber derselbe seitlich aus der geraden Verbindungslinie der Spiegel verschoben, so erlöschen die Funken ebenfalls. Dreht man die optische Axe des gebenden Spiegels nach rechts oder links um etwa 10° aus der richtigen Lage, so werden die secundären Funken schwach, bei einer Drehung um etwa 15° verlöschen sie.

Eine geometrisch scharfe Grenze hat der Strahl, und haben die Schatten nicht, leicht kann man Erscheinungen hervorrufen, welche einer Beugung entsprechen.[1]) Maxima und Minima am

---

[1]) [Siehe Anmerkung 25 am Schluss des Buches.]

Rande der Schatten zu beobachten, ist mir indessen bisher nicht gelungen.

Polarisation.

Dass unser Strahl durch Transversalschwingungen gebildet wird und geradlinig polarisirt im Sinne der Optik ist, daran haben wir freilich schon nach der Art, in welcher wir ihn erzeugen, keinen Zweifel. Wir können die Thatsache aber auch durch den Versuch erweisen. Drehen wir unseren empfangenden Spiegel um den Strahl als Axe, bis seine Brennlinie und somit auch der secundäre Leiter in die horizontale Lage gelangt, so verschwinden die secundären Funken mehr und mehr, und wir erhalten bei gekreuzter Lage der beiden Brennlinien keine Funken, selbst wenn wir die Spiegel auf geringe Entfernung zusammenrücken. Die beiden Spiegel verhalten sich wie Polarisator und Analysator eines Polarisationsapparates. Ich liess nun einen achteckigen Holzrahmen von 2 m Höhe und 2 m Breite herstellen und denselben mit Kupferdrähten von 1 mm Dicke bespannen, alle Drähte waren einander parallel, und jeder stand von seinen Nachbarn um 3 cm ab. Wurden jetzt die beiden Spiegel mit parallelen Brennlinien aufgestellt und der Drahtschirm senkrecht zum Strahl so in denselben eingeschoben, dass die Richtung der Drähte die Richtung der Brennlinien senkrecht kreuzte, so beeinträchtigte der Schirm die secundären Funken so gut wie gar nicht. Wurde aber der Schirm dem Strahl in solcher Weise entgegengestellt, dass seine Drähte den Brennlinien parallel waren, so fing er den Strahl vollständig ab. In Hinsicht der hindurchgehenden Energie verhält sich also der Schirm gegen unseren Strahl genau wie eine Turmalinplatte gegen einen geradlinig polarisirten optischen Strahl. Es wurde nun wieder die Brennlinie des empfangenden Spiegels horizontal gelegt, Funken traten dann, wie erwähnt, nicht auf. Solche Funken wurden auch durch das Einschieben des Schirmes in den Strahl nicht hervorgerufen, sobald die Drähte desselben horizontal oder vertical gerichtet waren. Wurde aber der Holzrahmen so aufgestellt, dass die Drähte in einer der beiden möglichen Lagen unter 45° gegen die Horizontale geneigt waren, so wurde durch Einschiebung des Schirmes die secundäre Funkenstrecke sogleich erhellt. Offenbar zerlegt der Schirm die an-

kommende Schwingung in zwei Componenten und lässt nur diejenige Componente hindurch, welche auf der Richtung seiner Drähte senkrecht steht. Diese Componente ist unter 45° gegen die Brennlinie des zweiten Spiegels geneigt und vermag, nochmals durch den Spiegel zerlegt, auf den secundären Leiter zu wirken. Die Erscheinung ist vollkommen gleichartig der Aufhellung des dunkelen Feldes zweier gekreuzten Nicols durch eine in passender Lage eingeschobene Turmalinplatte.

Es sei in Hinsicht der Polarisation noch die folgende Bemerkung gestattet: Mit den in der gegenwärtigen Untersuchung benutzten Mitteln vermögen wir nur die elektrische Kraft wahrzunehmen. Die Schwingungen derselben erfolgen bei verticaler Stellung der primären Schwingung unzweifelhaft in der durch den Strahl gelegten Verticalebene und fehlen in der Horizontalebene. Nach den Erfahrungen, welche wir an langsam veränderlichen Strömen machen, können wir aber nicht zweifeln, dass die elektrischen Schwingungen begleitet sind von Schwingungen magnetischer Kraft, welche in der durch den Strahl gelegten Horizontalebene stattfinden und Null werden in der Verticalebene. Die Polarisation des Strahles besteht also nicht sowohl darin, dass nur in der Verticalebene Schwingungen stattfänden, als vielmehr darin, dass die Schwingungen in der Verticalebene elektrischer, in der Horizontalebene magnetischer Natur sind. Die Frage schlechthin, in welcher von beiden Ebenen in unserem Strahl die Schwingung erfolge, ohne Angabe, ob man nach der elektrischen oder der magnetischen Schwingung frage, lässt eine Antwort nicht zu. Dass in dieser Ueberlegung auch die Resultatlosigkeit einer alten optischen Streitfrage begründet sei, ist wohl zuerst klar von Hrn. Kolaček[1]) ausgesprochen worden.

Reflexion.

Wir haben die Reflexion der Wellen von leitenden Flächen bereits durch die Interferenz der zurückgeworfenen Wellen mit den ankommenden nachgewiesen und auch in der Construction unserer Hohlspiegel bereits angewandt. Jetzt ist es uns aber

---

[1]) F. Kolaček, Wied. Ann. 34. p. 676. 1888.

auch möglich, die beiden Wellensysteme voneinander zu trennen. Ich stellte zunächst in einem grösseren Raume die beiden Hohlspiegel so nebeneinander, dass ihre Oeffnungen nach derselben Seite blickten, und dass ihre Axen auf einen etwa 3 m vor ihnen liegenden Punkt convergirten. Die Funkenstrecke des empfangenden Spiegels blieb selbstredend dunkel. Nunmehr stellte ich eine ebene verticale Wand aus dünnem Zinkblech von 2 m Höhe und 2 m Breite im Kreuzungspunkt der Axen so auf, dass sie senkrecht auf der Mittellinie der Axen stand. Ich erhielt einen lebhaften Funkenstrom, herrührend von dem von der Wand reflectirten Strahle. Der Funkenstrom erlosch, sobald die Wand um eine verticale Axe um etwa 15° nach der einen oder anderen Seite aus der richtigen Lage herausgedreht wurde, die Reflexion ist also eine regelmässige, nicht eine diffuse. Wurde die Wand von den Spiegeln entfernt, indem die Axen der letzteren auf die Wand convergent gehalten wurden, so nahmen die Funken sehr langsam ab. Ich vermochte noch Funken wahrzunehmen, als die Wand 10 m von den Spiegeln abstand, die Wellen also einen Weg von 20 m zu durchlaufen hatten. Diese Anordnung dürfte mit Vortheil verwandt werden, wenn es gilt, die Ausbreitungsgeschwindigkeit durch die Luft mit anderen langsameren Fortpflanzungsgeschwindigkeiten, z. B. solchen durch Kabel, zu vergleichen.

Um eine Reflexion des Strahles unter einem von Null verschiedenen Einfallswinkel herzustellen, führte ich den Strahl in einem Saale parallel einer Seitenwand, welche durch eine Flügelthür durchbrochen war. In dem benachbarten Zimmer, zu welchem die Thür führte, stellte ich den empfangenden Hohlspiegel so auf, dass seine optische Axe die Mitte der Thür durchsetzte und senkrecht die Richtung des Strahles kreuzte. Wurde nun im Kreuzungspunkte die ebene leitende Wand vertical so aufgestellt, dass sie sowohl mit dem Strahl, als mit der Axe des empfangenden Spiegels einen Winkel von 45° bildete, so trat im secundären Leiter ein Funkenstrom auf, welcher auch durch das Schliessen der Thüre nicht unterbrochen wurde. Drehte ich die spiegelnde Wand um etwa 10° aus der richtigen Lage, so erloschen die Funken. Die Reflexion ist also eine regelmässige, und Einfalls- und Reflexionswinkel sind einander gleich. Dass der Weg der Wirkung von der Quelle der Er-

regung zum ebenen Spiegel und von dort zum secundären Leiter führt, konnte auch dadurch erwiesen werden, dass man auf die verschiedenen Punkte dieses Weges schattengebende Schirme stellte. Die secundären Funken erloschen alsdann stets, während eine beliebige Aufstellung der Schirme im übrigen Raume sie nicht schädigte. Mit Hülfe des kreisförmigen secundären Leiters ist es möglich, im Strahl die Lage der Wellenebene zu bestimmen, dieselbe fand sich vor und nach der Reflexion senkrecht zum Strahl, hatte also in der Reflexion eine Schwenkung um 90° ausgeführt.

Bisher standen die Brennlinien der Hohlspiegel vertical, und die Schwingungsebene war also senkrecht auf der Einfallsebene. Um auch eine Reflexion zu erzeugen, bei welcher die Schwingungen in der Einfallsebene erfolgen, legte ich die Brennlinien beider Hohlspiegel horizontal. Ich beobachtete die gleichen Erscheinungen wie in der bisherigen Lage und vermochte auch nicht einen Unterschied in der Intensität des reflectirten Strahles in beiden Fällen wahrzunehmen. Ist hingegen die Brennlinie des einen der Spiegel vertical, die des anderen horizontal, so beobachtet man keine secundären Funken. Die Neigung der Schwingungsebene gegen die Einfallsebene wird also durch die Reflexion nicht geändert, sobald diese Neigung einen der beiden erwähnten bevorzugten Werthe hat; allgemein aber wird diese Behauptung nicht zutreffen. Es darf selbst als fraglich bezeichnet werden, ob der Strahl nach der Reflexion im allgemeinen noch geradlinig polarisirt sei. Die Interferenzen, welche die sich kreuzenden Wellensysteme vor dem Spiegel bilden, und welche, wie ich bemerkte, in dem kreisförmigen Leiter zu charakteristischen Erscheinungen Anlass geben, können vielleicht am ehesten auf die dem Optiker geläufigen Fragen nach Aenderung der Phase und der Amplitude durch die Reflexion Aufschluss geben.

Wir erwähnen noch eines Versuches über die Reflexion von elektrisch anisotropen Flächen. Die beiden Hohlspiegel wurden wieder nebeneinander aufgestellt, wie in dem zuerst beschriebenen Versuch über die Reflexion; ihnen gegenüber aber wurde jetzt als reflectirende Wand der erwähnte Schirm aus parallelen Kupferdrähten aufgestellt. Es zeigte sich, dass die secundäre Funkenstrecke dunkel blieb, wenn die Drähte die Richtung der

Schwingungen senkrecht durchschnitten, sich aber erhellte, sobald die Drähte in die Richtung der Schwingungen fielen. Die Analogie zwischen unserer einseitig leitenden Fläche und der Turmalinplatte beschränkt sich also auf den durchgelassenen Theil des Strahles.[1]) Der nicht hindurchgelassene Theil wird von der Turmalinplatte absorbirt, von unserer Fläche aber reflectirt. Kreuzt man in dem letztbeschriebenen Versuch die Brennlinien der beiden Spiegel, so kann man durch Reflexion an einer isotropen Wand keine Funken im secundären Leiter hervorrufen; ich überzeugte mich aber, dass dies gelingt durch Reflexion an dem anisotropen Drahtgitter, wenn man nämlich dasselbe so aufstellt, dass die Richtung seiner Drähte gegen beide Brennlinien unter 45° geneigt ist. Der Versuch findet nach dem Vorausgegangenen leicht seine Erklärung.

Brechung.

Um zu versuchen, ob eine Brechung des Strahles beim Uebertritt aus Luft in ein anderes isolirendes Medium nachzuweisen wäre, liess ich ein grösseres Prisma aus sogenanntem Hartpech, einer asphaltartigen Masse, herstellen. Die Grundfläche war ein gleichschenkliges Dreieck von 1,2 m Schenkellänge und einem brechenden Winkel von nahezu 30°. Die Höhe des ganzen Prismas, dessen brechende Kante vertical gestellt wurde, betrug 1,5 m. Da das Prisma aber ungefähr 12 Centner wog und als Ganzes zu schwer beweglich gewesen wäre, so war es aus drei übereinander gestellten Theilen von je 0,5 m Höhe zusammengesetzt. Die Masse war in Holzkisten eingegossen, welche, da sie sich nicht als schädlich erwiesen, um die Masse belassen wurden. Das Prisma wurde auf einer Unterlage in solcher Höhe aufgestellt, dass die Mitte seiner brechenden Kante in gleicher Höhe mit der primären und der secundären Funkenstrecke lag. Nachdem ich mich überzeugt, dass eine Brechung stattfinde und eine Schätzung über die Grösse derselben gewonnen hatte, stellte ich die Versuche in folgender Weise an: Der gebende Hohlspiegel wurde in 2,6 m Abstand vom Prisma gegen die eine brechende Fläche gewandt, so aufgestellt, dass die Mittellinie des Strahles möglichst genau auf den Schwer-

[1]) [Siehe Anmerkung 26 am Schluss des Buches.]

punkt des Prismas hinzielte und die brechende Fläche von der Seite der Hinterfläche her unter einem Winkel von 65° traf. Neben die brechende Kante des Prismas und neben die gegenüberliegende Seite wurden zwei leitende Schirme aufgestellt, welche dem Strahl jeden anderen Weg, als den durch das Prisma, abschnitten. Auf der Seite des durchgetretenen Strahles wurde auf den Boden um den Schwerpunkt der Prismenbasis als Mittelpunkt ein Kreis von 2,5 m Radius gezeichnet. In diesem wurde nun der empfangende Spiegel so herumbewegt, dass seine Oeffnung beständig gegen den Mittelpunkt des Kreises gerichtet blieb. Wurde der Spiegel zunächst in der Verlängerung des einfallenden Strahles aufgestellt, so waren in ihm Funken nicht zu erhalten, nach dieser Richtung warf das Prisma einen vollkommenen Schatten. Es traten aber Funken auf, wenn der Spiegel gegen die Hinterfläche des Prismas hin verschoben wurde, und zwar zuerst, wenn die im Kreise gemessene Winkelverschiebung aus der Anfangslage etwa 11° betrug. Der Funkenstrom nahm an Intensität zu bis zu einer Ablenkung von etwa 22°, um dann wieder abzunehmen. Die letzten Funken waren bemerklich bei einer Ablenkung von etwa 34°. Wurde der Spiegel in der Richtung der stärksten Wirkung aufgestellt und nun auf dem Radius des Kreises vom Prisma entfernt, so konnten die Funken auf einen Abstand von 5—6 m verfolgt werden. Ein Gehülfe, welcher sich vor oder hinter das Prisma stellte, liess die Funken unfehlbar verlöschen, ein Beweis, dass die Wirkung thatsächlich durch das Prisma, nicht auf anderem Wege zu dem secundären Leiter gelangte. Die Versuche wurden wiederholt, nachdem, ohne die Stellung des Prismas zu ändern, die Brennlinien beider Spiegel horizontal gelegt worden waren. Eine Abweichung von den bisher beschriebenen Erscheinungen wurde dabei nicht bemerkt. Einem brechenden Winkel von 30° und einer Ablenkung von 22° in der Nähe des Minimums der Ablenkung entspricht der Brechungsexponent 1,69. Der optische Brechungsexponent wird für pechartige Körper zwischen 1,5 und 1,6 angegeben. Die Ungenauigkeit unserer Bestimmung und die Unreinheit des benutzten Stoffes lässt nicht zu, dass man der Grösse oder dem Sinn der Abweichung weitergehende Bedeutung beilege.[1])

---

[1]) [Siehe Anmerkung 27 am Schluss des Buches.]

Wir haben die von uns untersuchten Gebilde als Strahlen elektrischer Kraft eingeführt. Nachträglich dürfen wir dieselben vielleicht auch als Lichtstrahlen von sehr grosser Wellenlänge bezeichnen. Mir wenigstens erschienen die beschriebenen Versuche in hohem Grade geeignet, Zweifel an der Identität von Licht, strahlender Wärme und elektrodynamischer Wellenbewegung zu beseitigen. Ich glaube, dass man nunmehr getrost die Vortheile wird ausnutzen dürfen, welche sich aus der Annahme dieser Identität sowohl für das Gebiet der Optik, als das der Elektricitätslehre ziehen lassen.

Erläuterung der Abbildungen. — Um die Wiederholung und Erweiterung dieser Versuche zu erleichtern, füge ich in Fig. 35, 36_a und 36_b Abbildungen der von mir benutzten Apparate bei, obwohl dieselben ohne Rücksicht auf Dauerhaftigkeit nur für den augenblicklichen Versuch zusammengestellt waren. Fig 35 stellt in Grundriss und Aufriss (Durchschnitt) den gebenden Spiegel dar. Man erkennt, dass das Gerüst desselben aus zwei horizontalen Rahmen von parabolischer Gestalt (a, a) und vier senkrechten Stützen (b, b) besteht, welche mit jenen Rahmen verschraubt sind und dieselben zugleich zusammenhalten und tragen. Das spiegelnde Blech ist zwischen die Rahmen und Stützen eingeklemmt und durch zahlreiche Schrauben gegen beide befestigt. Die Stützen stehen oben und unten über das Blech vor, um bei der Handhabung des Spiegels als Griffe benutzt zu werden. Fig. 36_a stellt die

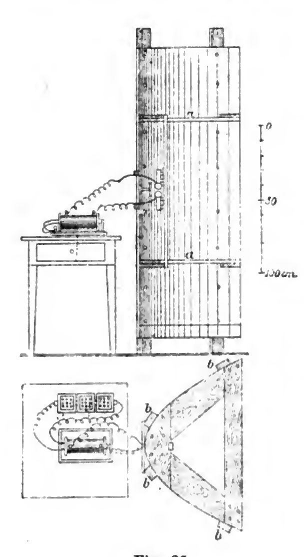


Fig. 35.

Einrichtung des primären Leiters in etwas grösserem Maassstabe dar. Die beiden Metalltheile gleiten mit Reibung in zwei Hülsen von starkem Papier, welche durch zwei Kautschukbänder geschlossen gehalten werden. Ihrerseits sind diese Hülsen durch vier Stützen von Siegellack auf einem Brettchen befestigt, welches wiederum durch Kautschukbänder gegen eine auch in Fig. 35 sichtbare Holzleiste des Gerüstes gepresst wird. Die mit Guttapercha überzogenen Zuleitungsdrähte münden in zwei Löchern, welche in die Kugeln des primären Leiters gebohrt sind. Die Vorrichtung gestattet den

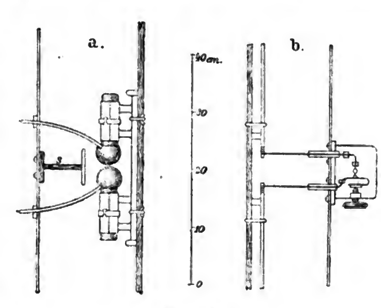


Fig. 36.

Theilen des Leiters die nothwendige Beweglichkeit gegeneinander und kann in wenigen Minuten auseinander genommen und wieder zusammengesetzt werden, was wegen des häufigen Aufpolirens der Polflächen nothwendig ist. Dort, wo die Zuleitungsdrähte den Spiegel durchsetzen, umkleiden sie sich während der Entladungen mit bläulichem Lichte. Um dasselbe von der Funkenstrecke, deren Erregungsfähigkeit es merklich schädigt, fern zu halten, ist der Schirm *s*, bestehend aus glattem Holze, angebracht. Fig. 36_b endlich stellt die secundäre Funkenstrecke dar. Die beiden Theile des secundären Leiters sind wiederum durch Siegellackstützen und Kautschuckbänder an einer Leiste des Gerüstes befestigt. Von den inneren Enden dieser Theile aus sieht man die Zuleitungsdrähte, von Glasröhren umgeben, den Spiegel durchsetzen und sich einander zuwenden. Der obere Draht trägt als Pol eine kleine Kugel von Messing. An den unteren Draht ist ein Stück einer Uhrfeder gelöthet, welches den zweiten Pol, eine feine Spitze von Kupfer, trägt. Es ist absichtlich die Spitze aus weicherem Metall als die Kugel gewählt; ohne diese Vorsicht drückt sich leicht die Spitze in die Kugel ein, und die winzigen Fünkchen entziehen sich in dem entstehenden Grübchen

der Betrachtung. Man erkennt aus der Figur, in welcher Weise die Spitze durch eine Schraube bewegt wird, welche auf die Feder drückt, jedoch durch ein Glasplättchen von derselben isolirt ist. Die eigenthümliche Krümmung der Feder hat den Zweck, die Bewegung der Spitze noch feiner zu machen, als es die Benutzung der Schraube allein gestatten würde.

Ohne Zweifel lassen sich die hier beschriebenen Apparate in weitem Sinne abändern, ohne dass deshalb der Erfolg der Versuche ausbliebe. Auf befreundeten Rath habe ich auch versucht, im secundären Leiter die Funkenstrecke durch einen stromprüfenden Froschschenkel zu ersetzen; es scheint aber dieses unter anderen Verhältnissen so empfindliche Mittel unter den gegenwärtigen zu versagen.[1])

[1]) [Siehe Anmerkung 28 am Schluss des Buches.]

12. Ueber die mechanischen Wirkungen elektrischer Drahtwellen.

(Wiedemanns Ann. 42, p. 407. 1891.)

Die Untersuchung der mechanischen Kräfte, welche ein Leiter im Inneren eines elektrischen Wellenzuges erfährt, erschien mir wünschenswerth aus verschiedenen Gründen. Erstens können diese Kräfte ein Mittel zur quantitativen Untersuchung solcher Wellen abgeben, falls sie sich mit hinreichender Stärke und Regelmässigkeit zur Beobachtung bringen lassen. Bisher hat zu quantitativen Bestimmungen fast nur die Wärmewirkung der Wellen gedient, welche in den Händen der Herren Rubens und Ritter[1]) vortreffliche Resultate gab, vor welcher aber die Beobachtung der mechanischen Kräfte in vielen Fällen den Vorzug grösserer Einfachheit besitzt. Zweitens erwartete ich in der Betrachtung der Art und Vertheilung der mechanischen Kräfte ein Mittel zu finden, um das Vorhandensein der magnetischen Kraft neben dem der elektrischen zu erweisen. In allen bisherigen Beobachtungen hat sich allein die elektrische Kraft offenbart[2]) und da zur Nachweisung der magnetischen Kraft die gewöhnlichen Mittel versagen, so erschien es nicht uninteressant, ein neues Mittel auf seine Brauchbarkeit zu prüfen. Drittens endlich — und dies war der eigentliche Zweck meiner Untersuchung — hoffte ich, die Beobachtungen an Wellen im freien Luftraume

---

[1]) H. Rubens u. R. Ritter, Wied. Ann. 40. p. 55. 1890.

[2]) Wenn ich selber früher gelegentlich von der Beobachtung der Knoten der magnetischen Wellen gesprochen habe, so war diese Ausdrucksweise nur durch die Theorie gerechtfertigt, nicht durch die Versuche gefordert.

anstellen zu können, unter Umständen also, unter welchen die etwa eintretenden Bewegungen nicht auf irgend welche Fernkräfte zurückgeführt werden könnten. Diese letztere Hoffnung wurde durch die Schwäche der Wirkung unter solchen Umständen vereitelt; ich musste mich begnügen, die Wirkung der in Drähten fortgeleiteten Wellen zu verfolgen, obwohl dabei das Interesse der Versuche in dem wichtigsten Punkte verloren ging. Die mechanischen Wirkungen der Drahtwellen kann und wird man ansehen als die Anziehungen der auf den Drähten sich ansammelnden Elektricitäten und der in denselben fliessenden Ströme. Zu einer Entscheidung zwischen älteren und neueren Anschauungen können demnach die Versuche mit Drahtwellen nicht angezogen werden. Stellen wir uns freilich von vornherein auf den Standpunkt, von welchem aus die Drahtwellen nur als eine besondere Form der in Luft fortgeleiteten Wellen erscheinen, so ist es gleichgültig, an welcher von beiden Formen wir die Versuche anstellen.

1. Das benutzte Wellensystem.

Nachdem ich verschiedene Anordnungen der Wellen geprüft und dabei in den wesentlichen Punkten übereinstimmende Resultate erhalten hatte, blieb ich bei der Anordnung Herrn Lecher's[1]) als der für reine Versuche geeignetsten stehen. Fig. 37 zeigt die Form derselben.

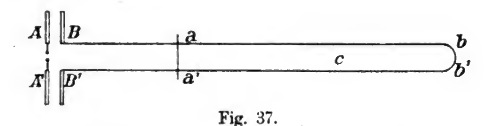


Fig. 37.

AA' ist derselbe Leiter, welcher früher stets als primärer Leiter verwendet wurde, bestehend aus zwei quadratischen Platten von 40 cm Seitenlänge und einem Verbindungsdraht von 60 cm, welcher die hier etwa 2 mm lange Funkenstrecke enthielt. Als Erreger diente ein kleines Inductorium, dessen grösste Funkenlänge nur. 4 cm betrug, gespeist durch zwei Accumulatoren.

---

[1]) E. Lecher, Wied. Ann. 41. p. 850. 1890.

Die einzelne Entladung dieses kleinen Apparates war zwar weniger wirksam als die eines grossen Inductoriums, dieser Ausfall aber wurde durch die schnellere Folge der Entladungen mehr als compensirt. Den Platten *A* und *A'* stehen in 10 cm Abstand gegenüber die Platten *B* und *B'*, von welchen aus zwei parallele, etwa 30 cm voneinander entfernte Drähte bis auf eine Entfernung von 6,8 m fortlaufen, um sich dort zwischen *b* und *b'* miteinander zu vereinigen. In einer variabeln Entfernung vom Ursprung bei *aa'* sind diese Drähte durch eine zweite Verbindung, die Brücke, miteinander in Verbindung gesetzt. Bei einer gewissen Einstellung dieser Brücke, etwa 1,2 m von *BB* entfernt, entsteht in dem Interval zwischen *aa'* und *bb'* eine sehr lebhafte Schwingung, welche die halbe Wellenlänge einer stehenden Welle darstellt und welche, wie Hr. Lecher nachgewiesen hat, erregt wird durch Resonanz zwischen dieser Schwingung selbst und der primären Schwingung, welche sich hier in dem Luftraume zwischen *AA'* einerseits und *B a a' B'* andererseits ausbildet. Eine Verschiebung der Brücke vergrössert gleichzeitig die eine der beiden Schwingungsdauern und verkleinert die andere, daher die besondere Schärfe der Einstellung bei dieser Anordnung. Ausser ihren allgemeinen Vorzügen bietet dieselbe für unseren augenblicklichen Zweck noch eine Reihe besonderer Vortheile. Da die zu beobachtenden Kräfte sehr klein sind, so haben wir die denselben unterworfenen Leiter vor fremden elektrostatischen Einflüssen sorgfältig zu schützen. Dies ist in der benutzten Anordnung möglich, weil die Drähte, welche wir den Prüfungskörpern nothwendig nähern müssen, ein in sich zusammenhängendes Leitersystem darstellen. Umgeben wir in unseren Versuchen die wirksamen Theile mit einem Drahtnetz, welches wir mit den Knotenpunkten in *aa'* und *bb'* in Verbindung setzen, so ist ohne Störung der Schwingung der Schutz ein vollkommener. In dieser Weise wurde also in den Versuchen verfahren. Da ferner die Leiter, welche wir im Folgenden dem Einfluss der Kräfte unterwerfen, nicht wie die früher benutzten Resonatoren eine bestimmte Schwingung aus der gesammten Bewegung herauslesen, so erhalten wir von vornherein unübersichtliche Resultate, wenn wir nicht auf anderem Wege Sorge dafür tragen, eine reine Schwingung von bestimmter Wellenlänge und bekannter Lage der Knoten zu erregen. Bei der obigen Anordnung ist

dieser Bedingung genügt, es kann keinem Zweifel unterliegen, dass die Punkte *aa'* und *bb'* Knotenpunkte sämmtlicher zwischen ihnen erregten Schwingungen sind und dass unter diesen nur die längste Schwingung durch Resonanz verstärkt zu merklicher Höhe anschwillt. Dass wir uns mit der Untersuchung einer halben Wellenlänge begnügen, ist offenbar keine Beschränkung der Versuche. Endlich sind die Verhältnisse unserer Schwingung ziemlich unabhängig davon, ob die beiden Drähte geradlinig ausgespannt oder in beliebiger Weise gekrümmt nebeneinander verlaufen, in ähnlicher Weise wie es für die akustischen Schwingungen der Luft in Röhren nicht sehr wesentlich ist, ob die Röhren gerade oder gekrümmt sind. Wir können demnach mit Leichtigkeit unsere Schwingung in alle möglichen relativen Lagen zu dem in fester Lage gehaltenen Prüfungskörper bringen. In der That wurden die verschiedenen relativen Lagen stets durch Verschiebung der Drähte hergestellt, auch in den Fällen, in welchen im Folgenden so gesprochen wird, als habe man den Prüfungskörper verschoben.

2. Die elektrische Kraft.

Zur Messung der mechanischen Wirkung der elektrischen Kraft benutzte ich ein cylindrisches Röhrchen von Goldpapier von 5,5 cm Länge und 0,7 cm Durchmesser. Dasselbe war mit horizontaler Richtung der Axe an einem Coconfaden aufgehängt, ein sehr kleiner Magnet gab dem Röhrchen eine feste Ruhelage, ein kleiner Spiegel gestattete die Ablenkungen aus derselben zu messen. Das ganze System hing in einem Glaskästchen. Fig. 38 giebt ein Bild des kleinen Apparates. Wurde derselbe der Wirkung der Schwingung unterworfen, so suchte sich die Nadel in die mittlere Richtung der elektrischen Kraft einzustellen und Ablenkungen aus der Ruhelage erfolgten. Um denselben grössere Werthe zu ertheilen, näherte ich in der Nähe des Apparates die beiden Drähte einander und dem Prüfungskörper bis auf einige Centimeter und verstärkte sie gegenüber den Enden des letzteren durch kleine Platten, wie es für einen besonderen Fall in der Figur angedeutet ist. Unter diesen Verhältnissen waren erste Ausschläge von 100 Scalentheilen und grössere zu erhalten. Die Regelmässigkeit, mit welcher diese ersten Ausschläge erfolgten, war befriedigend; bei mehrfacher Wiederholung desselben Versuches wichen die Einzelresultate nur um wenige Procent von-

einander ab. Die Unterschiede der einzelnen Entladungen dürften viel grösser sein, aber der Ausschlag der Nadel giebt schon die mittlere Wirkung von sehr vielen Entladungen. Als Beispiele für die Brauchbarkeit dieser Ablenkungen zu messenden Versuchen führe ich zwei Beobachtungsreihen an. Durch die erste derselben sollte die Wirksamkeit der Resonanz zur Anschauung gebracht werden. Der Apparat wurde bei c im Bauche der Schwingung aufgestellt, die Drähte $a\,b$ und $a'\,b'$ wurden in der Weise demselben genähert, wie es Fig. 38 angiebt. Nun wurde die Brücke aa' in verschiedenen Entfernungen e vom Ursprung BB' der Drahtleitung aufgelegt, der Inductionsapparat in Thätigkeit gesetzt und die Grösse i des ersten Ausschlages gemessen. Die zusammengehörigen Werthe von e und i in der Nähe des Maximums waren:

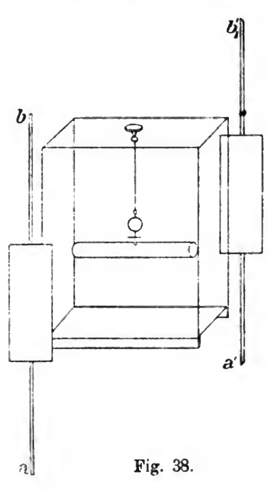


Fig. 38.

$e =$	80	90	100	110	120	130	140	150	160 cm
$i =$	5,3	10,0	21,8	51,2	44,1	19,3	10,3	5,7	4,2 Scth.

Trägt man die Ausschläge graphisch auf, so sieht man, dass dieselben einen regelmässigen Verlauf und ein ausgesprochenes Maximum zwischen 110 und 120 cm zeigen. In der That erreichten die Ausschläge ihren grössten Werth $i = 60,6$ Scalenth. bei $e = 114$ cm.

Die zweite Beobachtungsreihe sollte die Abnahme der Intensität der Schwingung vom Bauche c gegen den Knoten b hin veranschaulichen. Zu dem Ende wurde diese Strecke in 12 gleiche Abschnitte getheilt und der Apparat in die 13 Endpunkte dieser Abschnitte eingeschaltet. Es wurden die folgenden ersten Ausschläge i erhalten:

Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$i =$	80,5	80,5	79,0	77,0	65,6	57,8	50,0	38,5	27,5	17,5	7,0	1,0	0



Auch diese Werthe zeigen einen hinreichend glatten Verlauf, um darnach die Form der Schwingung beurtheilen und sich überzeugen zu können, dass dieselbe von einer einfachen Sinusschwingung merklich abweicht.

Andere Versuche, welche ich anstellte, betrafen die Richtung der elektrischen Kraft in der Nachbarschaft der Drähte überhaupt; diese Versuche ergaben keine Thatsachen, welche nicht bereits vorher als feststehend gelten konnten. In dem Zwischenraume der Drähte suchte sich die Nadel in die kürzeste Verbindungslinie der Drähte einzustellen, ausserhalb dieses Zwischenraumes strebte sie die Richtung auf den nächstgelegenen Draht hin anzunehmen. Es wurden also stets die Enden des Röhrchens von den nächstgelegenen Theilen der Drähte scheinbar angezogen.

3. Die magnetische Kraft.

Zum Nachweis der magnetischen Kraft diente ein kreisförmiger Reif von Aluminiumdraht. Der Durchmesser des Reifs betrug 65 mm, der des Drahtes 2 mm. Der Reif wurde um einen seiner Durchmesser drehbar aufgehängt, und wie vorher der Cylinder mit Magnet, Spiegel und Glasgehäuse versehen. Fig. 39 giebt eine Skizze des nunmehr benutzten Apparates.

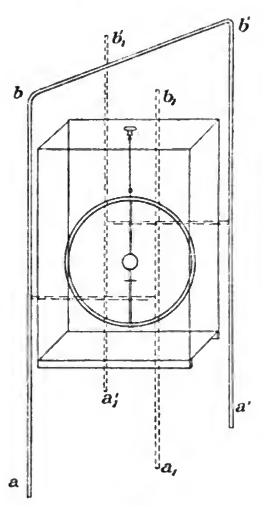


Fig. 39.

Sehen wir zunächst für einen Augenblick von unserer Kenntniss der magnetischen Kraft ab, so werden wir vermuthen, dass sich der Reif unter dem Einfluss der Schwingung ebenso wie der Cylinder verhält, und dass dabei die Richtung der grössten Entfernungen von der Drehungsaxe, also der horizontale Durchmesser des Reifs die Rolle der Längsaxe des Cylinders übernimmt. Wir werden also vermuthen, dass die Endpunkte des horizontalen Durchmessers überall von den

nächstgelegenen Theilen der wellentragenden Drähte angezogen werden, dass diese Wirkung am grössten ist im Bauche der Schwingung und wegfällt in der Nähe der Knoten, woselbst die elektrische Kraft verschwindet. Hängen wir nun aber wirklich den Reif in dem Knoten *bb'* auf, in der Weise, wie es die Fig. 39 angiebt, so sehen wir andere, unerwartete Erscheinungen eintreten. Erstens bleibt unter dem Einfluss der Schwingung der Ring nicht in Ruhe, sondern nimmt Ablenkungen an von derselben Grössenordnung wie diejenigen, welche der Cylinder im Bauche der Schwingung zeigte. Zweitens zeigt die Richtung der Ablenkung keine Anziehung, sondern eine Abstossung der benachbarten Punkte des Reifes und der Drähte an. Dass die Abstossung eine Folge der Schwingung selbst ist, geht daraus hervor, dass sich ihre Grösse nach dem gleichen Gesetze durch die Resonanz bestimmt erweist, wie die der elektrischen Wirkung. Belassen wir den Reif im Innern der Drahtschleife *bb'*, ändern aber im übrigen die relative Lage der letzteren gegen ersteren, so finden wir, dass der horizontale Durchmesser stets und von allen Seiten einer Richtung zustrebt, welche auf der Ebene der Drahtschleife senkrecht steht.

Ohne anderweitig gewonnene Kenntniss, allein aus diesen Versuchen dürfen wir also aussagen, dass sich neben der elektrischen Schwingung noch eine Schwingung anderer Art geltend mache, deren Knotenpunkte nicht mit jener der elektrischen Schwingung zusammenfallen, dass diese Schwingung, wie die elektrische sich durch eine gerichtete Zustandsänderung des Raumes bemerkbar mache, dass aber die charakteristische Richtung der neuen Schwingung auf der der elektrischen senkrecht stehe.

In Wahrheit werden wir, über die Beobachtung hinausgehend, die neue Schwingung ohne weiteres mit der von der Theorie geforderten magnetischen Schwingung identificiren. Die schnell wechselnde magnetische Kraft muss in dem geschlossenen Reif einen in gleichem Rythmus wechselnden Strom induciren und auf diesen zurückwirkend den Reif ablenken. Die magnetische Kraft hat ihren grössten Werth im Knoten der elektrischen Schwingung und ihre Richtung ist daselbst senkrecht auf der Ebene der Drahtschleife. Dass sie eine Abstossung der benachbarten Theile des Reifes und der festen Drähte bewirken muss, erkennen wir am schnellsten, wenn wir sie als die Wirkung

der in diesen Bahnen umlaufenden Ströme betrachten. Der in dem Reif inducirte Strom muss im Inneren des Reifes beständig den Einfluss der inducirenden Strömung aufheben, also dieser in jedem Augenblicke entgegengerichtet sein, demnach von ihr abgestossen werden.

Alle weiteren Bewegungserscheinungen, welche man an dem aufgehängten Reif wahrnimmt, fügen sich ohne Zwang der gegebenen Erklärung. Complicationen treten unter Umständen ein. Belassen wir zum Beispiel die Anordnung in dem Zustande, welchen Fig. 39 uns angiebt, entfernen dabei aber den Reif von dem Knoten bb' gegen den Bauch der Schwingung hin, so nimmt die Abstossung sehr schnell ab, wird in einiger Entfernung Null und geht dann in eine Anziehung über, welche bis zur Erreichung des Wellenbauches zunimmt. In einem besonderen Falle betrug zum Beispiel die Abstossung bei bb' 20 Scalentheile, verschwand in einer Entfernung von 95 cm vom Ende und ging in eine Anziehung über, deren Maximalwerth durch 44 Scalentheile gemessen wurde. Offenbar erklärt sich dieser Verlauf nicht aus dem Verhalten der magnetischen Kraft allein, sondern aus dem Zusammentreffen derselben mit der elektrischen Kraft, von welchen die letztere bei c, die erstere bei bb' bedeutend überwiegt. Wir können diese Vermuthung bestätigen und den Verlauf der magnetischen Schwingung verfolgen, indem wir die elektrische Kraft eliminiren. Zu dem Ende stellen wir parallel den Drähten ab und $a'b'$ zwei weitere, aber nur etwa 20 cm lange Drähte in solcher Lage auf, dass dieselben symmetrisch zu den Drähten ab und $a'b'$ in Bezug auf die Ruhelage des Reifes liegen, wie es die punktirten Linien a_1b_1 und $a_1'b_1'$ der Fig. 39 angeben. Wir verbinden ab mit a_1b_1 und $a'b'$ mit $a_1'b_1'$. Hierdurch ist offenbar die elektrische Wirkung fast aufgehoben, die magnetische nur wenig beeinträchtigt. In der That beobachten wir nunmehr in allen Entfernungen eine Abstossung des beweglichen Ringes von den festen Drähten. Diese Abstossung nimmt von den Enden der Schwingung gegen ihre Mitte hin beständig ab und erreicht dort ein Minimum, in dem erwähnten Beispiel ein solches von 4 Scalentheilen. Wäre die elektrische Schwingung eine reine Sinusschwingung, so müsste in ihrem Bauche die magnetische Kraft verschwinden; schon aus der Vertheilung der elektrischen Kraft sahen wir, dass diese ein-

fache Voraussetzung nicht genau zutrifft, und so können wir auch den Rest der magnetischen Kraft im Bauche der Schwingung wohl verstehen.

Die mechanischen Wirkungen der elektrischen und der magnetischen Kraft erweisen sich, wie es der Theorie entspricht, im allgemeinen von gleicher Grössenordnung; das Ueberwiegen der einen oder der anderen in jedem besonderen Falle ist wesentlich von den Verhältnissen der nächstbenachbarten Theile des Ringes und der festen Leitungen bedingt. Je mehr sich dieselben verschwindend dünnen Drähten nähern, desto mehr vermag die magnetische Kraft zur Geltung zu kommen, je breitere Flächen sich dieselben zuwenden, desto mehr wird die magnetische von der elektrischen Kraft in den Hintergrund gedrängt. Schon aus den einfachen Beispielen von Leiterformen, welche wir zur näheren Untersuchung herausgehoben haben, geht hervor, dass ein beliebig gestalteter Leiter im Innern eines elektromagnetischen Wellenzuges verwickelte und nicht immer leicht verständliche Bewegungsantriebe erfahren muss.

---

13. Ueber die Grundgleichungen der Elektrodynamik für ruhende Körper.

(Göttinger Nachr. v. 19. März 1890. Wiedemanns Ann. **40.** p. 577.)

Das System von Begriffen und Formeln, durch welches Maxwell die elektromagnetischen Erscheinungen darstellte, ist in seiner möglichen Entwickelung reicher und umfassender, als ein anderes der zu gleichem Zwecke ersonnenen Systeme. Es ist gewiss wünschenswerth, dass ein der Sache nach so vollkommenes System auch der Form nach möglichst ausgebildet werde. Der Aufbau des Systems sollte durchsichtig seine logischen Grundlagen erkennen lassen; alle unwesentlichen Begriffe sollten aus demselben entfernt und die Beziehungen der wesentlichen Begriffe auf ihre einfachste Gestalt zurückgeführt sein. Die eigene Darstellung Maxwell's bezeichnet in dieser Hinsicht nicht das erreichbare Ziel, sie schwankt häufig hin und her zwischen den Anschauungen, welche Maxwell vorfand, und denen, zu welchen er gelangte. Maxwell geht aus von der Annahme unvermittelter Fernkräfte, er untersucht die Gesetze, nach welchen sich unter dem Einfluss solcher Fernkräfte die hypothetischen Polarisationen des dielektrischen Aethers verändern und er endet mit der Behauptung, dass diese Polarisationen sich wirklich so verändern, ohne dass in Wahrheit Fernkräfte die Ursachen derselben seien.[1] Dieser Gang hinter-

---

[1] Die gleiche Bemerkung trifft die durch v. Helmholtz im 72. Bd. des Crelle'schen Journals gegebene Ableitung, nicht zwar allgemein, aber doch für diejenigen besonderen Werthe der Constanten, welche in den Endresultaten die Fernkräfte verschwinden lassen, welche also auf die hier vertretene Theorie führen.

lässt das unbefriedigende Gefühl, als müsse entweder das schliessliche Ergebniss oder der Weg unrichtig sein, auf welchem es gewonnen wurde. Auch lässt dieser Gang in den Formeln eine Anzahl überflüssiger, gewissermaassen rudimentärer Begriffe zurück, welche ihre eigentliche Bedeutung nur in der alten Theorie der unvermittelten Fernwirkung besassen. Als solche rudimentäre Begriffe physikalischer Natur nenne ich die dielektrische Verschiebung im freien Aether, unterschieden von der erzeugenden elektrischen Kraft und das Verhältniss beider, die Dielektricitätsconstante des Aethers. Diese Unterscheidungen haben Sinn, wenn wir aus einem Raum den Aether entfernen, die Kraft aber in demselben bestehen lassen können. Nach der Anschauung, von welcher Maxwell ausging, war dies denkbar, es ist nicht denkbar nach der Anschauung, zu welcher seine Arbeiten uns geführt haben. Als eine rudimentäre Erscheinung mathematischer Natur nenne ich das Vorherrschen des Vectorpotentiales in den Grundgleichungen. Bei dem Aufbau der neuen Theorien dienten die Potentiale als Gerüst, indem durch ihre Einführung die unstetig an einzelnen Punkten auftretenden Fernkräfte ersetzt wurden durch Grössen, welche in jedem Punkte des Raumes nur durch die Zustände der benachbarten Punkte bedingt sind. Nachdem wir aber gelernt haben, die Kräfte selber als Grössen der letzteren Art anzusehen, hat ihr Ersatz durch Potentiale nur dann einen Zweck, wenn damit ein mathematischer Vortheil erreicht wird. Und ein solcher scheint mir mit der Einführung des Vectorpotentiales in die Grundgleichungen nicht verbunden, in welchen man ohnehin erwarten darf, Beziehungen zwischen Grössen der physikalischen Beobachtung, nicht zwischen Rechnungsgrössen zu finden.

Die erwähnten Unvollkommenheiten der Form erschweren auch die Anwendung der Maxwell'schen Theorie auf besondere Fälle. Aus Anlass solcher Anwendungen habe ich mich seit längerer Zeit bemüht, die Maxwell'schen Formeln zu sichten und versucht, die wesentliche Meinung derselben von der zufälligen Form, in welcher sie zuerst auftraten, abzulösen. Das Folgende ist die geordnete Zusammenstellung meiner Ergebnisse. In gleicher Richtung hat bereits seit 1885 Hr. Oliver Heaviside gearbeitet. Die Begriffe, welche er aus den Maxwell-schen Gleichungen fortschafft, sind dieselben, welche auch ich

fortschaffe; die einfachste Form, welche diese Gleichungen dadurch annehmen,[1]) ist, von Nebendingen abgesehen, die gleiche, zu welcher auch ich gelange. In dieser Hinsicht also gehört Hrn. Heaviside die Priorität. Trotzdem wird man, hoffe ich, die folgende Darstellung nicht für überflüssig halten. Eine endgültige Darstellung beansprucht dieselbe nicht zu sein, sondern nur eine solche, an welche sich leichter weitere Verbesserungen anknüpfen lassen, als an die bisher gegebenen Darstellungen.

Ich theile den Stoff in zwei Theile. In dem ersten Theile A gebe ich die Grundbegriffe und die sie verknüpfenden Formeln. Es werden den Formeln Erläuterungen hinzugefügt werden, aber diese Erläuterungen sollen nicht Beweise der Formeln sein. Die Aussagen werden vielmehr als Erfahrungsthatsachen gegeben, und die Erfahrung soll als ihr Beweis gelten. Allerdings lässt sich einstweilen nicht jede einzelne Formel besonders durch die Erfahrung prüfen, sondern nur das System als Ganzes. Mit dem Gleichungssystem der gewöhnlichen Mechanik liegt ja die Sache kaum anders. In dem zweiten Theile B gebe ich an, in welcher Weise die Thatsachen der unmittelbaren Wahrnehmung systematisch aus den Formeln abgeleitet werden können, durch welche Erfahrungen sich also die Richtigkeit des Systems erweist. Ausführlich behandelt würde dieser Theil einen sehr grossen Umfang annehmen, es kann sich hier daher nur um Andeutungen handeln.

A. Die Grundbegriffe und ihr Zusammenhang.

1. Elektrische und magnetische Kraft.

Das Innere aller Körper, den freien Aether eingeschlossen, kann von der Ruhe aus Störungen erfahren, welche wir als elektrische, und andere Störungen, welche wir als magnetische bezeichnen. Das Wesen dieser Zustandsänderungen kennen wir nicht, sondern nur die Erscheinungen, welche ihr Vorhandensein hervorruft. Diese letzteren sehen wir als bekannt an, mit ihrer

[1]) Diese Gleichungen findet man im Phil. Mag. Febr. 1888. Daselbst wird auf frühere Arbeiten im Electrician 1885 Bezug genommen, welche Quelle mir unzugänglich gewesen ist.



Hülfe bestimmen wir die geometrischen Verhältnisse der Zustandsänderungen selbst. Die Störungen der elektrischen und der magnetischen Art sind so miteinander verknüpft, dass Störungen der einen Art unabhängig von denen der anderen dauernd zu bestehen vermögen, dass dagegen Störungen keiner der beiden Arten zeitliche Schwankungen erleiden können, ohne dadurch zugleich Störungen der anderen Art hervorzurufen. Die Erzeugung des geänderten Zustandes erfordert den Aufwand von Energie; diese Energie wird beim Verschwinden der Störung wieder ersetzt; das Vorhandensein der Störung stellt also einen Vorrath von Energie dar. In einem und demselben Punkte können sich die Zustandsänderungen einer jeden Art unterscheiden nach Richtung, Sinn und Grösse. Es ist also zur Bestimmung sowohl des elektrischen als des magnetischen Zustandes die Angabe einer gerichteten Grösse oder der drei Componenten einer solchen nothwendig. Es ist aber eine erste wichtige Voraussetzung unserer gegenwärtigen Theorie, dass die Angabe einer einzigen Richtungsgrösse auch hinreichend sei, um die betreffende Aenderung vollständig zu bestimmen. Gewisse Erscheinungen, z. B. die des permanenten Magnetismus, der Dispersion u. s. w. lassen sich von diesem Standpunkte aus nicht verstehen, sondern erfordern, dass die elektrischen, bezw. magnetischen Zustände eines jeden Punktes durch mehr als eine Variable[1]) dargestellt werden. Solche Erscheinungen treten eben darum aus dem Rahmen unserer Betrachtung in ihrem gegenwärtigen Umfange heraus.

Diejenige Richtungsgrösse, durch welche wir zunächst den elektrischen Zustand bestimmen, nennen wir die elektrische Kraft. Die Erscheinung, durch welche wir sie definiren, ist die mechanische Kraft, welche ein bestimmter elektrisirter Körper im elektrisch gestörten leeren Raume erfährt. Für den leeren Raum selbst wollen wir nämlich die Componente der elektrischen Kraft in beliebiger Richtung proportional setzen der gleichgerichteten Componente jener mechanischen Kraft. Unter elektrischer Kraft in einem Punkte eines ponderablen Körpers verstehen wir die elektrische Kraft, welche an dem betreffenden Punkte im Innern eines unendlich kleinen, unendlich gestreckten

[1]) [Siehe Anmerkung 29 am Schluss des Buches.]

cylindrischen Hohlraumes sich findet, den wir in solcher Richtung in den Körper gebohrt haben, dass seine Richtung mit derjenigen der Kraft übereinstimmt, — eine Anforderung, welcher erfahrungsmässig stets genügt werden kann. In welcher Beziehung auch immer die so gemessene Kraft zu der wirklichen Zustandsänderung des Körpers steht, sicherlich muss sie dieselbe gemäss unserer Voraussetzung eindeutig bestimmen. Setzen wir überall an Stelle des Wortes „elektrisch" das Wort „magnetisch" und an Stelle des elektrisirten Hülfskörpers den Pol einer Magnetnadel, so erhalten wir die Definition der magnetischen Kraft. Um den Sinn beider Kräfte in der conventionellen Weise festzulegen, bestimmen wir noch, dass der elektrisirte Hülfskörper mit Glaselektricität geladen und dass derjenige Pol der Magnetnadel benutzt werde, welcher nach Norden weist. Die Einheiten der Kräfte sind noch vorbehalten. Die Componenten der elektrischen Kraft in Richtung der x, y, z bezeichnen wir mit X, Y, Z, die gleichgerichteten Componenten der magnetischen Kraft mit L, M, N.

2. Die Energie des Feldes.

Der elektrische Energievorrath eines Körpervolumens, in welchem die elektrische Kraft einen constanten Werth hat, ist eine homogene, quadratische Function der drei elektrischen Kraftcomponenten. Die entsprechende Aussage gilt für den Vorrath an magnetischer Energie. Den gesammten Energievorrath bezeichnen wir als den elektromagnetischen, er ist die Summe des elektrischen und des magnetischen.

Für einen isotropen Körper ist hiernach die Energiemenge jeder Art, berechnet auf die Volumeneinheit gleich dem Product aus dem Quadrat der betreffenden Gesammtkraft und einer Constanten. Die Grösse der letzteren kann verschieden sein für die elektrische und die magnetische Energie, sie hängt ab von dem Stoffe des Körpers und von der Wahl der Einheiten für die Energie und für die Kräfte. Die Energie wollen wir in absolutem Gaussischen Maasse messen und die Einheiten der Kräfte nunmehr festsetzen durch die Bestimmung, dass im freien Aether der Werth der Constanten gleich $1/8\pi$ werden soll, dass also sein soll die Energie der Volumeneinheit des gestörten Aethers gleich:

$$\frac{1}{8\pi}(X^2 + Y^2 + Z^2) + \frac{1}{8\pi}(L^2 + M^2 + N^2).$$

Messen wir die Kräfte in dieser Weise, so sagen wir, dass wir sie in absolutem Gaussischen Maasse messen.[1] Die Dimension der elektrischen Kraft wird dieselbe wie die der magnetischen, beide werden von solcher Art, dass ihr Quadrat die Dimension einer Energie in der Volumeneinheit hat, sie werden also in der üblichen Bezeichnungsweise gleich: $M^{1/2} L^{-1/2} T^{-1}$.

Für jeden isotropen ponderabelen Körper können wir nun nach dem Bisherigen setzen die Energie der Volumeneinheit gleich:

$$\frac{\varepsilon}{8\pi}(X^2 + Y^2 + Z^2) + \frac{\mu}{8\pi}(L^2 + M^2 + N^2).$$

Die neu eingeführten Constanten ε und μ sind nothwendig positive reine Zahlen. Wir nennen ε die Dielektricitätsconstante, μ die Magnetisirungsconstante des Stoffes. Offenbar sind ε und μ Verhältnisszahlen, durch welche wir die Energie eines Stoffes vergleichen mit der Energie eines anderen Stoffes. Aus der Natur eines Stoffes allein geht ein bestimmter Werth derselben nicht hervor. Dies meinen wir, wenn wir sagen, Dielektricitäts- und Magnetisirungsconstante seien keine inneren Constanten eines Stoffes. Es ist nicht unrichtig, wenn wir sagen, diese Constanten seien gleich Eins für den Aether, aber es enthält diese Behauptung keine Thatsache der Erfahrung, sondern eine willkürliche Festsetzung unsererseits.

Für krystallinische Körper wird die Energie der Volumeneinheit gleich:

$$\frac{1}{8\pi}(\varepsilon_{11} X^2 + \varepsilon_{22} Y^2 + \varepsilon_{33} Z^2 + 2\varepsilon_{12} XY + 2\varepsilon_{23} YZ + 2\varepsilon_{13} XZ)$$
$$+ \frac{1}{8\pi}(\mu_{11} L^2 + \mu_{22} M^2 + \mu_{33} N^2 + 2\mu_{12} LM + 2\mu_{23} MN + 2\mu_{13} LN).$$

Durch bestimmte Wahl der Axen lässt sich der eine oder der andere Theil dieses Ausdruckes in eine Summe von drei Quadraten transformiren. Es ist wohl wahrscheinlich, dass dieselbe Wahl der Axen für den einen wie für den anderen Theil diesen Dienst leistet. Die ε und μ müssen von solcher Beschaffenheit

[1]) Siehe H. Helmholtz, Wied. Ann. 17. p. 42. 1882.



sein, dass bei der Transformation in eine Quadratsumme alle Coëfficienten positiv werden.

3. Zusammenhang der Kräfte im Aether.

Wir nehmen an, dass das benutzte Coordinatensystem der x, y, z von solcher Beschaffenheit ist, dass, wenn die Richtung der positiven x von uns aus nach vorn, die der positiven z von uns aus nach oben geht, alsdann die y von links nach rechts hin wachsen. Unter dieser Voraussetzung sind die elektrischen und magnetischen Kräfte im Aether miteinander verknüpft nach folgenden Gleichungen:

$$(3_a)\left\{\begin{aligned} A\frac{dL}{dt} &= \frac{dZ}{dy} - \frac{dY}{dz}, \\ A\frac{dM}{dt} &= \frac{dX}{dz} - \frac{dZ}{dx}, \\ A\frac{dN}{dt} &= \frac{dY}{dx} - \frac{dX}{dy}; \end{aligned}\right. \qquad (3_b)\left\{\begin{aligned} A\frac{dX}{dt} &= \frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy}, \\ A\frac{dY}{dt} &= \frac{dN}{dx} - \frac{dL}{dz}, \\ A\frac{dZ}{dt} &= \frac{dL}{dy} - \frac{dM}{dx}; \end{aligned}\right.$$

zu welchen die ihnen nicht widersprechenden Gleichungen:

$$(3_c)\qquad \frac{dL}{dx} + \frac{dM}{dy} + \frac{dN}{dz} = 0, \qquad \frac{dX}{dx} + \frac{dY}{dy} + \frac{dZ}{dz} = 0$$

als eine den Aether von der ponderabelen Materie auszeichnende Ergänzung hinzutreten.

Nachdem diese Gleichungen einmal gefunden sind, erscheint es nicht mehr zweckmässig, dieselben aus Vermuthungen über die elektrische und magnetische Constitution des Aethers und das Wesen der wirkenden Kräfte, als wären dies bekanntere Dinge, herzuleiten, wie es allerdings dem historischen Gange entsprechen würde. Viel eher ist es zweckmässig, an diese Gleichungen die weiteren Vermuthungen über die Constitution des Aethers anzuknüpfen.

Da die Dimensionen der L, M, N und der X, Y, Z die gleichen sind, so ist die Constante A eine reciproke Geschwindigkeit. Sie ist in Wahrheit eine innere Constante des Aethers; wir wollen damit sagen, dass ihre Grösse weder von dem Vorhandensein eines anderen Körpers, noch von willkürlichen Festsetzungen unsererseits abhängig ist.

Wir multipliciren unsere Gleichungen sämmtlich mit $(1/4\pi A).d\tau$, ferner einzeln der Reihe nach mit bez. L, M, N,

X, Y, Z und addiren sie sämmtlich. Wir integriren beide Seiten der entstehenden Gleichung über einen beliebig begrenzten Raum, dessen Oberflächenelement $d\omega$ mit den Coordinatenaxen die Winkel n,x, n,y, n,z bildet. Rechts lässt sich die Integration ausführen und wir erhalten:

$$\frac{d}{dt}\int\left\{\frac{1}{8\pi}(X^2+Y^2+Z^2)+\frac{1}{8\pi}(L^2+M^2+N^2\right\}d\tau$$
$$=\frac{1}{4\pi A}\int\{(NY-MZ)\cos n,x+(LZ-NX)\cos n,y$$
$$+(MX-LY)\cos n,z\}\,d\omega.$$

Das links stehende Integral ist die elektromagnetische Energie des Raumes; die Gleichung giebt uns also die Aenderung dieser Energie, ausgedrückt durch Grössen, welche sich allein auf die Oberfläche des Raumes beziehen.

4. Isotrope Nichtleiter.

In homogenen isotropen Nichtleitern verlaufen die Erscheinungen qualitativ vollkommen wie im freien Aether. Quantitativ sind Unterschiede insofern vorhanden, als erstens die innere Constante einen anderen Werth hat als im Aether, und als zweitens der Energievorrath der Volumeneinheit in der bereits angegebenen Weise die Constanten ε und μ enthält. Wir entsprechen diesen Aussagen und genügen der Erfahrung, indem wir setzen:

$$(4_a)\left\{\begin{aligned} A\mu\frac{dL}{dt}&=\frac{dZ}{dy}-\frac{dY}{dz},\\ A\mu\frac{dM}{dt}&=\frac{dX}{dz}-\frac{dZ}{dx},\\ A\mu\frac{dN}{dt}&=\frac{dY}{dx}-\frac{dX}{dy};\end{aligned}\right. \qquad (4_b)\left\{\begin{aligned} A\varepsilon\frac{dX}{dt}&=\frac{dM}{dz}-\frac{dN}{dy},\\ A\varepsilon\frac{dY}{dt}&=\frac{dN}{dx}-\frac{dL}{dz},\\ A\varepsilon\frac{dZ}{dt}&=\frac{dL}{dy}-\frac{dM}{dx}.\end{aligned}\right.$$

Denn wenn wir für einen Augenblick in dem Nichtleiter das Maass der Kräfte so bestimmen, wie wir es im Aether gethan haben und demgemäss für X, Y, Z einführen $X/\sqrt{\varepsilon}$, $Y/\sqrt{\varepsilon}$, $Z/\sqrt{\varepsilon}$, und für L, M, N einführen $L/\sqrt{\mu}$, $M/\sqrt{\mu}$, $N/\sqrt{\mu}$, so nehmen die Gleichungen genau die Form der Gleichungen des Aethers an, mit dem einzigen Unterschiede, dass an Stelle der Grösse A die Grösse $A/\sqrt{\varepsilon\mu}$ tritt. Behalten wir auf der anderen Seite

unser Maass der Kräfte bei, so können wir widerspruchsfrei der Energie den geforderten Werth beilegen. Denn die Ausführung der gleichen Operation, welche wir im vorigen Abschnitt anwandten, ergiebt uns hier:

$$\frac{d}{dt}\int\left\{\frac{\varepsilon}{8\pi}(X^2+Y^2+Z^2)+\frac{\mu}{8\pi}(L^2+M^2+N^2\right\}d\tau$$
$$=\frac{1}{4\pi A}\int\Big\{(NY-MZ)\cos n,x+(LZ-NX)\cos n,y$$
$$+(MX-LY)\cos n,z\Big\}d\omega.$$

Die allgemeinen Aussagen, durch welche wir uns auf unsere Gleichungen haben führen lassen, versagen, wenn wir den Nichtleiter nicht mehr als homogen betrachten. Es fragt sich also, ob in diesem Falle unsere Gleichungen noch gelten. Die Erfahrung beantwortet diese Frage in bejahendem Sinne; wir können also in den Gleichungen (4_a) und (4_b) die Grössen ε und μ als von Punkt zu Punkt veränderlich betrachten.

5. Krystallinische Nichtleiter.

Eine Darstellung der Vorgänge in solchen Körpern, welche nach verschiedener Richtung verschieden entwickelt sind, deren elektromagnetische Eigenschaften aber bei verschwindendem Anisotropismus in die der isotropen Nichtleiter übergehen, erhalten wir, wenn wir die in unseren Gleichungen links stehenden zeitlichen Aenderungen der Kräfte als ganz allgemeine lineare Functionen der rechts stehenden räumlichen Aenderungen der Kräfte entgegengesetzter Art betrachten. Die Allgemeinheit der Form dieser linearen Functionen und die Auswahl ihrer Constanten wird indessen beschränkt durch die Vermutung, dass dieselbe Operation, welche uns bisher eine Gleichung für die Aenderung der Energie lieferte, dies allgemein thun wird, und durch die Forderung, dass dabei die Energie selbst die bereits festgestellte Form annehmen muss. Durch diese Ueberlegungen werden wir auf die folgenden Gleichungen hingeleitet, welche in der That zur Darstellung der wichtigsten Erscheinungen genügen:

$$
(5_a) \quad \begin{cases}
A\left(\mu_{11}\frac{dL}{dt}+\mu_{12}\frac{dM}{dt}+\mu_{13}\frac{dN}{dt}\right)=\frac{dZ}{dy}-\frac{dY}{dz}, \\
A\left(\mu_{12}\frac{dL}{dt}+\mu_{22}\frac{dM}{dt}+\mu_{23}\frac{dN}{dt}\right)=\frac{dX}{dz}-\frac{dZ}{dx}, \\
A\left(\mu_{13}\frac{dL}{dt}+\mu_{23}\frac{dM}{dt}+\mu_{33}\frac{dN}{dt}\right)=\frac{dY}{dx}-\frac{dX}{dy};
\end{cases}
$$

$$
(5_b) \quad \begin{cases}
A\left(\varepsilon_{11}\frac{dX}{dt}+\varepsilon_{12}\frac{dY}{dt}+\varepsilon_{13}\frac{dZ}{dt}\right)=\frac{dM}{dz}-\frac{dN}{dy}, \\
A\left(\varepsilon_{12}\frac{dX}{dt}+\varepsilon_{22}\frac{dY}{dt}+\varepsilon_{23}\frac{dZ}{dt}\right)=\frac{dN}{dx}-\frac{dL}{dz}, \\
A\left(\varepsilon_{13}\frac{dX}{dt}+\varepsilon_{23}\frac{dY}{dt}+\varepsilon_{33}\frac{dZ}{dt}\right)=\frac{dL}{dy}-\frac{dM}{dx}.
\end{cases}
$$

Die Gleichung für die Aenderung der Energie eines Raumes ergiebt das gleiche Resultat wie in Abschnitt 3 und 4. Auch in den Gleichungen des gegenwärtigen Abschnittes ist es erfahrungsmässig nicht nöthig, die ε und μ als constant in Hinsicht des Raumes anzusehen, vielmehr können dieselben beliebig von Punkt zu Punkt veränderliche Grössen sein.

6. Vertheilung der Kräfte in Leitern.

In den Körpern, welche wir bisher betrachteten, erscheint jede Aenderung der elektrischen Kraft als bedingt durch das Vorhandensein magnetischer Kräfte. Sind in einem endlichen Bereich die magnetischen Kräfte gleich Null, so fällt jede Ursache für eine solche Aenderung fort und eine vorhandene Vertheilung elektrischer Kraft bleibt sich selbst überlassen dauernd bestehen, solange nicht von den Grenzen des Bereiches her eine Störung das Innere trifft. Nicht in allen Körpern zeigen die elektrischen Kräfte dies Verhalten. In vielen Körpern schwindet eine sich selbst überlassene elektrische Kraft mehr oder weniger schnell dahin; in solchen Körpern sind magnetische Kräfte oder andere Ursachen erforderlich, um eine vorhandene Vertheilung vor der Veränderung zu bewahren. Solche Körper bezeichnen wir aus Gründen, die später hervortreten, als Leiter. Die einfachsten Annahmen, welche wir in Hinsicht derselben machen können, sind diese, dass erstens der Verlust, welchen eine sich selbst überlassene elektrische Kraft in der Zeiteinheit erleidet, der Kraft selbst proportional ist, und dass zweitens unabhängig von diesem Verlust die magnetischen Kräfte hier

dieselben Aenderungen hervorzubringen streben, wie in den bisher betrachteten Körpern. Führen wir eine neue Constante λ ein, so erlaubt uns die erste Annahme zu behaupten, dass die sich selbst überlassene Kraftcomponente X sich ändern werde nach der Gleichung:

$$A\varepsilon \frac{dX}{dt} = -4\pi\lambda A X.$$

Die zweite Annahme ergänzt diese erste dahin, dass, wenn magnetische Kräfte vorhanden sind, die Aenderung geschehen werde nach der Gleichung:

$$A\varepsilon \frac{dX}{dt} = \frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy} - 4\pi\lambda A X.$$

Die Constante λ heisst die specifische elektrostatisch gemessene Leitungsfähigkeit des Körpers. Ihre Dimension ist die einer reciproken Zeit. Die Grösse $\varepsilon / 4\pi\lambda$ ist daher eine Zeit; es ist diejenige Zeit, in welcher die sich selbst überlassene Kraft auf den $e$ten Theil ihres Anfangswerthes herabsinkt, die sogenannte Relaxationszeit. Die letztere, nicht etwa λ selbst, ist, wie zuerst Hr. E. Cohn bemerkt und hervorgehoben hat[1]), neben der ersten eine zweite innere Constante des betrachteten Körpers, eindeutig festsetzbar ohne Zuhülfenahme eines zweiten Mediums.

Unsere Ueberlegungen führen uns nun vermuthungsweise auf folgende Gleichungen, welche den Erfahrungen genügen:

$$(6_a)\left\{\begin{aligned} A\mu\frac{dL}{dt} &= \frac{dZ}{dy} - \frac{dY}{dz}, \\ A\mu\frac{dM}{dt} &= \frac{dX}{dz} - \frac{dZ}{dx}, \\ A\mu\frac{dN}{dt} &= \frac{dY}{dx} - \frac{dX}{dy}; \end{aligned}\right. \qquad (6_b)\left\{\begin{aligned} A\varepsilon\frac{dX}{dt} &= \frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy} - 4\pi\lambda A X, \\ A\varepsilon\frac{dY}{dt} &= \frac{dN}{dx} - \frac{dL}{dz} - 4\pi\lambda A Y, \\ A\varepsilon\frac{dZ}{dt} &= \frac{dL}{dy} - \frac{dM}{dx} - 4\pi\lambda A Z. \end{aligned}\right.$$

Offenbar beziehen sich diese Gleichungen nur auf isotrope Körper, dagegen ist es, was unsere bisherigen Voraussetzungen anlangt, nicht nothwendig, dass die Körper auch homogen seien. Um indessen in Wahrheit die Vertheilung der Kräfte in anhomogenen Körpern genau darzustellen, bedürfen unsere Gleichungen noch einer gewissen Ergänzung. Aendert sich nämlich die

---

[1]) Vgl. dieserhalb und in Hinsicht der Art, wie hier die Grösse λ eingeführt wird: E. Cohn, Berl. Ber. 26. p. 405. 1889.

Beschaffenheit eines Körpers von Punkt zu Punkt, so sinkt im allgemeinen die elektrische Kraft sich selbst überlassen nicht völlig auf Null ab, sondern nimmt einen gewissen von Null verschiedenen Endwerth an. Diesen Werth, dessen Componenten X' Y' Z' sein mögen, nennen wir die in dem betreffenden Punkte wirksame elektromotorische Kraft. Wir betrachten dieselbe als unabhängig von der Zeit, sie ist im allgemeinen um so grösser, je grösser die Aenderung der chemischen Beschaffenheit in der Längeneinheit ist. Wir tragen der Wirkung der elektromotorischen Kraft Rechnung, indem wir den Abfall der sich selbst überlassenen elektrischen Kraft nicht ihrem absoluten Werthe proportional setzen, sondern dem Unterschiede, welcher noch vorhanden ist zwischen diesem absoluten Werthe und dem Endwerthe. Unsere Gleichungen werden so für Leiter, deren Structur zum Auftreten elektromotorischer Kräfte Anlass giebt:

$$(6_c)\left\{\begin{aligned} A\mu\frac{dL}{dt} &= \frac{dZ}{dy}-\frac{dY}{dz}, \\ A\mu\frac{dM}{dt} &= \frac{dX}{dz}-\frac{dZ}{dx}, \\ A\mu\frac{dN}{dt} &= \frac{dY}{dx}-\frac{dX}{dy}, \end{aligned}\right. \qquad (6_d)\left\{\begin{aligned} A\varepsilon\frac{dX}{dt} &= \frac{dM}{dz}-\frac{dN}{dy}-4\pi\lambda A(X-X'), \\ A\varepsilon\frac{dY}{dt} &= \frac{dN}{dx}-\frac{dL}{dz}-4\pi\lambda A(Y-Y'), \\ A\varepsilon\frac{dZ}{dt} &= \frac{dL}{dy}-\frac{dM}{dx}-4\pi\lambda A(Z-Z'). \end{aligned}\right.$$

7. Anisotrope Leiter.

Verhält sich der Leiter nach verschiedenen Richtungen verschieden, so dürfen wir nicht mehr annehmen, dass der Abfall einer jeden Componente der sich selbst überlassenen Kraft nur abhänge von dem Werthe dieser Componente selbst, es liegt aber die Vermuthung nahe, dass er eine lineare Function der drei Componenten sei. Nehmen wir zu dieser Vermuthung die Voraussetzung, dass für verschwindendes Leitungsvermögen die Gleichungen sich auf die eines anisotropen Nichtleiters reduciren, so gelangen wir zu folgendem System:

$$(7_a)\left\{\begin{aligned} A\left(\mu_{11}\frac{dL}{dt}+\mu_{12}\frac{dM}{dt}+\mu_{13}\frac{dN}{dt}\right) &= \frac{dZ}{dy}-\frac{dY}{dz}, \\ A\left(\mu_{12}\frac{dL}{dt}+\mu_{22}\frac{dM}{dt}+\mu_{23}\frac{dN}{dt}\right) &= \frac{dX}{dz}-\frac{dZ}{dx}, \\ A\left(\mu_{13}\frac{dL}{dt}+\mu_{23}\frac{dM}{dt}+\mu_{33}\frac{dN}{dt}\right) &= \frac{dY}{dx}-\frac{dX}{dy}, \end{aligned}\right.$$

$$
(7_b)\left\{
\begin{aligned}
&A\left(\varepsilon_{11}\frac{dX}{dt}+\varepsilon_{12}\frac{dY}{dt}+\varepsilon_{13}\frac{dZ}{dt}\right)=\frac{dM}{dz}-\frac{dN}{dy}\\
&\qquad-4\pi A\left\{\lambda_{11}(X-X')+\lambda_{12}(Y-Y')+\lambda_{13}(Z-Z')\right\},\\
&A\left(\varepsilon_{12}\frac{dX}{dt}+\varepsilon_{22}\frac{dY}{dt}+\varepsilon_{23}\frac{dZ}{dt}\right)=\frac{dN}{dx}-\frac{dL}{dz}\\
&\qquad-4\pi A\left\{\lambda_{21}(X-X')+\lambda_{22}(Y-Y')+\lambda_{23}(Z-Z')\right\},\\
&A\left(\varepsilon_{13}\frac{dX}{dt}+\varepsilon_{23}\frac{dY}{dt}+\varepsilon_{33}\frac{dZ}{dt}\right)=\frac{dL}{dy}-\frac{dM}{dx}\\
&\qquad-4\pi A\left\{\lambda_{31}(X-X')+\lambda_{32}(Y-Y')+\lambda_{33}(Z-Z')\right\}.
\end{aligned}
\right.
$$

Es ist sehr wahrscheinlich, dass für alle wirklichen Körper $\lambda_{12}=\lambda_{21}$, $\lambda_{31}=\lambda_{13}$, $\lambda_{23}=\lambda_{32}$ sei. Auch in den Gleichungen dieses Abschnittes können die Constanten ε, μ, λ als von Ort zu Ort ihren Werth verändernd angesehen werden.

8. Grenzbedingungen.

Man bemerkt leicht, dass die Gleichungen 7_a und 7_b alle früheren als besondere Fälle umfassen und dass selbst die Gleichungen des freien Aethers aus ihnen durch besondere Verfügung über die Constanten hervorgehen. Da nun diese Constanten Functionen des Raumes sein können, so liegt es nahe, die Grenzfläche zweier heterogenen Körper anzusehen als eine Uebergangsschicht, in welcher zwar die Constanten ausserordentlich rasch von einem Werth zu einem anderen übergehen, in welcher dies jedoch in solcher Weise geschieht, dass auch in der Schicht selbst jene Gleichungen immer noch gelten und endliche Beziehungen zwischen den endlich bleibenden Werthen der Constanten und den ebenfalls endlich bleibenden Kräften ausdrücken. Um aus dieser der Erfahrung genügenden Vermuthung die Grenzbedingungen abzuleiten, lassen wir der Einfachheit halber das betrachtete Element der Trennungsfläche mit der xy-Ebene zusammenfallen.

Beachten wir zunächst das Auftreten elektromotorischer Kräfte zwischen den sich berührenden Körpern nicht, so ergiebt die Betrachtung der ersten beiden der Gleichungen 7_a und 7_b, dass die Grössen:

$$\frac{dX}{dz},\quad \frac{dY}{dz},\quad \frac{dM}{dz},\quad \frac{dL}{dz}$$

zufolge unserer Voraussetzung auch in der Uebergangsschicht endlich bleiben müssen. Bezieht sich also der Index 1 auf die eine, der Index 2 auf die andere Seite der Grenzschicht, so muss sein:

$$(8_a)\quad \begin{aligned} Y_2 - Y_1 &= 0, \\ X_2 - X_1 &= 0. \end{aligned} \qquad (8_b)\quad \begin{aligned} M_2 - M_1 &= 0, \\ L_2 - L_1 &= 0. \end{aligned}$$

Die zur Grenzfläche tangentialen Componenten der Kräfte pflanzen sich also stetig durch dieselbe fort. Die Anwendung hiervon auf die dritten der Gleichungen (7_a) und (7_b) ergiebt dann weiter, dass die Ausdrücke:

$$\mu_{13}\frac{dL}{dt} + \mu_{23}\frac{dM}{dt} + \mu_{33}\frac{dN}{dt} \quad \text{und}$$

$$\varepsilon_{13}\frac{dX}{dt} + \varepsilon_{23}\frac{dY}{dt} + \varepsilon_{33}\frac{dZ}{dt} + 4\pi(\lambda_{31}X + \lambda_{32}Y + \lambda_{33}Z)$$

den gleichen Werth haben müssen auf der einen und auf der anderen Seite der Grenzschicht. Diese Aussage, welche die gegenseitige Abhängigkeit der Normalcomponenten der Kraft auf beiden Seiten der Grenzfläche giebt, nimmt für isotrope Körper die einfache Form an:

$$(8_c)\qquad \mu_1\frac{dN_1}{dt} - \mu_2\frac{dN_2}{dt} = 0,$$

$$(8_d)\qquad \varepsilon_1\frac{dZ_1}{dt} - \varepsilon_2\frac{dZ_2}{dt} = -4\pi(\lambda_1 Z_1 - \lambda_2 Z_2).$$

Schliessen wir demnächst das Auftreten elektromotorischer Kräfte in der Grenzfläche nicht aus, so haben wir zu beachten, dass erfahrungsmässig die zur Grenzfläche normale Componente dieser Kräfte, also Z', in der Uebergangsschicht selbst unendlich wird, in solcher Weise jedoch, dass das durch die Grenzfläche hindurch erstreckte Integral $\int Z' dz$ einen endlichen Werth behält, welchen uns die Versuche angeben, während sie uns über den Verlauf von Z' selbst im Unklaren lassen. Wir genügen der Voraussetzung dieses Abschnittes nunmehr durch die Annahme, dass in der Uebergangsschicht neben L, M, N, X, Y die Grösse $Z—Z'$ endlich bleibe. Z wird dann daselbst unendlich, dZ/dt aber können wir nichsdestoweniger endlich belassen. Wir setzen ferner:

$$(8_e)\qquad \int Z\,dz = \int Z'\,dz = \varphi_{1\cdot 2}.$$



Integriren wir nunmehr die ersten zwei der Gleichungen (7_a) und (7_b) nach Multiplication mit dx durch die Uebergangsschicht hindurch, so erhalten wir, da wegen der Kürze des Weges das Integral jeder endlichen Grösse verschwindet, die Bedingungen:

$$(8_f)\quad \begin{cases} Y_2 - Y_1 = \dfrac{d\varphi_{1,2}}{dy}, \\ X_2 - X_1 = \dfrac{d\varphi_{1,2}}{dx}, \end{cases} \qquad (8_g)\quad \begin{cases} M_2 - M_1 = 0, \\ N_2 - N_1 = 0. \end{cases}$$

Die Anwendung hiervon auf die dritten der Gleichungen (7_a) und (7_b) ergiebt dann als Bedingungen für die Normalkräfte, dass zu beiden Seiten der Grenzfläche die Werthe der Ausdrücke:

$$\mu_{13}\frac{dL}{dt} + \mu_{23}\frac{dM}{dt} + \mu_{33}\frac{dN}{dt},$$

$$\varepsilon_{13}\frac{dX}{dt} + \varepsilon_{23}\frac{dY}{dt} + \varepsilon_{33}\frac{dZ}{dt} + 4\pi\Big\{\lambda_{31}(X - X') + \lambda_{32}(Y - Y') + \lambda_{33}(Z - Z')\Big\}$$

die gleichen sein müssen. Sind die Körper zu beiden Seiten der Grenzfläche homogen, so hat das Vorhandensein der elektromotorischen Kräfte keinen Einfluss auf die Bedingungen, durch welche die zu beiden Seiten herrschenden Kräfte mit einander verknüpft sind.

Da unsere Grenzbedingungen nichts anderes sind, als die allgemeinen Gleichungen (7_a) und (7_b), transformirt für besondere Verhältnisse, so können wir jede Aussage und jede Operation, welche in einem bestimmten Bereich diese allgemeinen Gleichungen betrifft, ohne weiteres auch über die in dem Bereich vorkommenden Grenzen heterogener Körper uns erstreckt denken, vorausgesetzt nur, dass dieses Verfahren nicht mathematische Unzulässigkeiten einschliesst, vorausgesetzt also, dass sich unsere Aussagen und Operationen unmittelbar oder nach geeigneter Umformung beständig in endlichen und bestimmten Ausdrücken bewegen. Wir werden der hieraus entspringenden Bequemlichkeit des öfteren uns bedienen. Wenn wir dabei im allgemeinen darauf verzichten, den Beweis der Endlichkeit und Bestimmtheit aller vorkommenden Ausdrücke zu erbringen, so geschieht dies nicht, weil wir diesen Beweis für überflüssig hielten, sondern

nur, weil für alle in Betracht kommenden Fälle der Beweis schon seit lange erbracht oder nach bekannten Mustern zu erbringen ist.

Von den bisherigen Abschnitten vermehrte ein jeder die Zahl der von der Theorie umfassten Thatsachen. Im Gegensatz dazu handeln die nächstfolgenden Abschnitte von Namen und Bezeichnungen. Da durch Einführung derselben die Zahl der umfassten Thatsachen nicht vermehrt wird, so sind sie nur ein Beiwerk der Theorie; ihr Werth besteht zum Theil in der Ermöglichung einer kürzeren Ausdrucksweise, zum Theil aber auch nur darin, dass sie die Verbindung unserer Theorie mit den älteren Anschauungen der Elektricitätslehre vermitteln.

9. Elektrische und magnetische Polarisation.

Soweit sich unsere Gleichungen auf isotrope Medien beziehen, giebt jede einzelne den im nächsten Augenblick statthabenden Werth einer einzigen der in Betracht kommenden physikalischen Grössen, ausgedrückt als eindeutige Function der im gegenwärtigen Augenblick vorhandenen Zustände. Diese Form der Gleichungen ist eine sehr vollkommene vom mathemathischen Standpunkte aus, weil sie uns von vornherein übersehen lässt, dass die Gleichungen den Ablauf eines jeden willkürlich angeregten Processes eindeutig bestimmen. Sie ist sehr vollkommen auch von einem mehr philosophischen Standpunkte aus, weil sie uns sogleich in der linken Seite der Gleichung den zukünftigen Zustand, die Wirkung, erkennen lässt, in der rechten Seite der Gleichung aber als Ursache den gegenwärtigen Zustand aufweist. Diejenigen unserer Gleichungen, welche sich auf anisotrope Medien beziehen, haben nicht diese vollkommene Form, da sie auf der linken Seite nicht die Aenderungen einer einzelnen physikalischen Grösse, sondern Functionen solcher Aenderungen enthalten. Da diese Functionen lineare sind, kann allerdings durch Auflösung der Gleichungen nach den einzelnen Aenderungen die gewünschte Form hergestellt werden. Ein anderes Mittel zu gleichem Zwecke, welches zugleich die Gleichungen vereinfacht, ist die Einführung der Grössen, welche wir Polarisationen nennen. Wir setzen:

$$(9_c)\begin{cases}\mathfrak{L}=\mu_{11}L+\mu_{12}M+\mu_{13}N,\\ \mathfrak{M}=\mu_{12}L+\mu_{22}M+\mu_{23}N,\\ \mathfrak{N}=\mu_{13}L+\mu_{23}M+\mu_{33}N;\end{cases}\qquad (9_d)\begin{cases}\mathfrak{X}=\varepsilon_{11}X+\varepsilon_{12}Y+\varepsilon_{13}Z,\\ \mathfrak{Y}=\varepsilon_{12}X+\varepsilon_{22}Y+\varepsilon_{23}Z,\\ \mathfrak{Z}=\varepsilon_{13}X+\varepsilon_{23}Y+\varepsilon_{33}Z,\end{cases}$$

und nennen die Resultante der $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$ die magnetische, die Resultante der $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ die elektrische Polarisation. Für isotrope Medien sind Polarisationen und Kräfte gleich gerichtet, und das Verhältniss ersterer zu letzteren ist die Dielektricitäts-, resp. Magnetisirungsconstante. Für den Aether fallen Polarisationen und Kräfte zusammen. Führen wir die Polarisationen in die linken Seiten unserer Gleichungen ein, so giebt uns jede Gleichung die Aenderung einer einzigen Polarisationscomponente als Folge der augenblicklich vorhandenen Kräfte. Da die Kräfte lineare Functionen der Polarisationen sind, so hat es keine Schwierigkeit, auch auf der rechten Seite der Gleichungen die Polarisationen einzuführen. Wir würden hierdurch diejenige gerichtete Grösse, durch welche wir die elektromagnetischen Zustände zuerst bestimmten, die Kraft, ersetzt haben durch eine andere gerichtete Grösse, die Polarisation, welche uns das gleiche, aber wenig mehr leistet, als jene. Dass die Einführung der Polarisationen und Kräfte nebeneinander die Gleichungen wesentlich vereinfacht, ist eine erste Andeutung dafür, dass eine vollständige Darstellung der Zustände in ponderabeln Körpern die Angabe mindestens zweier gerichteten Grössen für den elektrischen und zweier gerichteten Grössen für den magnetischen Zustand erfordert.

Um unsere Gleichungen weiter zu vereinfachen, setzen wir:

$$(9_e)\quad\begin{cases}u=\lambda_{11}(X-X')+\lambda_{12}(Y-Y')+\lambda_{13}(Z-Z'),\\ v=\lambda_{21}(X-X')+\lambda_{22}(Y-Y')+\lambda_{23}(Z-Z'),\\ w=\lambda_{31}(X-X')+\lambda_{32}(Y-Y')+\lambda_{33}(Z-Z').\end{cases}$$

Aus Gründen, welche im folgenden Abschnitt hervortreten, nennen wir u, v, w die (elektrostatisch gemessenen) Componenten der elektrischen Strömung.

Unsere allgemeinsten Gleichungen nehmen nunmehr die Form an:

$$(9_a)\begin{cases} A\frac{d\mathfrak{L}}{dt}=\frac{dZ}{dy}-\frac{dY}{dz}, \\ A\frac{d\mathfrak{M}}{dt}=\frac{dX}{dz}-\frac{dZ}{dx}, \\ A\frac{d\mathfrak{N}}{dt}=\frac{dY}{dx}-\frac{dX}{dy}; \end{cases} \qquad (9_b)\begin{cases} A\frac{d\mathfrak{X}}{dt}=\frac{dM}{dz}-\frac{dN}{dy}-4\pi Au, \\ A\frac{d\mathfrak{Y}}{dt}=\frac{dN}{dx}-\frac{dL}{dz}-4\pi Av, \\ A\frac{d\mathfrak{Z}}{dt}=\frac{dL}{dy}-\frac{dM}{dx}-4\pi Aw, \end{cases}$$

und die elektromagnetische Energie der Volumeneinheit eines beliebigen Körpers erhält durch Einführung der Polarisationen die Gestalt:

$$\frac{1}{8\pi}(\mathfrak{X}X+\mathfrak{Y}Y+\mathfrak{Z}Z)+\frac{1}{8\pi}(\mathfrak{L}L+\mathfrak{M}M+\mathfrak{N}N).$$

In diesen Aussagen kommen keine Grössen mehr vor, welche sich auf einen besonderen Körper beziehen. Die Aussage, dass diese Gleichungen für alle Punkte des unendlichen Raumes erfüllt sein müssen, umfasst alle in dies Gebiet einzureihenden Probleme, und die unendliche Mannigfaltigkeit dieser Probleme entsteht nur dadurch, dass die Constanten der linearen Relatione (9_c), (9_d), (9_e), nämlich die ε, μ, λ, X', Y', Z' in mannigfaltiger Weise Functionen des Raumes sein können, teils stätig, theils unstätig von Punkt zu Punkt sich verändernd.

10. Elektricität und Magnetismus.

Es sei ein System ponderabeler Körper, in welchem elektromagnetische Vorgänge sich abspielen, durch den leeren Raum abgegrenzt gegen andere Systeme. Differentiiren wir die drei Gleichungen (9_b) bezw. nach x, y, z und addiren, so erhalten wir für alle Punkte des Systems die Gleichung:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{d\mathfrak{X}}{dx}+\frac{d\mathfrak{Y}}{dy}+\frac{d\mathfrak{Z}}{dz}\right)=-4\pi\left(\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}+\frac{dw}{dz}\right).$$

Wir multipliciren diese Gleichung mit dem Raumelement $d\tau$ und integriren über den Raum bis zu einer beliebigen, das ponderabele System vollständig umschliessenden Fläche. Das Element dieser Fläche sei $d\omega$, die auf $d\omega$ senkrechte Richtung bilde mit den Axen die Winkel n,x, n,y, n,z. Wir erhalten, da die u, v, w an der Fläche gleich Null sind:

$$\frac{d}{dt}\int\left(\frac{d\mathfrak{X}}{dx}+\frac{d\mathfrak{Y}}{dy}+\frac{d\mathfrak{Z}}{dz}\right)d\tau=\frac{d}{dt}\int(\mathfrak{X}\cos n,x+\mathfrak{Y}\cos n,y+\mathfrak{Z}\cos n,z)\,d\omega$$

$$= -4\pi \int \left(\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz}\right) d\tau$$

$$= -4\pi \int (u \cos n,x + v \cos n,y + w \cos n,z)\, d\omega = 0.$$

Also, wenn e eine von der Zeit unabhängige Grösse bezeichnet:

$$(10_a) \begin{cases} \int \left(\frac{d\mathfrak{X}}{dx} + \frac{d\mathfrak{Y}}{dy} + \frac{d\mathfrak{Z}}{dz}\right) d\tau \\ = \int (\mathfrak{X} \cos n,x + \mathfrak{Y} \cos n,y + \mathfrak{Z} \cos n,z)\, d\omega = 4\pi e. \end{cases}$$

Die Grösse e ist offenbar eine Function des elektrischen Zustandes des Systems und zwar eine solche Function, welche durch keine inneren oder äusseren lediglich elektrodynamischen Vorgänge vermehrt oder vermindert werden kann. Diese Unzerstörbarkeit der Grösse e, welche dieselbe auch gegenüber anderen als rein elektrodynamischen Vorgängen bewahrt, so lange sich diese Vorgänge auf das Innere des Systems beschränken, hat die Vermuthung wachgerufen, dass e die Menge einer in dem System enthaltenen Substanz angebe. Entsprechend dieser Anschauung nennen wir e die Menge der in dem ponderabelen System enthaltenen Elektricität. Allerdings kann e positiv oder negativ sein, während die Menge einer Substanz nothwendig positiv ist. Man hat deshalb die Hypothese vervollständigt durch die Annahme zweier Elektricitäten von entgegengesetzten Eigenschaften und hat dem e dann die Bedeutung der Differenz beider beigelegt, oder man hat Hülfe gesucht in der Annahme, es bezeichne e nur die Abweichung des wirklichen Gehaltes an Elektricität von dem normalen. Stellt aber in einer dieser oder in einer anderen Form e die Menge einer Substanz dar, so muss jedes Raumelement $d\tau$ seinen bestimmten Beitrag zu dem Gesammtwerthe von e liefern. Nur vermuthungsweise können wir das Raumintegral, welches uns e liefert, auf die einzelnen Raumelemente vertheilen. Eine erste mögliche und augenblicklich naheliegende Vertheilung legt dem Raumelement $d\tau$ den Elektricitätsinhalt:

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\mathfrak{X}}{dx} + \frac{d\mathfrak{Y}}{dy} + \frac{d\mathfrak{Z}}{dz}\right) d\tau$$

bei. Die so bestimmte Elektricitätsmenge des Raumelementes wollen wir die wahre Elektricität desselben nennen; dement-

sprechend nennen wir im Innern eines Körpers den Ausdruck:

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\mathfrak{X}}{dx}+\frac{d\mathfrak{Y}}{dy}+\frac{d\mathfrak{Z}}{dz}\right)$$

die wahre räumliche Dichte und an der Grenzfläche verschiedenartiger Körper den Ausdruck:

$$\frac{1}{4\pi}\left\{(\mathfrak{X}_2-\mathfrak{X}_1)\cos n,x+(\mathfrak{Y}_2-\mathfrak{Y}_1)\cos n,y+(\mathfrak{Z}_2-\mathfrak{Z}_1)\cos n,z\right\}$$

die wahre Flächendichte der Elektricität.

Eine andere mögliche und naheliegende Vertheilung von e auf die Raumelemente erhalten wir durch die Bemerkung, dass im leeren Raume Polarisationen und Kräfte identisch sind, dass wir also schreiben können an Stelle von (10_a):

$$(10_b)\begin{cases} 4\pi e=\int(X\cos n,x+Y\cos n,y+Z\cos n,z)\,d\omega \\ \qquad =\int\left(\frac{dX}{dx}+\frac{dY}{dy}+\frac{dZ}{dz}\right)d\tau, \end{cases}$$

und weiterhin den Ausdruck:

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{dX}{dx}+\frac{dY}{dy}+\frac{dZ}{dz}\right)d\tau$$

als den Beitrag betrachten, welchen das Raumelement $d\tau$ zu e liefert. Die so bestimmte Elektricitätsmenge eines Raumelementes nennen wir die freie Elektricität desselben, dementsprechend:

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{dX}{dx}+\frac{dY}{dy}+\frac{dZ}{dz}\right)$$

die freie räumliche Dichte, und an Unstätigkeitsflächen:

$$\frac{1}{4\pi}\left\{(X_2-X_1)\cos n,x+(Y_2-Y_1)\cos n,y+(Z_2-Z_1)\cos n,z\right\}$$

die freie Flächendichtigkeit der Elektricität. Den Unterschied zwischen der wahren und der freien Elektricität nennen wir die gebundene Elektricität. Unsere Bezeichnungsweise schliesst sich derjenigen üblichen Bezeichnungsweise an, welche ihren Ursprung aus der bisherigen Anschauung von dem Zustandekommen der elektrischen Fernwirkungen nimmt.[1] Nach dieser Anschauung

[1] [Siehe Anmerkung 30 am Schluss des Buches.]

wird ein Theil der in einen Nichtleiter eingeführten fremden oder „wahren“ Elektricitätsmengen durch elektrische Verschiebungen[1]) in den Molecülen des umgebenden Mittels „gebunden“, während der Rest „frei“ bleibt, seine Fernwirkungen nach aussen zu entfalten. Doch weicht auch in manchen Aussagen unsere Bezeichnungsweise von der üblichen ab. Da aber die letztere schwankend und nicht immer consequent ist, so war es mir nicht möglich, eine Bezeichnungsweise zu finden, welche nicht in irgend einem Falle gegen den Sprachgebrauch verstiess. Auch insofern schwankt die übliche Ausdrucksweise, als sie unter Elektricität schlechthin ohne Unterschied bald die wahre, bald die freie Elektricität versteht, sogar in wichtigen Aussagen.

Nach dem Vorangegangenen bezeichnen wir das durch 4π dividirte und über eine beliebige geschlossene Fläche erstreckte Integral:

$$\int (\mathfrak{X} \cos n,x + \mathfrak{Y} \cos n,y + \mathfrak{Z} \cos n,z)\, d\omega$$

als die von dieser Fläche umschlossene wahre Elektricität. Das gleiche Integral erstreckt über eine nicht geschlossene Fläche wollen wir die Zahl der diese Fläche im Sinne der positiven Normalen durchschneidenden elektrischen Kraftlinien nennen. Durch diese Bezeichnung knüpfen wir an die Vorstellung Faraday's an, derzufolge die Kraftlinien Linien sind, welche in isotropen homogenen Körpern überall in Richtung der herrschenden Kraft laufen, und zwar in einer Fülle, welche der Grösse der Kraft proportional ist. Wir haben allerdings durch unsere Bezeichnung diese Vorstellung dahin vervollständigt, bezw. präcisirt, dass die Kraftlinien in beliebigen Körpern überall in Richtung der Polarisation, nicht der Kraft laufen sollen und haben allgemein ihre Dichte der Grösse der Polarisation, nicht der Kraft proportional gesetzt. Unsere Definitionen bringen es mit sich, dass die mit 4π multiplicirte Menge der in einem beliebigen Raume enthaltenen wahren Elektricität gleich ist dem Ueberschuss der in den Raum eintretenden Kraftlinien über die austretenden. Jede Kraftlinie, welche überhaupt ein Ende findet, mündet demnach an wahrer Elektricität und wir könnten die

[1]) Welche nicht etwa mit unseren Polarisationen identisch sind. [Siehe den theoretischen Theil der Einleitung.]

wahren Elektricitäten definiren als die freien Enden der Kraftlinien. Ist ein gewisser Raum in der Nachbarschaft der Fläche, über welche unser Integral erstreckt ist, frei von wahrer Elektricität, so ist der Werth des Integrales unabhängig von der besonderen Lage der Fläche innerhalb dieses Raumes und nur abhängig von der Lage der Grenzlinie der Fläche. Für diesen Fall bezeichnen wir dann den Werth des Integrales auch als die Zahl der die Umrisslinie durchsetzenden Kraftlinien, indem wir uns die in diesem Ausdruck bleibende Vieldeutigkeit, soweit nöthig, durch besondere Festsetzungen beseitigt denken.

Wir wollen weiter die Aenderung der wahren Elektricität e_w in einem beliebig begrenzten Theile unseres Systems berechnen. Es möge $d\omega$ wiederum ein Element der Grenzfläche dieses Theiles sein. Wir erhalten:

$$(10_c)\ \frac{d e_w}{d t} = -\int\left(\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}+\frac{dw}{dz}\right)d\tau = -\int(u\cos n,x + v\cos n,y + w\cos n,z)\,d\omega.$$

Verläuft nun unsere Grenzfläche lediglich in solchen Körpern, für welche die λ gleich Null sind, so verschwinden an der Fläche immer noch die u, v, w, es ist also der Inhalt des umspannten Raumes an wahrer Elektricität constant. Aus einem Raume, welcher vollständig von Körpern umgeben ist, für welche die λ gleich Null sind, vermag demnach die wahre Elektricität durch rein elektrodynamische Vorgänge nicht zu entweichen. Aus dieser Ursache nennen und nannten wir solche Körper Nichtleiter. Geht die Grenzfläche aber ganz oder theilweise durch Körper, in welchen die λ von Null verschieden sind, so ist eine Aenderung des Elektricitätsgehaltes des umschlossenen Raumes durch rein elektrische Bewegungen möglich; aus diesem Grunde bezeichnen wir Körper der letzteren Art als Leiter. Die Unterscheidung der Körper in Leiter und Nichtleiter bezieht sich also auf die wahre Elektricität, in Hinsicht der freien Elektricität können alle Körper als Leiter betrachtet werden (Verschiebungsströme). Die Menge einer Substanz kann sich in einem Raume nur mittelst Ein- und Austrittes durch die Oberfläche hindurch verändern, und zwar muss durch jedes Oberflächenelement hindurch eine bestimmte Menge der Substanz treten. Mit der Thatsache, dass durch jede geschlossene Oberfläche in der Zeiteinheit die durch unser Integral angegebene Elektricitätsmenge tritt, ist die An-

nahme vereinbar, dass durch die Flächeneinheit jedes Oberflächenelementes die Menge:

$$u \cos n, x + v \cos n, y + w \cos n, z$$

trete. Entsprechend dieser Annahme nennen und nannten wir u, v, w die Componenten der elektrischen Strömung und das über eine nicht geschlossene Oberfläche genommene Integral

$$\int (u \cos n, x + v \cos n, y + w \cos n, z) \, d\omega$$

den diese Fläche durchfliessenden elektrischen Strom. Es muss indessen hervorgehoben werden, dass selbst wenn die Stofflichkeit der Elektricität zugegeben ist, die obige specielle Bestimmung ihrer Strömung in Leitern eine weitere Hypothese einschliesst. Dem gefundenen Systeme der Bewegung kann ein willkürliches, in jedem Augenblick geschlossenes Stromsystem überdeckt werden, ohne dass dadurch die Ab- oder Zunahme der Elektricität in irgend einem Punkte sich änderte.

Ist ein Theil unseres Systems durch lediglich elektromagnetische Vorgänge aus dem unelektrischen Zustand in seinen gegenwärtigen gelangt, oder kann er durch lediglich elektromagnetische Veränderungen in den unelektrischen Zustand zurückkehren, so ist in allen Nichtleitern dieses Theiles die wahre Elektricität gleich Null. Für solche Theile eines Systems treten dann also zu den allgemeinen Gleichungen noch die folgenden, mit ihnen verträglichen als Beschränkungen der zulässigen Anfangszustände hinzu:

$$\frac{d\mathfrak{X}}{dx} + \frac{d\mathfrak{Y}}{dy} + \frac{d\mathfrak{Z}}{dz} = 0$$

für das Innere der Nichtleiter;

$$(\mathfrak{X}_2 - \mathfrak{X}_1) \cos n, x + (\mathfrak{Y}_2 - \mathfrak{Y}_1) \cos n, y + (\mathfrak{Z}_2 - \mathfrak{Z}_1) \cos n, z = 0$$

für die Grenze zweier heterogener Nichtleiter.

Ganz analoge Betrachtungen wie in Hinsicht der elektrischen lassen sich anstellen in Hinsicht der magnetischen Erscheinungen. Indem wir auf diese eingehen und dabei die Gleichungen (9_a) benutzen, nennen wir für das Innere eines Körpers:

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\mathfrak{L}}{dx} + \frac{d\mathfrak{M}}{dy} + \frac{d\mathfrak{N}}{dz}\right)$$

die wahre räumliche Dichte, an der Grenze zweier Körper den Ausdruck:

$$\frac{1}{4\pi}\left\{(\mathfrak{L}_2 - \mathfrak{L}_1)\cos n,x + (\mathfrak{M}_2 - \mathfrak{M}_1)\cos n,y + (\mathfrak{N}_2 - \mathfrak{N}_1)\cos n,z\right\}$$

die wahre Flächendichtigkeit des Magnetismus und das über einen bestimmten Theil des Raumes genommene Integral dieser Grössen den in diesem Theil enthaltenen wahren Magnetismus. Das über eine nicht geschlossene Fläche genommene Integral:

$$\int (\mathfrak{L}\cos n,x + \mathfrak{M}\cos n,y + \mathfrak{N}\cos n,z)\,d\omega$$

nennen wir die Zahl der durch diese Fläche, resp. den Umfang dieser Fläche tretenden magnetischen Kraftlinien. Ferner nennen wir für das Innere eines Körpers:

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{dL}{dx} + \frac{dM}{dy} + \frac{dN}{dz}\right)$$

die freie räumliche Dichte, an der Grenze zweier Körper:

$$\frac{1}{4\pi}\left\{(L_2 - L_1)\cos n,x + (M_2 - M_1)\cos n,y + (N_2 - N_1)\cos n,z\right\}$$

die freie Flächendichtigkeit des Magnetismus. Die Unterschiede zwischen Leitern und Nichtleitern fallen hier fort, da die Gleichungen (9_a) keine den u, v, w der Gleichungen (9_b) entsprechende Glieder enthalten. In Hinsicht des wahren Magnetismus sind alle Körper Nichtleiter, in Hinsicht des freien Magnetismus können alle Körper als Leiter aufgefasst werden.

Ist ein System oder ein Theil eines solchen durch lediglich elektromagnetische Vorgänge aus dem unmagnetischen Zustand hervorgegangen oder kann es durch solche Vorgänge in denselben zurücksinken, so gelten für das System oder diesen Theil des Systems die Gleichungen:

$$\frac{d\mathfrak{L}}{dx} + \frac{d\mathfrak{M}}{dy} + \frac{d\mathfrak{N}}{dz} = 0$$

für das Innere der Körper und:

$$(\mathfrak{L}_2 - \mathfrak{L}_1)\cos n,x + (\mathfrak{M}_2 - \mathfrak{M}_1)\cos n,y + (\mathfrak{N}_2 - \mathfrak{N}_1)\cos n,z = 0$$

für die Grenzflächen heterogener Körper, welche Gleichungen zu den allgemeinen als mit diesen verträgliche Bestimmungen über die möglichen Anfangszustände hinzutreten.



11. Erhaltung der Energie.

Es bezeichne S die elektromagnetische Energie eines Raumes τ, welcher durch die Oberfläche ω begrenzt wird. Wir berechnen die Aenderung von S, indem wir die Gleichungen (9_a) und (9_b) multipliciren sämmtlich mit $(1/4\pi A)\, d\tau$, alsdann der Reihe nach mit L, M, N, X, Y, Z, alles addiren und integriren über den Raum τ. Wir erhalten:

$$(11_a)\quad \begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = \dfrac{1}{4\pi A}\displaystyle\int\Big\{(NY - MZ)\cos n,x + (LZ - NX)\cos n,y \\ \qquad + (MX - LY)\cos n,z\Big\}\, d\omega - \displaystyle\int (uX + vY + wZ)\, d\tau. \end{cases}$$

Erstrecken wir den Raum τ über ein vollständiges elektromagnetisches System, d. h. bis zu einer Fläche, an welcher die Kräfte verschwinden, so wird unsere Gleichung:

$$\frac{dS}{dt} = -\int (uX + vY + wZ)\, d\tau.$$

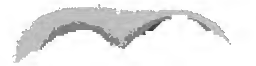
Die Erhaltung der Energie verlangt demnach, dass in jedem System, welches der Einwirkung von aussen nicht unterliegt, in der Zeiteinheit ein Energiebetrag von der Grösse des rechts stehenden Integrals in anderer als elektromagnetischer Form auftritt. Die Erfahrung genügt dieser Forderung, sie belehrt uns weitergehend, dass jedes einzelne Raumelement $d\tau$ zum Gesammtbetrage der umgesetzten Energie den Betrag

$$(uX + vY + wZ)\, d\tau$$

liefert und zeigt uns, in welchen neuen Formen diese Energie auftritt. Allerdings leistet dieses die Erfahrung genau gesprochen nicht allgemein, sondern einstweilen nur in Hinsicht der folgenden besonderen Fälle. Im Innern eines homogenen isotropen Leiters nimmt die in der Zeiteinheit und Volumeinheit auftretende Energiemenge nach der Theorie sowohl als nach der Erfahrung die Form an:

$$\lambda (X^2 + Y^2 + Z^2) = \frac{1}{\lambda}\, (u^2 + v^2 + w^2),$$

sie ist stets positiv und entspricht einer Wärmeentwickelung — der Joule'schen Wärme. An der Grenze zweier homogenen isotropen Körper nimmt in der Uebergangsschicht die in der



Volumeinheit auftretende Energiemenge die Form an

$$u\,X' + v\,Y' + w\,Z';$$

eine Integration über die ganze Dicke der Uebergangsschicht ergiebt daraus für die in der Flächeneinheit der Grenze auftretende Energiemenge den Betrag:

$$(u \cos n, x + v \cos n, y + w \cos n, z) \,.\, \varphi_{1,2},$$

welchen Ausdruck ebenfalls die Erfahrung bestätigt. Es kann dieser Ausdruck positiv oder negativ sein, er kann einem Verschwinden oder Entstehen fremder Energieformen entsprechen. Entweder ist die umgesetzte fremde Energie hier gleichfalls Wärme — Peltier'sche Wärme —; in diesem Falle bezeichnen wir die thätigen elektromotorischen Kräfte als thermoelektrische. Oder es wird neben Wärme auch chemische Energie umgesetzt; in diesem Falle bezeichnen wir die Kräfte als elektrochemische. Fassen wir nunmehr einen beliebig begrenzten Theil unseres Systems ins Auge und berechnen die Zunahme der gesammten Energie dieses Theiles, also der Grösse:

$$\frac{dS}{dt} + \int (u\,X + v\,Y + w\,Z)\, d\tau,$$

so finden wir nach dem vorigen diese Zunahme gleich einem über die Oberfläche des Raumes genommenen Integral. Die Aenderung des Energievorrathes dieses und damit eines jeden Raumes wird also richtig berechnet, wenn wir annehmen, die Energie trete nach Art einer Substanz durch die Oberfläche ein, und zwar in solcher Fülle, dass durch die Flächeneinheit einer jeden Oberfläche die Menge:

$$\frac{1}{4\pi A}\Big\{ (NY - MZ) \cos n, x + (LZ - NX) \cos n, y + (MX - LY) \cos n, z \Big\}$$

tritt. Eine geometrische Discussion dieses Ausdrucks ergiebt, dass unsere Annahme identisch ist mit der Aussage, die Energie bewege sich überall in einer Richtung, welche auf den Richtungen der magnetischen und der elektrischen Kraft senkrecht steht und in solcher Fülle, dass in dieser Richtung in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit eine Menge trete gleich dem Product der beiden Kräfte, dem Sinus des eingeschlossenen

Winkels und dem Factor $1/4\pi A$. Es ist dies die höchst bemerkenswerthe Theorie des Hrn. Poynting über die Bewegung der Energie im elektromagnetischen Felde.[1]) Bei Beurtheilung der physikalischen Bedeutung derselben muss erstens hervorgehoben werden, dass die Zerlegung unseres Oberflächenintegrales in seine Elemente eine hypothetische war, und dass das Ergebniss derselben nicht immer ein wahrscheinliches ist. Ruht ein Magnet dauernd neben einem elektrisirten Körper, so muss zufolge dieses Resultats die Energie der Nachbarschaft sich in beständiger Bewegung befinden, allerdings in geschlossenen Bahnen. Ein grösseres Bedenken scheint mir in der Frage zu liegen, wie weit bei unseren gegenwärtigen Kenntnissen von der Energie die Localisation derselben und ihre Verfolgung von Punkt zu Punkt überhaupt Sinn und Bedeutung hat. Derartige Betrachtungen sind noch nicht durchgeführt bei den einfachsten Energieumsätzen der gewöhnlichen Mechanik; es ist daher die Frage noch unerledigt, ob und in welchem Umfange der Begriff der Energie eine solche Behandlungsweise zulässt.[2])

12. Ponderomotorische Kräfte.

Die mechanischen Kräfte, welche wir im elektromagnetisch gestörten Felde zwischen den ponderabelen Körpern wahrnehmen, sehen wir an als die Resultanten mechanischer Druckkräfte, welche durch das Vorhandensein der elektromagnetischen Störungen im Aether und in den übrigen Körpern wachgerufen werden. Zufolge dieser Anschauung sind die auf einen ponderabeln Körper wirkenden mechanischen Kräfte vollständig bestimmt durch den elektromagnetischen Zustand seiner unmittelbaren Umgebung, ohne dass es darauf ankäme, welche Ursachen weiterhin diesen Zustand hervorgerufen haben. Wir setzen ferner voraus, dass die unterstellten Druckkräfte von solcher Art sind, dass sie keine Resultanten ergeben, welche das Innere des Aethers selbst in Bewegung zu setzen streben. Ohne diese Voraussetzung wäre unser System nothwendig unrichtig oder doch unvollständig, denn ohne sie könnte man von elektromagnetischen Kräften im ruhenden Aether allgemein gar nicht reden. Eine nothwendige

---

[1]) J. H. Poynting, Phil. Trans. 2. p. 343. 1884.

[2]) [Siehe Anmerkung 31 am Schluss des Buches.]

Folge dieser Voraussetzung ist es, dass die an den ponderabeln Körpern zu beobachtenden mechanischen Kräfte dem Princip der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung genügen.

Es fragt sich nun, ob sich Druckkräfte angeben lassen, welche diesen Anschauungen entsprechen und geeignet sind, die wirklich beobachteten Resultanten zu ergeben. Maxwell und in allgemeinerer Form von Helmholtz haben Formen der Druckkräfte angegeben, welche allen Ansprüchen genügen für statische und stationäre Zustände. Aber für den allgemeinen veränderlichen Zustand als gültig angenommen, würden diese Drucke das Innere des Aethers selbst in Bewegung setzen. Wir nehmen deshalb an, dass die vollständigen Formen noch nicht gefunden seien, vermeiden es, bestimmte Angaben über die Grösse der Drucke zu machen und ziehen es vor, die ponderomotorischen Kräfte abzuleiten mit Hülfe der Voraussetzungen, welche wir bereits angegeben haben, mit Hülfe des Princips von der Erhaltung der Energie und mit Hülfe der folgenden Erfahrungsthatsache: Werden die ponderabelen Körper eines elektrisch oder magnetisch erregten Systems, welches dem statischen Zustand stets unendlich nahe bleibt, gegen einander bewegt und gleichzeitig die in jedem Element der Körper befindliche Menge der wahren Elektricität und des wahren Magnetismus als unveränderlich und an dem Elemente haftend behandelt, so findet die zur Bewegung der Körper verbrauchte mechanische Arbeit ihre einzige Compensation in der Vermehrung der elektromagnetischen Energie des Systems, ist also dieser gleich.[1])

Es bleibt die Frage offen, ob sich überhaupt Formen der Druckkräfte angeben lassen, welche den von uns gestellten Anforderungen allgemein und genau genügen. Sollte dies nicht der Fall sein, so enthält die Gesammtheit unserer Voraussetzungen einen inneren Widerspruch, welcher durch eine Correction an einer oder an mehreren dieser Voraussetzungen gehoben werden muss. Die erforderlichen Verbesserungen sind aber jedenfalls von solcher Art, dass sie in keiner der bisher beobachteten Erscheinungen ihre Wirkung geltend machen. Im übrigen ist hervorzuheben, dass, wenn sich hier eine Lücke in unserer Theorie findet, dies nicht eine Lücke in den Grund-

---

[1]) [Siehe Anmerkung 32 am Schluss des Buches.]

lagen, sondern eine solche in den Ausläufern der Theorie ist Denn die erregten mechanischen Kräfte sind von unserem Standpunkte aus eine secundäre Folgeerscheinung der elektromagnetischen Kräfte; wir könnten die Theorie der letzteren behandeln, ohne die ersteren auch nur zu erwähnen, wie wir denn auch alle übrigen minder wichtigen Folgeerscheinungen des elektromagnetischen Zustandes von der Besprechung ausgeschlossen haben.

B. Ableitung der Erscheinungen aus den Grundgleichungen.

Wir theilen die durch unsere Gleichungen dargestellten Erscheinungen ein in statische, stationäre und dynamische. Damit eine Erscheinung zu den statischen oder stationären rechne, ist nöthig, dass sie keine Aenderungen der elektrischen und magnetischen Kräfte mit der Zeit bedinge, dass also die linken Seiten der Gleichungen (9_a) und (9_b) verschwinden. Damit eine Erscheinung weitergehend als eine statische bezeichnet werde, ist ausserdem nöthig, dass sie überhaupt nicht von Aenderungen in der Zeit begleitet werde, dass also insbesondere durch sie kein dauernder Energieumsatz in andere Formen bedingt werde. Hierfür ist die hinreichende und nothwendige Bedingung, dass auch die Grössen u, v, w in den Gleichungen (9_a) und (9_b) verschwinden.

Statische Erscheinungen.

Wenn in den Gleichungen (9_a) und (9_b) die linken Seiten und die u, v, w verschwinden, so zerfällt das System in zwei voneinander unabhängige Systeme, von welchen das eine nur die elektrischen, das andere nur die magnetischen Kräfte enthält. Wir erhalten so zwei Gruppen von Problemen, von denen die eine als Elektrostatik, die andere als Lehre vom ruhenden Magnetismus bezeichnet zu werden pflegt.

13. Elektrostatik.

Vom Auftreten der elektromotorischen Kräfte sehen wir in diesem Abschnitt ab, weil, wenn dieselben das Zustandekommen des statischen Zustandes überhaupt gestatten, ihre Wirkung zu schwach ist, um in den interessirenden Problemen in Betracht zu kommen. Hiernach müssen alsdann in den Leitern, woselbst die λ nicht verschwinden, die Kräfte $X\ Y Z$ verschwinden. In den Nichtleitern nehmen die Gleichungen (9_a) die Form an:

$$(13_a)\qquad \frac{dZ}{dy} - \frac{dY}{dz} = \frac{dX}{dz} - \frac{dZ}{dx} = \frac{dY}{dx} - \frac{dX}{dy} = 0.$$

Die Kräfte besitzen demnach ein Potential φ, dessen negativen Differentialquotienten sie gleich gesetzt werden können. Da die Kräfte überall endlich sind, ist φ überall stetig, es kann auch durch die Leiter hindurch fortgesetzt werden und ist alsdann in diesen als constant zu betrachten. An einer Grenzfläche setzen sich die zur Grenzfläche tangentialen Differentialquotienten von φ stetig durch die Fläche fort. Bezeichnet im übrigen e_f die räumliche Dichte der freien Elektricität, so genügt nach Abschnitt 10 das Potential φ überall im Raume der Gleichung $\Delta\varphi = -4\pi e_f$, welche im freien Aether die Form $\Delta\varphi = 0$ annimmt, und deren sinngemässe Umformung für die Trennungsfläche heterogener Körper daselbst die Bedingung ergiebt:

$$\left(\frac{d\varphi}{dn}\right)_2 - \left(\frac{d\varphi}{dn}\right)_1 = -4\pi e'_f,$$

unter e'_f die Flächendichtigkeit der freien Elektricität verstanden. Aus der Gesammtheit dieser Bedingungen folgt für φ der bis auf eine willkürlich bleibende Constante eindeutig bestimmte Werth $\varphi = \int (e_f / r)\, d\tau$, das Integral über den ganzen Raum, unter sinngemässer Berücksichtigung der Grenzflächen erstreckt. Bei gleicher Vertheilung des Potentials und der Kräfte in verschiedenen Nichtleitern sind also die freien Elektricitäten die gleichen. Die entsprechenden Mengen der wahren Elektricitäten aber sind verschieden und stehen für das Innere zweier homogener Nichtleiter im Verhältniss der Dielektricitätsconstanten. Die Bedingung dafür, dass die Dichtigkeit der wahren Elektricität im Innern der Nichtleiter gegebene Werthe e_w habe, ist, wenn wir uns für den Augenblick auf isotrope Körper beschränken:

$$\frac{d}{dx}\left(\varepsilon\frac{d\varphi}{dx}\right) + \frac{d}{dy}\left(\varepsilon\frac{d\varphi}{dy}\right) + \frac{d}{dz}\left(\varepsilon\frac{d\varphi}{dz}\right) = -4\pi e_w,$$

welche an der Grenze zweier isotroper Körper die Form annimmt:

$$\varepsilon_2\left(\frac{d\varphi}{dn}\right)_2 - \varepsilon_1\left(\frac{d\varphi}{dn}\right)_1 = -4\pi e'_w,$$

unter e'_w die Flächendichte der wahren Elektricität verstanden.

Werfen wir noch unser Augenmerk auf den Energievorrath eines elektrostatischen Systems. Wir erhalten denselben der Reihe nach in den Formen:

$$\frac{1}{8\pi}\int(\mathfrak{X}X+\mathfrak{Y}Y+\mathfrak{Z}Z)\,d\tau=-\frac{1}{8\pi}\int\left(\mathfrak{X}\frac{d\varphi}{dx}+\mathfrak{Y}\frac{d\varphi}{dy}+\mathfrak{Z}\frac{d\varphi}{dz}\right)d\tau$$
$$=\frac{1}{8\pi}\int\varphi\left(\frac{d\mathfrak{X}}{dx}+\frac{d\mathfrak{Y}}{dy}+\frac{d\mathfrak{Z}}{dz}\right)d\tau=\tfrac{1}{2}\int\varphi\,e_w d\tau=\tfrac{1}{2}\iint\frac{e_w e_f}{r}\,d\tau\,d\tau.$$

Die Integrationen sind dabei über allen Raum erstreckt gedacht, in welchem elektrische Störungen vorkommen, also bis zu Grenzen, an welchen die Störungen verschwinden, und die sinngemässe Umformung der Integrale an den Grenzflächen ist stillschweigend unterstellt. Die Zunahme, welche ein jeder dieser Ausdrücke erleidet, wenn bei eintretender Bewegung der ponderabelen Körper die an den Körperelementen haftenden Mengen der wahren Elektricität constant bleiben, ist nach Abschnitt 12 gleich der von den mechanischen Kräften bei dieser Bewegung geleisteten Arbeit. Besteht also unser System aus zwei Elektricitätsmengen E_1 und E_2, welche im Aether in einem gegen ihre eigenen Dimensionen sehr grossen Abstand R voneinander sich befinden, so vermindert sich bei Vermehrung des Abstandes beider um dR die elektrische Energie des Raumes um:

$$\tfrac{1}{2}(E_1 E_2 + E_2 E_1)\frac{dR}{R^2},$$

der Ausdruck $E_1 E_2 / R^2$ stellt also die mechanische Kraft dar, mit welcher beide Elektricitäten sich voneinander zu entfernen trachten. Das Coulomb'sche Gesetz, welches in den älteren Theorien den Ausgangspunkt aller Betrachtungen bildete, erscheint jetzt als ein entferntes Endresultat.

In Hinsicht der allgemeinen Bestimmung der ponderomotorischen Kräfte müssen wir uns hier begnügen, darauf hinzuweisen, dass die letzten beiden für die Energie erlangten Ausdrücke dieselben sind, deren Aenderung auch nach der gewöhnlichen Elektrostatik die bei der Bewegung der Körper geleistete Arbeit ergiebt, und daraus zu folgern, dass wir aus den Aenderungen dieser Ausdrücke dieselben Kräfte berechnen werden, von welchen die gewöhnliche Elektrostatik ausgeht und welche an der Erfahrung geprüft sind. Insbesondere wird sich zeigen lassen, dass auf ein Körperelement, welches die Menge e an wahrer Elektricität enthält, die mechanischen Kraftcompo-

nenten $e X$, $e Y$, $e Z$ einwirken. Wir kommen dadurch auf die Aussagen zurück, durch deren Hülfe wir zuerst die elektrischen Kräfte einführten.

14. Ruhender Magnetismus.

Die Gleichungen, welche die Componenten ruhender magnetischer Kräfte verbinden, sind die gleichen, welche zwischen den Componenten ruhender elektrischer Kräfte obwalten. Alle Bemerkungen des vorigen Abschnittes lassen sich daher hier unter entsprechender Aenderung der Bezeichnungen wiederholen. Wenn gleichwohl die in diesem Gebiet interessirenden Probleme sich auch in mathematischer Beziehung von denen der Elektrostatik unterscheiden, so liegt das vorzugsweise an folgenden Gründen:

1) Es fällt hier die Classe der als Leiter zu bezeichnenden Körper fort.

2) In allen Körpern, mit Ausnahme solcher, welche permanenten oder remanenten Magnetismus zeigen, kommt wahrer Magnetismus nicht vor. Im Innern derartiger Körper, sofern sie isotrop sind, gilt daher für das magnetische Potential ψ nothwendig stets die Gleichung:

$$\frac{d}{dx}\left(\mu \frac{d\psi}{dx}\right) + \frac{d}{dy}\left(\mu \frac{d\psi}{dy}\right) + \frac{d}{dz}\left(\mu \frac{d\psi}{dz}\right) = 0,$$

welche an der Grenze derartiger Körper übergeht in die Gleichung:

$$\mu_2\left(\frac{d\psi}{dn}\right)_2 - \mu_1\left(\frac{d\psi}{dn}\right)_1 = 0.$$

Etwas verwickeltere, aber leicht angebbare Gleichungen gelten für das Innere und die Grenzen krystallinischer Körper und kommen in Betracht, wenn wir die Erscheinungen der sogenannten Magnetkrystallkraft behandeln wollen.

3) Während die Dielektricitätsconstante aller bekannten Körper grösser als Eins ist, ist die Magnetisirungsconstante für viele Körper auch kleiner als Eins. Solche Körper bezeichnen wir als diamagnetische, im Gegensatz dazu die übrigen als paramagnetische. Die freie magnetische Dichte an der Oberfläche eines an den leeren Raum grenzenden isotropen Körpers ist

gleich dem $(1-\mu)$fachen der im Innern des Körpers normal zur Oberfläche gerichteten Kraft. Bei gleichem Sinn der Kraft ist also das Vorzeichen der Belegung eines diamagnetischen Körpers demjenigen der Belegung eines paramagnetischen Körpers entgegengesetzt.

Die Lehre vom ruhenden Magnetismus gewinnt ferner ein besonderes Ansehen durch den Umstand, dass gerade die in Hinsicht der magnetischen Erscheinungen wichtigsten Körper, Eisen- und Stahlsorten, sich der Theorie nur in ganz roher Annäherung fügen. Diese Körper zeigen permanenten und remanenten Magnetismus, es ist also in ihnen die Polarisation des ponderabelen Stoffes theilweise unabhängig von der herrschenden Kraft, und also der magnetische Zustand nicht vollständig durch eine einzige Richtungsgrösse zu definiren. Da ausserdem die Beziehungen zwischen der Kraft und den durch sie bewirkten Störungen keine linearen sind, so treten diese Körper aus doppeltem Grunde aus dem Rahmen der gegenwärtigen Theorie heraus. Um sie nicht ganz von der Betrachtung ausschliessen zu müssen, ersetzen wir sie durch den jedesmal nächststehenden zweier Idealkörper, des vollkommen weichen Eisens oder des vollkommen harten Stahles. Ersteres definiren wir als einen Körper, welcher unseren Gleichungen folgt, und für welchen μ einen sehr grossen Werth hat. Indem wir diesen Werth je nach der Natur des behandelten Problems verschieden wählen, erzielen wir eine weitere Annäherung. Den vollkommen harten Stahl definiren wir als einen unseren Gleichungen folgenden Körper von der Magnetisirungsconstanten Eins, in dessen Innern wahrer Magnetismus vorkommen kann in beliebiger Vertheilung, jedoch so, dass die Gesammtmenge des in jedem Stahlstück vorhandenen wahren Magnetismus wiederum von Null nicht abweicht.

Stationäre Zustände.

Für den Zustand der stationären Bewegungen gelten in den Nichtleitern die gleichen Bedingungen, wie für den statischen Zustand; in den Leitern, welche wir in diesem Abschnitt der Einfachheit halber als isotrop voraussetzen, nehmen die in Betracht kommenden Gleichungen (9_a), (9_b), (9_c) die Form an:

$$(15_a)\begin{cases}\frac{dZ}{dy}-\frac{dY}{dz}=0,\\ \frac{dX}{dz}-\frac{dZ}{dx}=0,\\ \frac{dY}{dx}-\frac{dX}{dy}=0;\end{cases}\qquad(15_b)\begin{cases}\frac{dM}{dz}-\frac{dN}{dy}=4\pi Au,\\ \frac{dN}{dx}-\frac{dL}{dz}=4\pi Av,\\ \frac{dL}{dy}-\frac{dM}{dx}=4\pi Aw.\end{cases}$$

$$(15_c)\quad u=\lambda(X-X'),\qquad v=\lambda(Y-Y'),\qquad w=\lambda(Z-Z').$$

Differenziren wir die Gleichungen (15_b) beziehungsweise nach x, y, z und addiren sie, so folgt:

$$(15_d)\qquad \frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}+\frac{dw}{dz}=0,$$

welche Gleichung an Flächen, an welchen sich die Strömungen sprungweise ändern, die Form annimmt:

$$(15_e)\ (u_2-u_1)\cos n,x+(v_2-v_1)\cos n,y+(w_2-w_1)\cos n,z=0.$$

Fügen wir die Gleichungen (15_d) und (15_e) den Gleichungen (15_a) und (15_c) hinzu, so erhalten wir ein System, welches lediglich die elektrischen Kräfte enthält. Dasselbe kann ohne Rücksicht auf die magnetischen Kräfte behandelt werden und giebt uns die Theorie der Stromvertheilung. Sind die Componenten u, v, w der Strömung gefunden, so ergiebt uns weiter die Behandlung der Gleichungen (15_b) die von diesen Strömungen ausgeübten magnetischen Kräfte.

15. Vertheilung stationärer Ströme.

Es erhellt aus den Gleichungen (15_a), dass die Kräfte auch im Innern der durchströmten Leiter noch als die negativen Differentialquotienten einer Function φ, des Potentials, dargestellt werden können, welches durch die Bedingung bestimmt ist, dass überall sein muss:

$$(15_f)\ \begin{cases}\frac{d}{dx}\left(\lambda\frac{d\varphi}{dx}\right)+\frac{d}{dy}\left(\lambda\frac{d\varphi}{dy}\right)+\frac{d}{dz}\left(\lambda\frac{d\varphi}{dz}\right)=-\frac{d}{dx}(\lambda X')\\ \qquad\qquad -\frac{d}{dy}(\lambda Y')-\frac{d}{dz}(\lambda Z').\end{cases}$$

An der Grenzfläche zweier heterogener Leiter nimmt diese Gleichung die Form an:

$$(15_g)\ \begin{cases}\lambda_2\left(\frac{d\varphi}{dn}\right)_2-\lambda_1\left(\frac{d\varphi}{dn}\right)_1=-(\lambda_2X'_2-\lambda_1X'_1)\cos n,x\\ -(\lambda_2Y'_2-\lambda_1Y'_1)\cos n,y-(\lambda_2Z'_2-\lambda_1Z'_1)\cos n,z,\end{cases}$$

also an der Grenze eines Leiters gegen einen Nichtleiter die Form:

$$(15_h)\qquad \frac{d\varphi}{dn} = -X' \cos n,x - Y' \cos n,y - Z' \cos n,z.$$

Zu diesen Grenzbedingungen kommt noch in solchen Grenzflächen, in welchen die elektromotorischen Kräfte unendlich werden, nach Abschnitt 8 die weitere Bedingung hinzu:

$$(15_i)\left\{\begin{aligned} \varphi_1 - \varphi_2 &= \int (X \cos n,x + Y \cos n,y + Z \cos n,z)\, dn, \\ &= \int (X' \cos n,x + Y' \cos n,y + Z' \cos n,z)\, dn, \\ &= \varphi_{1,2}. \end{aligned}\right.$$

Die Gesammtheit dieser Bedingungen bestimmt φ eindeutig für das ganze Innere der Leiter bis auf eine Constante, welche von den Zuständen ausserhalb der Leiter abhängig bleibt. Für homogene Leiter nehmen die Gleichungen (15_f) bis (15_i) die einfacheren Gestalten an:

$$(15_k)\left\{\begin{aligned} &\Delta\varphi = 0 \text{ für das Innere der Leiter,} \\ &\lambda_1 \left(\frac{d\varphi}{dn}\right)_1 = \lambda_2 \left(\frac{d\varphi}{dn}\right)_2 \text{ für die Grenze zweier Leiter,} \\ &\frac{d\varphi}{dn} = 0 \text{ für die Grenze gegen einen Nichtleiter,} \\ &\varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_{1,2} \text{ an einer elektromotorisch wirksamen Grenzfläche.} \end{aligned}\right.$$

Die so erlangten Gleichungen gestatten die unmittelbare Anwendung auf Probleme der Stromvertheilung in dreifach ausgedehnten Körpern. Ihre Anwendung auf die Strömung in flächenförmig ausgedehnten Leitern oder auf lineare Stromträger ist leicht und ergiebt die Definition des Widerstandes, das Ohm'sche Gesetz für geschlossene Strombahnen, die Kirchhoff'schen Sätze für beliebige Verzweigungen, sowie die übrigen allgemeinen Sätze über die Vertheilung stationärer Ströme.

16. Magnetische Kräfte stationärer Ströme.

Um zunächst überall aus den nunmehr bekannten Stromcomponenten u, v, w die durch sie hervorgerufenen Kräfte L, M, N zu bestimmen, führen wir als Hülfsgrössen die so-

genannten Componenten des Vectorpotentiales ein, indem wir setzen:

$$U = \int \frac{u}{r} d\tau, \qquad V = \int \frac{v}{r} d\tau, \qquad W = \int \frac{w}{r} d\tau.$$

Die Integrale sind über den ganzen Raum zu erstrecken; infolge der Bedingungen des stationären Zustandes wird dabei:

$$\frac{dU}{dx} + \frac{dV}{dy} + \frac{dW}{dz} = 0.$$

Wir setzen nun:

$$(16_a) \quad \begin{cases} L = A\left(\frac{dV}{dz} - \frac{dW}{dy}\right), \quad M = A\left(\frac{dW}{dx} - \frac{dU}{dz}\right), \\ N = A\left(\frac{dU}{dy} - \frac{dV}{dx}\right). \end{cases}$$

Diese L, M, N sind Lösungen der Gleichungen (15_b) und genügen der Gleichung:

$$\frac{dL}{dx} + \frac{dM}{dy} + \frac{dN}{dz} = 0.$$

Wenn sich also auch die wirklich vorhandenen Kräfte von ihnen unterscheiden können, so genügen doch die Unterschiede beider den Bedingungen für die Kräfte ruhender Magnetismen, und können als von solchen herrührend angesehen werden, wobei nicht ausgeschlossen ist, dass diese Magnetismen ihrerseits wiederum durch die Strömungen veranlasst seien. Sind aber insbesondere ruhende Magnetismen nicht vorhanden, so stellen die angegebenen Formen die vorhandenen magnetischen Kräfte vollständig dar.

Haben wir es nur mit linearen Stromleitern zu thun, in welchen die Stromstärke i herrscht, so treten in den Werthen der U, V, W an Stelle der Ausdrücke $u\,d\tau$, $v\,d\tau$, $w\,d\tau$ die Ausdrücke $i\,dx$, $i\,dy$, $i\,dz$, wobei dx, dy, dz die Projectionen des Elementes ds der Strombahn auf die drei Axen sind, und die Integrationen alsdann längs der Stromwege um deren ganzen Umfang genommen werden müssen. Wollen wir die magnetischen Kräfte der gesammten Strömung als die Summen der Wirkungen der einzelnen Stromelemente ansehen, so giebt eine ihren Resultaten nach zulässige Zerlegung unserer Integrale für die Wirkung des Stromelementes $i\,dx$ auf den Punkt x' y' z',

wenn wir zur Vereinfachung der Formeln das Element in den Nullpunkt und den Punkt $x'\ y'\ z'$ in die xy-Ebene bringen:

$$L = 0, \quad M = 0, \quad N = A i d x \frac{d \frac{1}{r}}{d y'} = - \frac{A i d x}{r^2} \cdot \frac{y'}{r},$$

welche Formeln der Ampère'schen Regel und dem Biot-Savart'schen Gesetz Ausdruck verleihen.

Die gefundenen Werthe der Kräfte müssen zufolge der Gleichungen (15_b) überall da, wo die u, v, w verschwinden, also überall ausserhalb der durchströmten Leiter ein Potential ψ besitzen, dessen negativen Differentialquotienten wir sie gleich setzen können. Rühren die Kräfte nur her von einer einzigen geschlossenen linearen Strombahn, so kann dies Potential dargestellt werden in der Form:

$$(16_b) \qquad \psi = - A i \int \frac{d \frac{1}{r}}{d n} d \omega + \text{constans},$$

worin $d\omega$ das Element einer beliebigen durch die Strombahn gelegten Fläche, n die Normale dieser Fläche bedeutet und die Integration über den ganzen von der Strombahn begrenzten Bereich der Fläche zu erstrecken ist. Als positiv ist dabei diejenige Seite der Fläche gerechnet, von welcher aus gesehen der positiv gerechnete Strom im Sinne der Drehung des Uhrzeigers fliesst. Durch bekannte Integraltransformationen werden nämlich die negativen Differentialquotienten des angegebenen Ausdruckes überall in die für L, M, N gefundenen Formen gebracht, diese Differentialquotienten sind also überall ausser in der Strombahn selbst endlich und stätig, und wenn auch das in ψ enthaltene Integral an der Fläche ω unstätig wird, so kann dem ganzen ψ nichtsdestoweniger die erforderliche Stätigkeit verliehen werden, indem wir die darin enthaltene Constante als unendlich vieldeutig betrachten und jedesmal einen um $4\pi A i$ geänderten Werth derselben benutzen, sobald wir die Fläche ω durchschreiten. Das Potential wird dadurch selbst unendlich vieldeutig und ändert sich um $4\pi A i$, sobald wir nach einmaliger Umkreisung der Strombahn zum Ausgangspunkte zurückkehren.

Dem Integralausdruck, welcher in ψ vorkommt, können verschiedene Deutungen untergelegt werden. Er kann zunächst

betrachtet werden als das Potential einer magnetischen Doppelschicht. Durch Verfolg dieser Auffassung gelangen wir zu der Ampère'schen Theorie des Magnetismus. Es kann andererseits mit Gauss der Werth jenes Integrales in einem bestimmten Punkte gedeutet werden als der sphärische Winkel, unter welchem, von dem Punkte aus gesehen, die Strombahn erscheint. Von hieraus ergiebt uns ein leichter Uebergang die Richtigkeit der Aussage: es stelle jenes Integral für einen Punkt die Zahl der Kraftlinien dar, welche ein in dem Punkte aufgestellter Einheitspol durch die Strombahn sendet. Das ganze Potential, einschliesslich seiner Vieldeutigkeit, kann hieran anknüpfend gedeutet werden durch die Aussage: es sei die Differenz seiner Werthe in zwei Punkten gleich der mit Ai multiplicirten Zahl der Kraftlinien, welche in bestimmter Richtung die Strombahn durchschneiden, wenn ein Einheitspol auf beliebigem Wege aus dem einen Punkte in den anderen übergeführt wird.

Die letztgenannte Deutung ist von unserem Standpunkte aus die angemessenste, auch erlaubt sie uns unter Berufung auf die Lehren der Abschnitte 12 und 14 die folgenden Schlüsse aneinander zu reihen. Erstens: Die mechanische Arbeit, welche geleistet werden muss, um einen Magnetpol oder auch ein System unveränderlicher Magnetismen in der Nähe eines constant gehaltenen linearen Stromes zu verschieben, ist gleich der Zahl der Kraftlinien des Magnetpoles oder des magnetischen Systemes, welche bei der Bewegung die Strombahn in bestimmter Richtung durchschneiden, multiplicirt mit der Stromstärke und der Constanten A. Zweitens: Die mechanische Arbeit, welche geleistet werden muss, um einen constant gehaltenen Strom in einem beliebigen magnetischen Felde zu verschieben, ist gleich der Zahl der Kraftlinien, welche bei der Verschiebung von der Strombahn durchschnitten werden, multiplicirt mit der Stärke des Stromes und der Constanten A. Endlich also im Besonderen: Die mechanische Arbeit, welche geleistet werden muss, um einen constant gehaltenen Strom 1 in der Nähe eines constant gehaltenen Stromes 2 zu verschieben, ist gleich der Zahl der magnetischen Kraftlinien der Strombahn 2, welche von der Strombahn 1 bei der Bewegung durchschnitten werden, multiplicirt mit der Stromstärke in 1 und der Constanten A. Mit dem gleichen Rechte ist diese Arbeit auch gleich der Zahl der Kraftlinien.

des Stromes 1, welche bei der Verschiebung die Strombahn 2 durchschneiden, multiplicirt mit der Stromstärke in 2 und der Constanten A. Beide Aussagen führen zu dem gleichen Resultat; wir beweisen dies, indem wir das Product aus der Intensität der einen Strombahn und der Zahl der sie durchsetzenden Kraftlinien der anderen Strombahn durch einen in Hinsicht beider symmetrischen Ausdruck darstellen. Beziehen sich nämlich die Bezeichnungen i, ds auf die Strombahn 1; i', ds', U', V', W', L', M', N' auf die Strombahn 2, so ist die mit Ai multiplicirte Zahl der Kraftlinien von 2, welche 1 durchsetzen, gleich:

$$
\begin{aligned}
& A\,i\int (L' \cos n,x + M' \cos n,y + N' \cos n,z)\, d\omega \\
&= A^2 i \int \left\{ \left(\frac{dV'}{dz} - \frac{dW'}{dy}\right) \cos n,x + \left(\frac{dW'}{dx} - \frac{dU'}{dz}\right) \cos n,y \right. \\
&\qquad\qquad \left. + \left(\frac{dU'}{dy} - \frac{dV'}{dx}\right) \cos n,z \right\} d\omega \\
&= -A^2 i \int (U' \cos s,x + V' \cos s,y + W' \cos s,z)\, ds \\
&= -A^2 i i' \iint \frac{\cos s,x \cos s',x + \cos s,y \cos s',y + \cos s,z \cos s',z}{r}\, ds\, ds' \\
&= -A^2 i i' \iint \frac{\cos \varepsilon}{r}\, ds\, ds',
\end{aligned}
$$

worin ε den Winkel bezeichnet, welchen die beiden Stromelemente im Raum miteinander bilden. Der erlangte Ausdruck ist symmetrisch in Bezug auf beide Strombahnen. Man weiss, dass in der That die Aenderungen dieses Ausdruckes, des mit $A^2 ii'$ multiplicirten Neumann'schen Potentiales der einen Strombahn auf die andere, die zur gegenseitigen Verschiebung geschlossener Ströme erforderliche Arbeit und daraus die zwischen den ruhenden Strömen auftretenden ponderomotorischen Kräfte ergeben. Man weiss auch, dass diese Aussage Alles enthält, was man in Hinsicht der zwischen Strömen auftretenden ponderomotorischen Kräfte mit Sicherheit behaupten kann.

Wir berechnen noch die magnetische Energie eines Raumes, in welchem die stationären Stromcomponenten u, v, w und die unveränderlichen magnetischen Dichten m vertheilt sind, unter der beschränkenden Voraussetzung, dass sich magnetisirbare Körper in dem Raume nicht vorfinden. Verstehen wir jetzt unter ψ

das Potential der Magnetismen m, so erhalten wir die Energie successive in den Formen:

$$
(16_c)\begin{cases}
\frac{1}{8\pi}\int (L^2 + M^2 + N^2)\, d\tau \\
= \frac{A}{8\pi}\int \Big\{ L\left(\frac{dV}{dz} - \frac{dW}{dy} - \frac{1}{A}\frac{d\psi}{dx}\right) + M\left(\frac{dW}{dx} - \frac{dU}{dz} - \frac{1}{A}\frac{d\psi}{dy}\right) \\
\qquad + N\left(\frac{dU}{dy} - \frac{dV}{dx} - \frac{1}{A}\frac{d\psi}{dz}\right)\Big\} d\tau \\
= \frac{A}{8\pi}\int \Big\{ U\left(\frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy}\right) + V\left(\frac{dN}{dx} - \frac{dL}{dz}\right) \\
\qquad + W\left(\frac{dL}{dy} - \frac{dM}{dx}\right)\Big\} d\tau \\
\qquad + \frac{1}{8\pi}\int \psi \left(\frac{dL}{dx} + \frac{dM}{dy} + \frac{dN}{dz}\right) d\tau \\
= \frac{1}{2} A^2 \int (Uu + Vv + Ww)\, d\tau + \frac{1}{2}\int \psi\, m\, d\tau, \\
\text{oder in Anwendung auf lineare Ströme:} \\
= \frac{1}{2} A^2 \iint \frac{ii' \cos \varepsilon}{r}\, ds\, ds' + \frac{1}{2}\int \psi\, m\, d\tau,
\end{cases}
$$

wobei in dem ersten Theile der letzten Form die Integration sowohl nach ds als nach ds' über alle vorhandenen Ströme auszudehnen ist. Es erhellt aus dieser letzten Form, dass die Verschiebung unveränderlicher Magnete und unveränderlicher Ströme gegeneinander die magnetische Energie des Raumes nicht verändert. Es findet daher auch die mechanische Arbeit, welche bei solcher Verschiebung verbraucht wird, nicht in der Aenderung der magnetischen Energie des Raumes ihre Compensation, wie es bei der Verschiebung unveränderlicher Magnete gegeneinander der Fall ist, sondern es muss von dem Verbleib der aufgewandten Arbeitsmenge anderweitig Rechenschaft abgelegt werden. Es erhellt ferner aus der gleichen Form, dass die Verschiebung constant gehaltener Ströme gegeneinander allerdings eine Aenderung der Energie des Raumes bedingt, welche dem absoluten Werth nach der aufgewandten mechanischen Arbeit gleich ist. Aber die Berücksichtigung der Vorzeichen ergiebt, dass die Aenderung nicht in solchem Sinne erfolgt, dass dieselbe als Compensation der verlorenen mechanischen Energie könnte angesehen werden, sondern in entgegengesetztem Sinne. Es ist also in diesem Falle noch Rechenschaft abzulegen über

den Verbleib des Doppelten der Arbeitsmenge, welche die mechanischen Kräfte bei der relativen Verschiebung der Strombahnen leisten. Diese Rechenschaft wird am Ende des folgenden Abschnittes abgelegt werden.

Dynamische Erscheinungen.

Aus der unendlichen Mannigfaltigkeit der möglichen Formen des veränderlichen Zustandes sind bisher verhältnissmässig wenige Gruppen von Erscheinungen der Beobachtung entgegengetreten. Wir führen diese Gruppen auf, ohne das Gebiet durch eine systematische Eintheilung damit erschöpfen zu wollen.

17. Induction in geschlossenen Bahnen.

In einem sich verändernden magnetischen Felde müssen zufolge der Gleichungen (9_a) nothwendiger Weise elektrische Kräfte verbreitet sein. Diese Kräfte sind im allgemeinen sehr schwach, weil ihre Werthe den sehr kleinen Factor A enthalten; sie sind aus diesem Grunde der Wahrnehmung nur zugänglich durch den Strom, welchen sie in geschlossenen Leitungsbahnen erregen oder dadurch, dass sich ihre Wirkung in sehr langen, bis auf einen kleinen Bruchtheil ihrer Länge geschlossenen linearen Bahnen addirt. Die in den Versuchen messbar werdenden Wirkungen geben uns daher stets nur die Integralwirkung der elektrischen Kraft in einer geschlossenen Bahn, also das Integral $\int (X dx + Y dy + Z dz)$ genommen über eine in sich zurücklaufende Linie. Nach einer schon benutzten bekannten Integraltransformation ist dies Linienintegral gleich dem Flächenintegral:

$$\int \left\{ \left(\frac{dZ}{dy} - \frac{dY}{dz} \right) \cos n, x + \left(\frac{dX}{dz} - \frac{dZ}{dx} \right) \cos n, y + \left(\frac{dY}{dx} - \frac{dX}{dy} \right) \cos n, z \right\} d\omega,$$

genommen über eine von der fraglichen Linie rings begrenzte, übrigens aber beliebige Fläche ω. Unter Benutzung der Gleichungen (9_a) wird aber dieser Ausdruck gleich:

$$A \frac{d}{dt} \int (\mathfrak{L} \cos n, x + \mathfrak{M} \cos n, y + \mathfrak{N} \cos n, z) \, d\omega.$$

In Worten ausgedrückt ist demnach die in einer geschlossenen Strombahn sich zeigende elektromotorische Kraft gleich der mit A multiplicirten Aenderung der Anzahl der die Strombahn durch-

setzenden magnetischen Kraftlinien, berechnet auf die Zeiteinheit. Rührt insbesondere die Induction her von einem geschlossenen veränderlichen Strome, und ist die Nachbarschaft magnetisirbarer Körper ausgeschlossen, so ist die erregte elektromotorische Kraft nach den Ergebnissen des vorigen Abschnittes gleich dem mit A^2 multiplicirten Product des Neumann'schen Potentials der beiden Strombahnen aufeinander und der auf die Zeiteinheit berechneten Aenderung der Intensität des inducirenden Stromes. Diese Sätze, von welchen der erstere der allgemeinere ist, umfassen in ihren Folgerungen vollständig die thatsächlich beobachteten Erscheinungen der Induction in ruhenden Leitern.

Die Induction in bewegten Leitern liegt im Grunde ausserhalb des Gebietes, auf welches sich die gegenwärtige Untersuchung beschränkt. Handelt es sich aber um lineare Leiter, so können wir diese Form der Induction an die Induction in ruhenden Leitern anschliessen durch die Aussage, dass es für die elektromotorische Kraft in einer geschlossenen Bahn gleichgültig sei, ob das unmittelbar umgebende magnetische Feld sich ändert infolge von Bewegung ponderabeler Körper oder infolge rein elektromagnetischer Zustandsänderungen, dafern nur die Aenderung des unmittelbar umgebenden magnetischen Feldes die gleiche ist. Zufolge dieser Aussage und des Vorangegangenen ist die in einer bewegten Stromleitung inducirte elektrische Kraft gleich der mit A multiplicirten Zahl der magnetischen Kraftlinien, welche in der Zeiteinheit von der Strombahn in bestimmter Richtung durchschnitten werden. Das Product aus dieser elektrischen Kraft und der Intensität des Stromes in der bewegten Strombahn giebt nach Abschnitt 11 die in der Strombahn vermittelst der Induction erzeugte thermische oder chemische Arbeit an. Dieselbe ist demnach zufolge der Ergebnisse des vorigen Abschnittes, ergänzt durch eine genaue Berücksichtigung der Vorzeichen, gleich der mechanischen Arbeit, welche die den Stromkreis bewegenden äusseren Kräfte leisten müssen. Wird also ein constant gehaltener Strom bewegt gegen feste Magnete, so compensirt die in dem Stromkreis erzeugte thermische und chemische Energie die geleistete mechanische Arbeit, während die magnetische Energie des Systems unberührt bleibt. Wird dagegen ein constant gehaltener Strom bewegt gegen einen anderen constant gehaltenen Strom, so compensirt

die in dem einen Stromkreise infolge der Bewegung mehr auftretende chemische und thermische Energie die geleistete mechanische Arbeit; die gleiche in dem anderen Stromkreise infolge der Bewegung mehr auftretende Energie compensirt die Verminderung der magnetischen Energie des Feldes. Oder genauer gesprochen, es compensirt die Summe der erstgenannten Energiemengen die Summe der letztgenannten. Die am Schlusse des Abschnittes 16 geforderte Rechenschaft ist damit abgelegt.

18. Elektrodynamik ungeschlossener Ströme.

In Hinsicht der möglichen Erfahrung ist dieses Gebiet das reichste von allen, denn es umfasst alle diejenigen Probleme, welche wir nicht als besondere Fälle anderen Gebieten zutheilen können. In Hinsicht der wirklichen Erfahrung ist es indessen bislang sehr arm. Die Schwingungen ungeschlossener Inductionsapparate oder sich entladender Leydener Flaschen können in hinreichender Annäherung nach den Grundsätzen des vorigen Abschnittes behandelt werden, und im eigentlichen Verstande gehören demnach hierher bislang nur die elektrischen Wellen und Schwingungen von kurzer Wellenlänge, welche in den voraufgesandten Arbeiten behandelt worden sind. Für die theoretische Behandlung dieses Abschnittes genüge es daher, auf jene Arbeiten zu verweisen und hervorzuheben, dass eine Eintheilung der elektrischen Kraft in einen elektrostatischen und einen elektrodynamischen Theil in diesen allgemeinen Problemen weder eine klar zu fassende physikalische Bedeutung, noch einen nennenswerthen mathematischen Nutzen mit sich führt, daher im Gegensatz zu früheren Behandlungsweisen zweckmässig vermieden wird.

19. Lichtbewegung in isotropen Körpern.

In das Gebiet der Optik verweisen wir diejenigen elektrodynamischen Bewegungen, welche der Zeit nach rein periodisch sind und deren Periode einen sehr kleinen Bruchtheil der Secunde, sagen wir den billionten Theil derselben, nicht überschreitet. Keines der Mittel, durch welches wir befähigt sind, solche Bewegungen wahrzunehmen, gestattet uns, die magnetischen und elektrischen Kräfte als solche zu erkennen; was wir wahrzunehmen vermögen, sind lediglich die geometrischen Verhältnisse, nach welchen sich die vorhandene Bewegung in

verschiedener Richtung mit verschiedener Intensität fortpflanzt. Auch die mathematische Darstellung der Erscheinungen wird sich daher darauf beschränken dürfen, nach Elimination der entgegengesetzten Art die Ausbreitung einer der beiden Kraftarten zu verfolgen, und es wird gleichgültig sein, an welche von beiden Arten dabei die Betrachtung anknüpft. Beschränken wir uns auf homogene isotrope Nichtleiter, so erhalten wir aus den Gleichungen (4_a) und (4_b) durch Elimination, das eine mal der elektrischen, das andere mal der magnetischen Kraftcomponenten die hier zu benutzenden Formen:

$$(19_a)\begin{cases} A^2\varepsilon\mu\frac{d^2L}{dt^2} = \Delta L, \\ A^2\varepsilon\mu\frac{d^2M}{dt^2} = \Delta M, \\ A^2\varepsilon\mu\frac{d^2N}{dt^2} = \Delta N, \\ \frac{dL}{dx}+\frac{dM}{dy}+\frac{dN}{dz} = 0. \end{cases} \qquad (19_b)\begin{cases} A^2\varepsilon\mu\frac{d^2X}{dt^2} = \Delta X, \\ A^2\varepsilon\mu\frac{d^2Y}{dt^2} = \Delta Y, \\ A^2\varepsilon\mu\frac{d^2Z}{dt^2} = \Delta Z, \\ \frac{dX}{dx}+\frac{dY}{dy}+\frac{dZ}{dz} = 0, \end{cases}$$

deren Lösungen, rein periodische Bewegungen vorausgesetzt, stets auch Lösungen der Gleichungen (4_a) und (4_b) sind. Jedes der beiden Gleichungssysteme (19_a) und (19_b) lässt die Möglichkeit von Transversalwellen, die Unmöglichkeit von Longitudinalwellen erkennen; jedes der beiden Systeme ergiebt für die Geschwindigkeit der möglichen Wellen den Werth:

$$1 / A\sqrt{\varepsilon\mu};$$

aus jedem der beiden Systeme lassen sich die Erscheinungen der geradlinigen Ausbreitung, der Beugung, der Interferenz des natürlichen und des polarisirten Lichtes ableiten und die verschiedenen Arten der Polarisation verstehen. Ein Zurückgreifen auf die Gleichungen (4_a) und (4_b) ergiebt dabei, dass die Richtungen der gleichzeitigen elektrischen und magnetischen Kraft in einem jeden Punkte einer ebenen Welle beständig aufeinander senkrecht stehen.

Lassen wir die Grenzebene zweier isotropen, homogenen Nichtleiter mit der xy-Ebene zusammenfallen, so gelten an dieser Grenzebene zufolge des Abschnittes 8 und unter Berücksichtigung des Umstandes, dass wir es nur mit periodischen Bewegungen zu thun haben, die Bedingungen:

$$(19_c) \begin{cases} L_1 = L_2 , \\ M_1 = M_2 , \\ \mu_1 N_1 = \mu_2 N_2 . \end{cases} \qquad (19_d) \begin{cases} X_1 = X_2 , \\ Y_1 = Y_2 , \\ \varepsilon_1 Z_1 = \varepsilon_2 Z_2 . \end{cases}$$

Jedes dieser Systeme von Grenzgleichungen ergiebt zusammen mit den zugehörigen Gleichungen für das Innere beider Körper die Gesetze der Reflexion, der Brechung, der totalen Reflexion, also die Grundlagen der geometrischen Optik. Jedes derselben lässt auch erkennen, dass die Intensität reflectirter und gebrochener Wellen von der Art ihrer Polarisation abhängig ist und ergiebt für diese Abhängigkeit, sowie für die Phasenverzögerung der total reflectirten Wellen die Fresnel'schen Formeln. Leiten wir diese Formeln aus den Gleichungen der elektrischen Kräfte (19_b) und (19_d) her, so entspricht unsere Entwicklung der von Fresnel selbst gegebenen Ableitung dieser Formeln. Halten wir uns an die Gleichungen der magnetischen Kraft (19_a) und (19_c), so nähern wir uns dem von F. Neumann zur Ableitung der Fresnel'schen Gleichungen angegebenen Pfade. Von unserem allgemeineren Standpunkte aus lässt sich nicht allein von vornherein überblicken, dass beide Wege zum gleichen Ziele führen müssen, sondern auch erkennen, dass beide mit gleicher Berechtigung beschritten werden können. Dass in den wirklich beobachteten Erscheinungen der Reflexion die elektrischen und magnetischen Kräfte nicht völlig miteinander vertauschbar sind und beide Wege verschieden erscheinen, hat seinen Grund in dem Umstande, dass für alle in Betracht kommenden Körper die Magnetisirungsconstanten fast gleich und gleich Eins sind, während die Dielektricitätsconstanten merklich verschieden sind, und dass also hauptsächlich die elektrischen Eigenschaften der Körper deren optisches Verhalten bestimmen.

Bildet die xy-Ebene die Grenze unseres Nichtleiters gegen einen vollkommenen Leiter, so gelten in dieser Ebene die Gleichungen:

$$(19_e) \qquad N = 0 ,$$

$$(19_f) \qquad X = 0 , \quad Y = 0 .$$

Dieselben lassen zusammen mit den zugehörigen Gleichungen für das Innere des Nichtleiters erkennen, dass bei jedem Einfallswinkel und jedem Azimuth der Polarisation die Reflexion eine totale ist. Da die wirklichen Leiter zwischen den vollkommenen

Leitern und den Nichtleitern die Mitte halten, so wird die Reflexion an ihnen einen Uebergang bilden zwischen der totalen Reflexion und der Reflexion an durchsichtigen Körpern. Da die Metallreflexion eine derartige Stellung einnimmt, so lässt sich übersehen, dass unsere Gleichungen geeignet sein werden, ein allgemeines Bild auch der Metallreflexion zu geben. Wie weit in die Einzelheiten hinein aber die Wiedergabe durch passende Wahl der Constanten sich erstrecken lässt, scheint bisher noch nicht genügend untersucht zu sein.

Dass die Erscheinungen der Dispersion die Einführung mindestens zweier elektrischen oder zweier magnetischen Grössen erfordern und deshalb ausserhalb des Bereichs unserer gegenwärtigen Theorie liegen, ist schon im ersten Abschnitt erwähnt worden.

20. Krystalloptik.

Wir beschränken unsere Betrachtung auf die Lichtbewegung im Innern eines homogenen, vollkommen durchsichtigen Krystalles, von welchem wir des weiteren voraussetzen, dass die Symmetrieaxen der elektrischen und der magnetischen Energie zusammenfallen. Legen wir die Coordinatenaxen diesen gemeinschaftlichen Symmetrieaxen parallel und setzen der Einfachheit halber für:

$$\varepsilon_{11},\ \varepsilon_{22},\ \varepsilon_{33},\ \mu_{11},\ \mu_{22},\ \mu_{33} \text{ jetzt } \varepsilon_1,\ \varepsilon_2,\ \varepsilon_3,\ \mu_1,\ \mu_2,\ \mu_3,$$

so nehmen die in Betracht kommenden Gleichungen (5_a) und (5_b) die Form an:

$$(20_a)\left\{\begin{aligned} A\mu_1\frac{dL}{dt} &= \frac{dZ}{dy}-\frac{dY}{dz}, \\ A\mu_2\frac{dM}{dt} &= \frac{dX}{dz}-\frac{dZ}{dx}, \\ A\mu_3\frac{dN}{dt} &= \frac{dY}{dx}-\frac{dX}{dy}, \end{aligned}\right. \qquad (20_b)\left\{\begin{aligned} A\varepsilon_1\frac{dX}{dt} &= \frac{dM}{dz}-\frac{dN}{dy}, \\ A\varepsilon_2\frac{dY}{dt} &= \frac{dN}{dx}-\frac{dL}{dz}, \\ A\varepsilon_3\frac{dZ}{dt} &= \frac{dL}{dy}-\frac{dM}{dx}. \end{aligned}\right.$$

Diese Gleichungen werden integrirt durch die Annahme ebener Wellen geradlinig polarisirten Lichtes, welche den folgenden Aussagen entsprechen: Auf der elektrischen Polarisation steht die magnetische Kraft, auf der magnetischen Polarisation die elektrische Kraft senkrecht. Die Richtung der beiden Kräfte tritt im allgemeinen aus der Wellenebene heraus, die Richtung

der beiden Polarisationen liegt in der Wellenebene. Die Richtung, welche auf den beiden Polarisationen senkrecht steht, ist also die Wellennormale; die Richtung, welche auf den beiden Kräften senkrecht steht, ist die Richtung, in welcher sich zufolge Abschnitt 11 die Energie fortpflanzt, sie heisst in der Optik der Strahl. Jeder gegebenen Lage der Wellennormale entsprechen im allgemeinen zwei mögliche Wellen von verschiedener Polarisation, verschiedener Geschwindigkeit und verschiedener Lage des zugehörigen Strahles. Lassen wir in einem bestimmten Augenblicke vom Nullpunkt des Coordinatensystems ebene Wellen mit allen möglichen Lagen der Wellennormale ausgehen, so umhüllen diese Wellenebenen nach der Zeiteinheit eine Fläche, die sogenannte Wellenfläche. Jede einzelne Wellenebene berührt die Wellenfläche in einem Punkte des durch den Nullpunkt gelegten zugehörigen Strahles. Als Gleichung der von den Wellenebenen umhüllten Fläche wird gefunden:

$$(20_c)\quad \left\{\begin{aligned} &\left(\frac{x^2}{\varepsilon_1}+\frac{y^2}{\varepsilon_2}+\frac{z^2}{\varepsilon_3}\right)\left(\frac{x^2}{\mu_1}+\frac{y^2}{\mu_2}+\frac{z^2}{\mu_3}\right)-\frac{x^2}{\varepsilon_1\mu_1}\left(\frac{1}{\varepsilon_2\mu_3}+\frac{1}{\varepsilon_3\mu_2}\right)\\ &-\frac{y^2}{\varepsilon_2\mu_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_1\mu_3}+\frac{1}{\varepsilon_3\mu_1}\right)-\frac{z^2}{\varepsilon_3\mu_3}\left(\frac{1}{\varepsilon_1\mu_2}+\frac{1}{\varepsilon_2\mu_1}\right)+\frac{1}{\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3\mu_1\mu_2\mu_3}=0.\end{aligned}\right.$$

Die durch diese Gleichung dargestellte Fläche vierten Grades schneidet die Coordinatenebenen in je zwei Ellipsen. In einer der Coordinatenebenen schneiden sich die beiden Ellipsen in vier Punkten, welches vier Nabelpunkte der Fläche sind; in den beiden anderen Coordinatenebenen umschliesst die eine Ellipse die andere, und zwar gelten diese Aussagen, welches auch die Werthe der ε und μ sind. Für alle wirklichen Krystalle ist mit sehr grosser Annäherung $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$; für diesen Fall reducirt sich die allgemeine Form der Gleichung auf die der Fresnel'schen Wellenfläche und von den beiden Ellipsen, in welchen die Fläche jede der Coordinatenebenen schneidet, reducirt sich je eine auf einen Kreis.

Man weiss, dass sich an die Betrachtung der Wellenfläche und ihrer Ausartungen in besonderen Fällen die Erklärung der Doppelbrechung, der Reflexion an Krystallflächen, vieler der in Krystallen beobachteten Interferenzerscheinungen anknüpft. Andere Thatsachen der Krystalloptik lassen sich hinwiederum

nicht bewältigen durch den Verfolg einer einzigen elektrischen und einer einzigen magnetischen Richtungsgrösse; diese Thatsachen liegen daher ausserhalb des Bereiches unserer Theorie in ihrem gegenwärtigen Umfang.

Wir haben in den Nummern 17—20 die Aufzählung derjenigen Fälle des veränderlichen Zustandes erschöpft, deren Wichtigkeit bislang zur Entwickelung besonderer Theorien Veranlassung gegeben hat.

---

14. Ueber die Grundgleichungen der Elektrodynamik für bewegte Körper.

(Wiedemann's Ann. **41**. p. 369. 1890.)

Eine Darstellung der elektrodynamischen Vorgänge in ruhenden Körpern, welche ich vor kurzem veröffentlichte,[1] fiel dem Inhalte nach zusammen mit der Theorie Maxwell's, genügte aber in Hinsicht der Form grösseren Ansprüchen an systematische Ordnung. Von vornherein und mit Strenge war die Anschauung zur Geltung gebracht, dass elektrische und magnetische Kräfte in jedem Punkte ihrer Wirksamkeit besonderen Zuständen des daselbst befindlichen raumerfüllenden Mittels entsprechen und dass die Ursachen, welche das Zustandekommen und die Aenderungen dieser Zustände bedingen, unter Ausschluss jeder Fernwirkung lediglich in den Verhältnissen der unmittelbaren Nachbarschaft zu suchen seien. Es war weiter vorausgesetzt worden, dass der elektrische und magnetische Zustand des raumerfüllenden Mittels für jeden Punkt vollständig bestimmt sei durch je eine einzige Richtungsgrösse und es hatte sich gezeigt, dass die Beschränkung, welche in dieser Voraussetzung liegt, nur minder bedeutungsvolle Erscheinungen von der Betrachtung ausschloss. Die Einführung von Potentialen in die Grundgleichungen war vermieden.

Es tritt nun die Frage auf, ob unter strenger Festhaltung an den gleichen Anschauungen und an den gleichen Beschränkungen die Theorie so erweitert werden könne, dass sie auch den Ablauf der elektrodynamischen Erscheinungen in bewegten

---

[1]) Siehe No. 13. p. 208.

Körpern umfasst. Wir beachten zunächst, dass wenn von bewegten Körpern schlechthin die Rede ist, wir stets nur an die Bewegung der ponderabelen Materie denken. Die gleichzeitig eintretenden Bewegungen des Aethers aber können nach unserer Anschauung nicht ohne Einfluss sein und von diesen haben wir keine Kenntniss. Damit ist schon gesagt, dass ohne die Einführung willkürlicher Annahmen über die Bewegung des Aethers die aufgeworfene Frage zur Zeit überhaupt nicht behandelt werden könne. Es lassen uns ferner die wenigen vorliegenden Andeutungen über die Bewegung des Aethers vermuthen, dass die gestellte Frage streng genommen zu verneinen sei. Es scheint nämlich aus den vorhandenen Andeutungen hervorzugehen, dass der Aether auch im Inneren der greifbaren Materie sich unabhängig von dieser bewege; diese Vorstellung ist sogar kaum zu umgehen angesichts der Thatsache, dass wir aus keinem umschlossenen Raume den Aether entfernen können. Wollen wir nun dieser Vorstellung unsere Theorie anpassen, so haben wir in jedem Punkte des Raumes die elektromagnetischen Zustände des Aethers und der greifbaren Materie in gewissem Sinne als unabhängig zu betrachten. Die elektromagnetischen Erscheinungen in bewegten Körpern gehören alsdann zur Classe derjenigen, welche sich nicht bewältigen lassen, ohne die Einführung mindestens je zweier Richtungsgrössen für den elektrischen und den magnetischen Zustand.

Anders liegt die Sache, wenn wir uns ausgesprochenermaassen begnügen, die elektromagnetischen Erscheinungen im engeren Sinne in dem Umfange darzustellen, in welchem dieselben bisher mit Sicherheit untersucht worden sind. Wir dürfen behaupten, dass unter den so eingeschränkten Erscheinungen sich keine findet, welche uns zwingt, eine von der ponderabeln Materie unabhängige Bewegung des Aethers im Inneren derselben zuzugeben; es geht dies schon aus dem Umstande hervor, dass aus dieser Classe von Erscheinungen ein Anhalt über die Grösse der gegenseitigen Verschiebung nicht gewonnen wird. Wenigstens die eigentlichen elektrischen und magnetischen Erscheinungen müssen sich also vertragen mit der Vorstellung, dass eine solche Verschiebung überhaupt nicht stattfindet, dass vielmehr der hypothetisch im Inneren der ponderabeln Materie vorausgesetzte Aether sich nur zugleich mit dieser bewege.

Diese Vorstellung schliesst die Möglichkeit ein, in jedem Punkte des Raumes nur die Zustände eines einzigen raumerfüllenden Mittels in Betracht zu ziehen, sie gestattet hierdurch, die aufgeworfene Frage zu bejahen. Wir adoptiren sie für die vorliegende Abhandlung. Die auf solcher Grundlage aufgebaute Theorie wird dann freilich nicht den Vorzug besitzen, auf jede ihr vorgelegte Frage die richtige oder auch nur eine bestimmte Antwort zu geben; sie giebt aber wenigstens auf jede ihr vorgelegte Frage mögliche Antworten an, d. h. Antworten, welche weder mit den beobachteten Erscheinungen, noch mit den an ruhenden Körpern gewonnenen Anschauungen in Widerspruch treten.

Wir setzen also voraus, dass dem raumerfüllenden Mittel in jedem Punkte eine einzige bestimmte Geschwindigkeit beizulegen sei, deren Componenten in Richtung der x, y, z wir mit α, β, γ bezeichnen. Wir sehen diese Grössen überall als endlich an und behandeln sie als stetig von Punkt zu Punkt veränderlich. Unstetige Aenderungen lassen wir zwar auch zu, behandeln sie aber nur als den Grenzfall einer sehr schnellen stetigen Aenderung. Ausserdem unterwerfen wir jede zulässige Unstetigkeit der Beschränkung, dass sie nirgends zur Bildung leerer Räume führen darf; diese Bedingung ist dann und nur dann erfüllt, wenn die drei Differentialquotienten $d\alpha/dx$, $d\beta/dy$, $d\gamma/dz$ überall endlich bleiben. Wo wir im Raum greifbare Materie finden, entnehmen wir der Bewegung dieser eindeutig die Werthe der α, β, γ. Wo wir im Raume greifbare Materie nicht vorfinden, dürfen wir den α, β, γ jeden willkürlichen Werth beilegen, welcher mit den gegebenen Bewegungen an der Grenze des leeren Raumes vereinbar und von gleicher Grössenordnung ist. Wir dürfen z. B. für α, β, γ diejenigen Werthe setzen, welche sich im Aether finden würden, wenn sich derselbe wie irgend ein beliebig gewähltes Gas bewegte. Im übrigen sollen sämmtliche Bezeichnungen der vorhergehenden Arbeit hier in gleicher Bedeutung übernommen werden. Elektrische und magnetische Kraft betrachten wir hier als Zeichen für den Zustand der bewegten Materie in gleichem Sinne, in welchem wir sie früher als Zeichen für die Zustände der ruhenden Materie betrachteten. Elektrische und magnetische Polarisation gelten uns nur als ein zweites gleichwerthiges Mittel, dieselben Zustände zu bezeichnen.

Auch den Kraftlinien, durch welche wir diese Polarisationen darstellen, legen wir keine andere Bedeutung bei.

1. Aufstellung der Grundgleichungen für bewegte Körper.

In einem jeden Punkte eines ruhenden Körpers ist die zeitliche Aenderung des magnetischen Zustandes lediglich bedingt durch die Vertheilung der elektrischen Kraft in der Nachbarschaft des Punktes. In einem bewegten Körper kommt zu dieser Aenderung eine zweite, welche sich der ersteren in jedem Augenblick überdeckt und welche von der Verzerrung herrührt, welche die Nachbarschaft des betrachteten Punktes bei der Bewegung erleidet. Wir behaupten nun, es sei der Einfluss der Bewegung derart, dass, wenn er allein wirksam wäre, er die magnetischen Kraftlinien mit der Materie fortführen würde. Oder genauer bestimmt: Denken wir uns in einem bestimmten Augenblicke den magnetischen Zustand der Substanz nach Richtung und Grösse dargestellt durch ein System von Kraftlinien, so würde ein durch die nämlichen materiellen Punkte gelegtes System von Kraftlinien auch in jedem späteren Augenblick den magnetischen Zustand nach Richtung und Grösse darstellen, wenn nämlich der Einfluss der Bewegung allein zur Geltung käme. Die entsprechende Aussage gilt für die Aenderung, welche die elektrische Polarisation durch die Bewegung erleidet. Diese Aussagen reichen hin, um die für ruhende Körper entwickelte Theorie auf bewegte Körper auszudehnen, sie genügen offenbar den Anforderungen, welche unser System an sie stellt und es wird sich zeigen, dass sie die beobachteten Thatsachen enthalten.[1]

Um zunächst unsere Behauptung in Zeichen zu kleiden, fassen wir während eines Zeitelementes dt ein kleines Flächenstück im Inneren der bewegten Materie ins Auge, welches im Beginn des betrachteten Zeitelementes der yz-Ebene parallel liegt und während der Bewegung sich mit der Materie verschiebt und verzerrt. Wir ziehen die magnetischen Kraftlinien in solcher Dichte, dass im Beginn der Zeit dt das betrachtete Flächenstück von der Anzahl $\mathfrak{L}$ derselben durchsetzt wird. Ueberall und stets ist dann durch $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$ die Anzahl der Kraftlinien zu bezeichnen, welche ein gleich grosses, beziehlich der yz, xx, xy-Ebene

[1]) [Siehe Anmerkung 33 am Schluss des Buches.]

paralleles Flächenstück durchschneiden. Die Zahl der Kraftlinien, welche unser besonderes Flächenstück durchsetzen, ändert sich nun aus verschiedenen Ursachen; wir wollen den Beitrag, welchen jede einzelne Ursache liefert, gesondert betrachten. Insofern erstens die genannte Anzahl sich verändern würde, wenn auch das Flächenstück in seiner ursprünglichen Lage verharrte, beträgt die Aenderung $d\mathfrak{L} / dt \,.\, dt$, wenn wir nämlich mit dem Symbol $d\mathfrak{L} / dt$ die Aenderungsgeschwindigkeit von $\mathfrak{L}$ in einem Punkte bezeichnen, welcher in Bezug auf unser Coordinatensystem ruht. Insofern zweitens das Flächenelement mit der Geschwindigkeit α, β, γ zu Orten fortgetragen wird, an welchen andere Werthe des $\mathfrak{L}$ herrschen, beträgt die Aenderungsgeschwindigkeit $(\alpha d\mathfrak{L}/dx + \beta d\mathfrak{L}/dy + \gamma d\mathfrak{L}/dz)\ dt$. Insofern sich drittens die Ebene des Elementes mit der Geschwindigkeit $d\alpha / dy$ um die z-Axe und mit der Geschwindigkeit $d\alpha / dz$ um die y-Axe dreht, werden Kraftlinien in das Element aufgenommen, welche ursprünglich demselben parallel waren, es beträgt der Beitrag aus dieser Quelle $-(\mathfrak{M} d\alpha / dy + \mathfrak{N} d\alpha / dz) dt$. Endlich vergrössert das Element seinen Inhalt mit der Geschwindigkeit $d\beta / dy + d\gamma / dz$ und wächst hierdurch die betrachtete Zahl um den Betrag $\mathfrak{L}(d\beta/dy + d\gamma/dz)\ dt$. Sind die aufgezählten Beiträge sämmtlich Null, so ist eine Aenderung der betrachteten Zahl nicht möglich, wir haben also die Ursachen der Aenderung erschöpft und da sämmtliche Beiträge sehr klein sind, so entspricht ihre Summe der Gesammtänderung. Wir können aber diese letztere auch in anderer, mehr physikalischer Weise zerlegen, nämlich in den Beitrag, welchen das Vorhandensein der elektrischen Kräfte in der Nachbarschaft allein und den Beitrag, welchen die Bewegung allein hervorbringen würde, wenn jedesmal die andere dieser Ursachen fehlte. Nach den für ruhende Leiter geltenden Gesetzen ist der erstere Beitrag gleich $1 / A \,.\, (dZ / dy - dY / dz) dt$; der letztere ist nach unserer neu hinzugetretenen Behauptung gleich Null; der erstere allein stellt also schon die Gesammtänderung dar. Wir setzen die beiden für die Gesammtänderung erhaltenen Ausdrücke einander gleich, dividiren durch dt, multipliciren mit A, addiren und subtrahiren die Glieder $\alpha d\mathfrak{M}/dy + \alpha d\mathfrak{N}/dz$, ordnen in zweckmässiger Weise und erhalten so, indem wir die gleichen Ueberlegungen auch für die übrigen Componenten der mag-

netischen und für die Componenten der elektrischen Kraft durchführen, das folgende System der Grundgleichungen für bewegte Körper:

$$
(1_a)\begin{cases}
A\left\{\frac{d\mathfrak{L}}{dt}+\frac{d}{dy}(\beta\mathfrak{L}-\alpha\mathfrak{M})-\frac{d}{dz}(\alpha\mathfrak{N}-\gamma\mathfrak{L})+\alpha\left(\frac{d\mathfrak{L}}{dx}+\frac{d\mathfrak{M}}{dy}+\frac{d\mathfrak{N}}{dz}\right)\right\} \\
\qquad =\frac{dZ}{dy}-\frac{dY}{dz}, \\
A\left\{\frac{d\mathfrak{M}}{dt}+\frac{d}{dz}(\gamma\mathfrak{M}-\beta\mathfrak{N})-\frac{d}{dx}(\beta\mathfrak{L}-\alpha\mathfrak{M})+\beta\left(\frac{d\mathfrak{L}}{dx}+\frac{d\mathfrak{M}}{dy}+\frac{d\mathfrak{N}}{dz}\right)\right\} \\
\qquad =\frac{dX}{dz}-\frac{dZ}{dx}, \\
A\left\{\frac{d\mathfrak{N}}{dt}+\frac{d}{dx}(\alpha\mathfrak{N}-\gamma\mathfrak{L}-\frac{d}{dy}(\gamma\mathfrak{M}-\beta\mathfrak{N})+\gamma\left(\frac{d\mathfrak{L}}{dx}+\frac{d\mathfrak{M}}{dy}+\frac{d\mathfrak{N}}{dz}\right)\right\} \\
\qquad =\frac{dY}{dx}-\frac{dX}{dy},
\end{cases}
$$

$$
(1_b)\begin{cases}
A\left\{\frac{d\mathfrak{X}}{dt}+\frac{d}{dy}(\beta\mathfrak{X}-\alpha\mathfrak{Y})-\frac{d}{dz}(\alpha\mathfrak{Z}-\gamma\mathfrak{X})+\alpha\left(\frac{d\mathfrak{X}}{dx}+\frac{d\mathfrak{Y}}{dy}+\frac{d\mathfrak{Z}}{dz}\right)\right\} \\
\qquad =\frac{dM}{dz}-\frac{dN}{dy}-4\pi Au, \\
A\left\{\frac{d\mathfrak{Y}}{dt}+\frac{d}{dz}(\gamma\mathfrak{Y}-\beta\mathfrak{Z})-\frac{d}{dx}(\beta\mathfrak{X}-\alpha\mathfrak{Y})+\beta\left(\frac{d\mathfrak{X}}{dx}+\frac{d\mathfrak{Y}}{dy}+\frac{d\mathfrak{Z}}{dz}\right)\right\} \\
\qquad =\frac{dN}{dx}-\frac{dL}{dz}-4\pi Av, \\
A\left\{\frac{d\mathfrak{Z}}{dt}+\frac{d}{dx}(\alpha\mathfrak{Z}-\gamma\mathfrak{X})-\frac{d}{dy}(\gamma\mathfrak{Y}-\beta\mathfrak{Z})+\gamma\left(\frac{d\mathfrak{X}}{dx}+\frac{d\mathfrak{Y}}{dy}+\frac{d\mathfrak{Z}}{dz}\right)\right\} \\
\qquad =\frac{dL}{dy}-\frac{dM}{dx}-4\pi Aw.
\end{cases}
$$

zu deren Vervollständigung die linearen Beziehungen gehören, welche die Polarisationen und die Strömungscomponenten mit den Kräften verbinden. Die Constanten dieser Relationen sind als Functionen der sich ändernden Zustände der bewegten Materie und insofern auch als Functionen der Zeit zu betrachten.[1])

Unsere Ableitung der Gleichungen (1_a) und (1_b) erforderte nicht, dass das benutzte Coordinatensystem absolut im Raume ruhte. Wir können daher unsere Gleichungen von dem zuerst gewählten Coordinatensystem ohne Aenderung der Form auf jedes beliebige andere, im Raume beliebig bewegte Coordinatensystem dadurch transformiren, dass wir unter α, β, γ die rela-

[1]) [Siehe Anmerkung 34 am Schluss des Buches.]

tiven Geschwindigkeitscomponenten in Bezug auf das neugewählte Coordinatensystem verstehen, und ebenso die von der Richtung abhängenden Constanten ε, μ, λ, X', Y', Z' in jedem Augenblicke auf dieses beziehen. Daraus geht hervor, dass die absolute Bewegung eines starren Körpersystems keinen Einfluss auf irgend welche inneren elektrodynamischen Vorgänge in demselben habe, sofern nur wirklich alle in Betracht kommenden Körper, also auch der Aether, an der Bewegung theilnehmen. Es geht ferner aus dieser Ueberlegung hervor, dass wenn sich auch nur ein einzelner Theil eines bewegten Systems bewegt wie ein starrer Körper, dass dann in diesem Theile sich die Vorgänge gerade so abspielen, als wie in ruhenden Körpern. Hat also die vorhandene Bewegung dennoch einen Einfluss auf diesen Theil, so kann doch dieser Einfluss nur entstanden sein in denjenigen Gebieten des Systems, in welchen Verzerrungen der Elemente stattfinden und muss sich von dort secundär fortgepflanzt haben zu denjenigen Gebieten, welche sich nach Art starrer Körper bewegen. Wird beispielsweise eine feste Metallmasse im magnetischen Felde plötzlich verschoben, so hat nach unseren Gleichungen diese Bewegung unmittelbar, d. h. gleichzeitig nur auf die Oberfläche und die Umgebung der Metallmasse einen Einfluss und ruft hier elektrische Kräfte hervor, welche sich dann secundär, d. h. etwas später in das Innere der Masse fortpflanzen und hier Strömungen erzeugen.

Die aufgestellten Gleichungen sind nach Form und Absicht verwandt mit denjenigen, durch welche von Helmholtz im 78. Bande des Borchardt'schen Journals das Verhalten der elektrischen und magnetischen Kräfte in bewegten Körpern darstellte.[1]) Die Bezeichnungen sind zum Theil von dort entlehnt. Doch sind unsere Gleichungen von den dort gegebenen nicht etwa nur der Form nach verschieden, vielmehr auch dem Inhalt nach hinsichtlich solcher Glieder, welche bisher an der Erfahrung nicht geprüft werden können. Maxwell selbst scheint mir von einer consequenten Einreihung der Erscheinungen in bewegten Körpern in sein System abgesehen zu haben.[2]) Die zahlreichen

---

[1]) v. Helmholtz, Ges. Abhandl. 1. p. 745, Borchardt's Journ. f. Mathem. 78. p. 273. 1874.

[2]) [Siehe Anmerkung 35 am Schluss des Buches.]

Betrachtungen, welche er derartigen Erscheinungen widmet, beschränken sich auf Fälle, oder begnügen sich mit Annäherungen, welche eine Unterscheidung zwischen den Theorien der Fernkräfte und denen der vermittelten Wirkung nicht nöthig machen.

2. Physikalische Bedeutung der einzelnen Glieder.

Die Gleichungen (1_a) und (1_b) geben uns den zukünftigen Werth der Polarisationen in jedem festen Punkte des Raumes oder, wenn wir lieber wollen, in jedem Theilchen der bewegten Materie als eindeutig bestimmte Folgeerscheinung der gegenwärtigen elektromagnetischen Zustände und der gegenwärtigen Bewegung in der Nachbarschaft des betrachteten Punktes. Dies ist nach der Anschauung unseres Systemes die physikalische Bedeutung derselben. Ganz anders fasst die übliche Anschauung die durch jene Gleichungen gegebene Verknüpfung auf. Sie sieht in den linksstehenden Aenderungsgeschwindigkeiten der Polarisationen die Ursache, in den rechtsstehenden inducirten Kräften die Folgeerscheinung. Entstanden ist diese Vorstellung durch den Umstand, dass uns die Polarisationen und ihre Aenderungen meist eher und deutlicher bekannt werden, als die gleichzeitig stattfindenden Kräfte, dass also die linken Seiten der Gleichungen in Hinsicht unserer Kenntniss das frühere sind. Es hat auch diese Vorstellung sehr grosse Vortheile in den uns am meisten interessirenden Fällen; vom allgemeinen Standpunkte aus aber begegnet sie dieser Schwierigkeit, dass die Kräfte nicht eindeutig durch die Aenderungsgeschwindigkeiten der Polarisationen entgegengesetzter Art bestimmt sind, sondern von diesen Aenderungen unabhängige Summanden enthalten. Die übliche Theorie hilft sich, indem sie diese Summanden als elektrostatische oder magnetische Kräfte den ihrer Angabe nach durch unsere Gleichungen allein bestimmten elektrodynamischen Kräften entgegenstellt. Obwohl wir eine solche Sonderung nicht billigen und daher die übliche Vorstellung über den Causalzusammenhang nicht annehmen können, ist es doch nicht ohne Interesse, zu zeigen, in welcher Weise in den einzelnen Gliedern unserer Gleichungen die von der üblichen Theorie eingeführten Partialkräfte enthalten sind. Zu dem Ende zerlegen wir die Kräfte in der Form $X = X_1 + X_2$ etc., $L = L_1 + L_2$ etc. und setzen:

$$
(2) \quad \left\{ \begin{array}{ll}
X_1 = A\,(\gamma\mathfrak{M} - \beta\mathfrak{N}), & L_1 = A\,(\beta\mathfrak{Z} - \gamma\mathfrak{Y}), \\
Y_1 = A\,(\alpha\mathfrak{N} - \gamma\mathfrak{L}), & M_1 = A\,(\gamma\mathfrak{X} - \alpha\mathfrak{Z}), \\
Z_1 = A\,(\beta\mathfrak{L} - \alpha\mathfrak{M}), & N_1 = A\,(\alpha\mathfrak{Y} - \beta\mathfrak{X}),
\end{array} \right.
$$

wodurch wir dann für die X_2, Y_2, Z_2, L_2, M_2, N_2 Gleichungen erhalten, welche aus den für X, Y, Z, L, M, N bestehenden Gleichungen (1_a) und (1_b) durch Weglassung der zweiten und dritten Glieder der linken Seiten hervorgehen. Nun ist zunächst die Resultante der X_1 Y_1 Z_1 eine elektrische Kraft, welche auftritt, sobald ein Körper sich im magnetischen Felde bewegt. Sie steht senkrecht auf der Richtung der Bewegung und der Richtung der magnetischen Kraftlinien, es ist diejenige Kraft, welche in engerem Sinne als die durch Bewegung inducirte elektromotorische Kraft bezeichnet zu werden pflegt. Wir heben hervor, dass die Absonderung derselben aus der Gesammtkraft nach unseren Anschauungen schon deshalb eine physikalische Bedeutung nicht haben kann, weil dieser Anschauung die Vorstellung widerspricht, als könne das magnetische Feld als solches im Inneren eines Körpers eine relative Bewegung gegen denselben besitzen. Ein Gegenstück der Kraft X_1 Y_1 Z_1 ist die Kraft L_1 M_1 N_1, welche sich in einem Nichtleiter bemerkbar machen muss, sobald derselbe durch die Kraftlinien eines elektrischen Feldes bewegt wird; dieselbe ist noch durch keine Erfahrung bestätigt und fehlt in der älteren Elektrodynamik.

Wenden wir weiter unsere Aufmerksamkeit der Resultanten der L_2 M_2 N_2 zu und denken uns zu dem Zwecke die allgemeinen Lösungen der für diese Grössen bestehenden Gleichungen dargestellt als Functionen der Grössen

$$u,\ d\mathfrak{X}/dt,\ \alpha\,(d\mathfrak{X}/dx + d\mathfrak{Y}/dy + d\mathfrak{Z}/dz) \text{ etc.}$$

Setzen wir diese letzteren Grössen in den Functionen sämmtlich gleich Null, so bleibt ein erster Theil der Kraft übrig, welcher nicht von elektrodynamischen Ursachen herrührt. Seine Componenten besitzen nothwendigerweise ein Potential, er stellt diejenige Fernkraft dar, welche nach der älteren Anschauung von magnetischen Massen ausgeht. Ein zweiter Theil der Kraft wird gegeben durch denjenigen Theil der Functionen, welcher zugleich und nur zugleich mit den u, v, w verschwindet. Er enthält die magnetische Fernkraft, welche von den eigentlichen elektrischen Strömen auszugehen scheint. Den ganzen elektrodynamischen

Theil der Kraft $L_2\ M_2\ N_2$ erhalten wir, wenn wir in dem Ausdruck des zweiten Theiles die Grösse $4\pi Au$ ersetzen durch die Grösse:

$$4\pi Au + A\frac{d\mathfrak{X}}{dt} + Aa\left(\frac{d\mathfrak{X}}{dx} + \frac{d\mathfrak{Y}}{dy} + \frac{d\mathfrak{Z}}{dz}\right)$$

und entsprechend mit den v, w verfahren. Es entspricht dies der Aussage, dass in Hinsicht der Erzeugung einer magnetischen Fernkraft dem eigentlichen Strome gleich zu achten sei erstens die Veränderung einer elektrischen Polarisation, zweitens die convective Bewegung wahrer Elektricität. Der letzte Theil dieser Aussage findet in dem Rowland'schen Versuche die gewünschte Bestätigung.

Endlich beachten wir die Kraft $X_2\ Y_2\ Z_2$. Es lässt sich zunächst auch aus dieser Kraft ein von den zeitlichen Veränderungen des Systems unabhängiger Theil absondern, welcher ein Potential besitzt und als elektrostatische Fernkraft behandelt wird. Aus der übrig bleibenden elektrodynamischen Kraft lässt sich ein zweiter Theil ablösen, welcher zugleich und nur zugleich mit den Grössen $d\mathfrak{L}/dt$, $d\mathfrak{M}/dt$, $d\mathfrak{N}/dt$ verschwindet. Er stellt offenbar die Inductionskraft dar, welche von veränderlichen magnetischen Momenten herrührt, aber er enthält in versteckter Form auch diejenige elektrische Kraft, welche veränderlichen Strömen ihr Dasein verdankt. Endlich bleibt übrig ein dritter und letzter Theil, welcher als eine durch convectiv bewegten Magnetismus erregte elektrische Kraft gedeutet werden und zur Erklärung gewisser Erscheinungen der unipolaren Induction herangezogen werden muss.

Diese Auseinandersetzungen zeigen, dass wir zu dem Gleichungssytem (1_a) und (1_b) auch dadurch hätten gelangen können, dass wir die Wirkung der von den älteren Theorien geforderten Einzelkräfte addirt und eine Reihe hypothetischer Glieder hinzugefügt hätten, welche an der vorhandenen Erfahrung weder bestätigt, noch widerlegt werden können. Der Weg, welchen wir beschritten haben, machte eine geringere Zahl unabhängiger Hypothesen nothwendig. Wir wenden uns nunmehr dazu, aus unseren Gleichungen die wichtigsten allgemeinen Aussagen abzuleiten.

3. Bewegung von Magneten und elektrostatisch geladenen Körpern.

Als unabhängige Ursachen für die Veränderung der elektrischen, bez. magnetischen Polarisation erscheinen in unserer Auffassung erstens die magnetischen, bez. elektrischen Kräfte, zweitens die Bewegung der materiellen Körper. Erstere Ursache allein bewirkt nach dem, was wir für ruhende Körper ableiteten, keine Verschiebung der wahren Elektricität in den nichtleitenden Körpern, keine Verschiebung des wahren Magnetismus überhaupt. Letztere Ursache bewirkt für sich allein wohl eine Verschiebung der Elektricität und des Magnetismus gegen den ruhenden Raum, aber sie vermag keine Verschiebung gegen die bewegte Materie zu bewirken, da diese Materie bei der Bewegung die Kraftlinien, als deren freie Enden Elektricität und Magnetismus betrachtet werden können, mit sich fortträgt. Es ist also auch, wenn beide Ursachen zusammenwirken, für den wahren Magnetismus überhaupt, für die wahre Elektricität wenigstens in den Nichtleitern eine relative Bewegung gegen die umgebende Materie ausgeschlossen; Elektricität und Magnetismus bewegen sich unter den genannten Umständen mit der Materie, in welcher sie sich finden, so, als ob sie unzerstörbar und fest an den Theilen derselben hafteten. Um die gleiche Ueberlegung in Zeichen durchzuführen, differentiiren wir das eine Mal die Gleichungen (1_a), das andere Mal die Gleichungen (1_b) beziehentlich nach $x\,y\,z$, und multipliciren mit dem als ruhend angesehenen Raumelement $d\tau$, auf welches sich die $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$ etc. beziehen. Wir verstehen noch unter $d\tau'$ ein Raumelement, welches zu jeder Zeit die im gegenwärtigen Augenblick in $d\tau$ enthaltene Materie umschliesst, wir nennen de' beziehentlich dm' die in $d\tau'$ enthaltene Menge der wahren Elektricität, beziehentlich des wahren Magnetismus und $\mathfrak{L}'$, $\mathfrak{M}'$ etc. die auf $d\tau'$ bezüglichen Werthe der $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$ etc. Wir erhalten so:

$$(3_a)\begin{cases}\Big\{\frac{d}{dt}\left(\frac{d\mathfrak{L}}{dx}+\frac{d\mathfrak{M}}{dy}+\frac{d\mathfrak{N}}{dz}\right)\\ \quad+\alpha\frac{d}{dx}\left(\frac{d\mathfrak{L}}{dx}+\frac{d\mathfrak{M}}{dy}+\frac{d\mathfrak{N}}{dz}\right)+\beta\frac{d}{dy}\left(\frac{d\mathfrak{L}}{dx}+\frac{d\mathfrak{M}}{dy}+\frac{d\mathfrak{N}}{dz}\right)\\ \qquad+\gamma\frac{d}{dz}\left(\frac{d\mathfrak{L}}{dx}+\frac{d\mathfrak{M}}{dy}+\frac{d\mathfrak{N}}{dz}\right)\\ \quad+\left(\frac{d\alpha}{dx}+\frac{d\beta}{dy}+\frac{d\gamma}{dz}\right)\left(\frac{d\mathfrak{L}}{dx}+\frac{d\mathfrak{M}}{dy}+\frac{d\mathfrak{N}}{dz}\right)\Big\}d\tau\\ \quad=\frac{d}{dt}\left\{\left(\frac{d\mathfrak{L}'}{dx}+\frac{d\mathfrak{M}'}{dy}+\frac{d\mathfrak{N}'}{dz}\right)d\tau'\right\}=4\pi\frac{dm'}{dt}=0,\end{cases}$$

$$(3_b)\begin{cases}\Big\{\frac{d}{dt}\left(\frac{d\mathfrak{X}}{dx}+\frac{d\mathfrak{Y}}{dy}+\frac{d\mathfrak{Z}}{dz}\right)\\ \quad+\alpha\frac{d}{dx}\left(\frac{d\mathfrak{X}}{dx}+\frac{d\mathfrak{Y}}{dy}+\frac{d\mathfrak{Z}}{dz}\right)+\beta\frac{d}{dy}\left(\frac{d\mathfrak{X}}{dx}+\frac{d\mathfrak{Y}}{dy}+\frac{d\mathfrak{Z}}{dz}\right)\\ \qquad+\gamma\frac{d}{dz}\left(\frac{d\mathfrak{X}}{dx}+\frac{d\mathfrak{Y}}{dy}+\frac{d\mathfrak{Z}}{dz}\right)\\ \quad+\left(\frac{d\alpha}{dx}+\frac{d\beta}{dy}+\frac{d\gamma}{dz}\right)\left(\frac{d\mathfrak{X}}{dx}+\frac{d\mathfrak{Y}}{dy}+\frac{d\mathfrak{Z}}{dz}\right)\Big\}d\tau\\ \quad=\frac{d}{dt}\left\{\left(\frac{d\mathfrak{X}'}{dx}+\frac{d\mathfrak{Y}'}{dy}+\frac{d\mathfrak{Z}'}{dz}\right)d\tau'\right\}=4\pi\frac{de'}{dt}\\ \quad=4\pi\left(\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}+\frac{dw}{dz}\right).\end{cases}$$

Diese Gleichungen enthalten unsere Aussage und ergänzen dieselbe hinsichtlich der Leiter. Sind die Geschwindigkeiten $\alpha\,\beta\,\gamma$ so klein, dass die elektrischen und magnetischen Zustände in jedem Augenblicke statischen Zuständen unendlich nahe bleiben können und beschränken wir uns auf die Betrachtung solcher quasistatischen Zustände, so ist der gewonnene Lehrsatz hinreichend, aber auch nothwendig, um die Abhängigkeit der ineinander überführbaren Zustände voneinander zu bestimmen. Die Hinzufügung dieses Satzes erlaubt in derartigen Problemen die vollständigen, aber sehr complicirten Gleichungen (1_a) und (1_b) gleichwerthig zu ersetzen durch die sehr einfachen Gleichungen, welche für statische Probleme in ruhenden Körpern gelten und welche aus den Gleichungen (1_a) und (1_b) durch Nullsetzen der Geschwindigkeiten und der zeitlichen Aenderungen in allen Punkten des Raumes hervorgehen. Ohne den Begriff der Elektricität und des Magnetismus einzuführen, ist eine gleiche Vereinfachung der Aussagen nicht möglich, und hierin vor Allem scheint mir die Unentbehrlichkeit begründet, welche diese Be-

griffe für die Elektrostatik und die Darstellung der Erscheinungen an Magneten gewonnen haben.

4. Induction in geschlossenen Bahnen.

Die grössten Geschwindigkeiten, welche wir den uns umgebenden Körpern ertheilen können, sind noch so klein gegen die Lichtgeschwindigkeit, mit deren reciprokem Werthe multiplicirt die α, β, γ in den Gleichungen (1_a) und (1_b) auftreten, dass eigentliche elektrodynamische Wirkungen der Bewegung nur in dem einzigen besonderen Falle der genaueren Untersuchung zugänglich werden, dass diese Wirkungen in der Induction eines elektrischen Stromes in einer geschlossenen metallischen Leitung bestehen. Um die Grösse solcher Wirkungen in geschlossenen Bahnen zu bestimmen, fassen wir ein beliebiges, nicht geschlossenes Flächenstück ω' ins Auge, welches, im Inneren der betrachteten Materie gelegen, sich mit den bewegten materiellen Theilchen, durch welche es einmal geführt wurde, verschiebt. Die augenblickliche Grenzcurve dieses Flächenstückes heisse s. ζ' bedeute die Zahl der magnetischen Kraftlinien, welche zu jeder Zeit die Fläche ω' durchschneiden. Als unabhängig wirkende Ursachen, welche eine Aenderung von ζ' herbeiführen, sehen wir wiederum an: erstens die elektrischen Kräfte, zweitens die Bewegung der Materie. Würde erstere Ursache allein wirken, würde also das System ein ruhendes sein, so wäre die mit A multiplicirte Aenderungsgeschwindigkeit von ζ' gleich dem um den ganzen Umfang s genommenen Integral der elektrischen Kraft, das Integral genommen in einem Sinne, welcher von der Seite der positiven Normale aus gesehen, dem der Drehung des Uhrzeigers entspricht. Die Bewegung allein wirkend aber würde eine Aenderung von ζ' nicht zur Folge haben, da sie mit der Fläche ω' auch die diese Fläche durchsetzenden Kraftlinien fortführte. Es ist also auch in dem wirklichen Falle des Zusammenwirkens beider Ursachen das um die beliebige geschlossene Curve s in dem angegebenen Sinne genommene Integral der elektrischen Kraft gleich der mit A multiplicirten Aenderungsgeschwindigkeit der Zahl der magnetischen Kraftlinien, welche eine anfänglich durch die Curve s begrenzte, der Bewegung folgende, übrigens aber beliebige Fläche ω' durchsetzen. Der Satz gilt auch in dem besonderen, aber für den Versuch einzig

wichtigen Falle, dass die Curve s der Bahn eines linearen Leiters folgt und wird nicht ungültig dadurch, dass die Bewegung hinreichend langsam ist, um die entstehenden Zustände beständig als stationäre, den entstehenden Strom als gleichförmig in allen Theilen der Leitung s erscheinen zu lassen.

Um unsere Ueberlegung in Zeichen zu kleiden, nennen wir n',x, n',y, n',z die Winkel, welche in jedem Augenblick die Normale des Elementes $d\omega'$ der bewegten Fläche ω' mit den Axen bildet. $\mathfrak{L}'$ $\mathfrak{M}'$ $\mathfrak{N}'$ seien die Werthe der $\mathfrak{L}$ $\mathfrak{M}$ $\mathfrak{N}$ in diesem Elemente. Es seien ferner bezeichnet mit $d\omega$, n,x, n,y, n,z, die Werthe der $d\omega'$, n',x, n',y, n',z in der Anfangslage. Wir beachten, dass wir aus rein geometrischen Gründen haben:

$$\frac{d}{dt}(d\omega'\cos n',x) = d\omega\left\{\left(\frac{d\beta}{dy}+\frac{d\gamma}{dz}\right)\cos n,x - \frac{d\beta}{dx}\cos n,y - \frac{d\gamma}{dx}\cos n,z\right\},$$
$$\frac{d}{dt}(d\omega'\cos n',y) = d\omega\left\{-\frac{d\alpha}{dy}\cos n,x + \left(\frac{d\alpha}{dx}+\frac{d\gamma}{dz}\right)\cos n,y - \frac{d\gamma}{dy}\cos n,z\right\},$$
$$\frac{d}{dt}(d\omega'\cos n',z) = d\omega\left\{-\frac{d\alpha}{dz}\cos n,x - \frac{d\beta}{dz}\cos n,y + \left(\frac{d\alpha}{dx}+\frac{d\beta}{dy}\right)\cos n,z\right\},$$

und erhalten also:

$$\frac{d\zeta'}{dt} = \frac{d}{dt}\int(\mathfrak{L}'\cos n',x + \mathfrak{M}'\cos n',y + \mathfrak{N}'\cos n',z)\,d\omega'$$
$$= \int\left(\frac{d\mathfrak{L}}{dt} + \alpha\frac{d\mathfrak{L}}{dx} + \beta\frac{d\mathfrak{L}}{dy} + \gamma\frac{d\mathfrak{L}}{dz}\right)\cos n,x\,d\omega$$
$$+ \int\left(\frac{d\mathfrak{M}}{dt} + \alpha\frac{d\mathfrak{M}}{dx} + \beta\frac{d\mathfrak{M}}{dy} + \gamma\frac{d\mathfrak{M}}{dz}\right)\cos n,y\,d\omega$$
$$+ \int\left(\frac{d\mathfrak{N}}{dt} + \alpha\frac{d\mathfrak{N}}{dx} + \beta\frac{d\mathfrak{N}}{dy} + \gamma\frac{d\mathfrak{N}}{dz}\right)\cos n,z\,d\omega$$
$$+ \int\mathfrak{L}\left(\frac{d\beta}{dy}+\frac{d\gamma}{dz}\right)\cos n,x\,d\omega - \int\mathfrak{L}\frac{d\beta}{dx}\cos n,y\,d\omega - \int\mathfrak{L}\frac{d\gamma}{dx}\cos n,z\,d\omega$$
$$- \int\mathfrak{M}\frac{d\alpha}{dy}\cos n,x\,d\omega + \int\mathfrak{M}\left(\frac{d\alpha}{dx}+\frac{d\gamma}{dz}\right)\cos n,y\,d\omega - \int\mathfrak{M}\frac{d\gamma}{dy}\cos n,z\,d\omega$$
$$- \int\mathfrak{N}\frac{d\alpha}{dz}\cos n,x\,d\omega - \int\mathfrak{N}\frac{d\beta}{dz}\cos n,y\,d\omega + \int\mathfrak{N}\left(\frac{d\alpha}{dx}+\frac{d\beta}{dy}\right)\cos n,z\,d\omega;$$

demnach unter Zuhülfenahme der Gleichungen (1_a) und (1_b):

$$A\frac{d\zeta'}{dt} = \int\left\{\left(\frac{dZ}{dy}-\frac{dY}{dz}\right)\cos n,x + \left(\frac{dX}{dz}-\frac{dZ}{dx}\right)\cos n,y + \left(\frac{dY}{dx}-\frac{dX}{dy}\right)\cos n,z\right\}d\omega$$
$$= \int(X\,dx + Y\,dy + Z\,dz),$$

das letzte Integral um den Umfang s der Fläche ω genommen.

In besonderen Fällen vereinfacht sich der gewonnene Satz. Ist es möglich, einen einfach zusammenhängenden Raum abzugrenzen, welcher die bewegte Curve s vollständig enthält und in welchem sich wahrer Magnetismus nicht findet, so ist es offenbar ohne Einfluss, ob die Hülfsfläche $\acute{\omega}$ der Bewegung der materiellen Theile folgt oder eine von derselben unabhängige Verschiebung erleidet, wenn sie nur innerhalb jenes Raumes sich hält und von der Curve s begrenzt bleibt. In diesem Falle dürfen wir einfacher und darum doch eindeutig aussagen: das Integral der elektrischen Kraft um die geschlossene Curve s genommen sei gleich der mit A multiplicirten Aenderungsgeschwindigkeit der Zahl von magnetischen Kraftlinien, welche von der Curve s umfasst werden. Halten wir die gemachte Voraussetzung fest und ist obendrein trotz der Bewegung von s die magnetische Polarisation in jedem festen Punkte des Raumes constant, so dürfen wir sagen, die in der Curve s inducirte Kraft sei gleich der mit A multiplicirten Zahl der im Raume ruhend gedachten magnetischen Kraftlinien, welche die Curve s bei ihrer Bewegung in bestimmtem Sinne durchschneidet. Rühren die magnetischen Kräfte, unter deren Einfluss sich die Curve s bewegt, einzig und allein von dem Einflusse des gleichförmigen Stromes in einer Strombahn t her, so ist die Zahl der s durchsetzenden Kraftlinien, wie wir sahen[1]), gleich dem Product aus dem Neumann'schen Potential der Curven s und t aufeinander und der Stromstärke in t. In diesem Falle giebt also die mit A multiplicirte Aenderung des genannten Productes auf die Zeiteinheit berechnet die in der Curve s wirksame elektromotorische Kraft.

In der einen oder anderen Form enthalten diese Sätze alle bekannten sorgfältig untersuchten Fälle der Induction. Auch die Gesetze der unipolaren Induction lassen sich aus der allgemeinen Aussage leicht herleiten. Inductionserscheinungen in dreifach ausgedehnten Körpern sind nur in beschränktem Maasse quantitativ erforscht worden. Die Gleichungen, durch welche Jochmann[2]) und andere den Umfang der gefundenen Thatsachen wiedergeben konnten, entstehen unmittelbar aus unseren

---

[1]) Siehe Seite 246.

[2]) Jochmann, Crelle's Journ. 63. p. 1. 1863.

allgemeinen Gleichungen durch Weglassung einer Reihe von Gliedern, welche infolge der besonderen Natur der behandelten Probleme verschwinden.

Wir wollen nicht unerwähnt lassen, dass wir den allgemeinen Satz der Induction in eine weitere, sehr elegante Form kleiden können, wenn wir uns erlauben, von einer selbstständigen Bewegung der Kraftlinien zu reden und allgemein jede Aenderung der magnetischen Polarisation als die Folge einer solchen Bewegung der Kraftlinien anzusehen. Wir können alsdann auch allgemeingültig und erschöpfend aussagen: es sei die in einer beliebigen geschlossenen Curve s inducirte elektrische Kraft gleich der mit A multiplicirten Zahl der magnetischen Kraftlinien, welche in der Zeiteinheit von der Curve s in bestimmtem Sinne durchschnitten werden. Indessen, wenn gegen die gelegentliche Benutzung der zu Grunde liegenden Anschauungsweise nichts einzuwenden ist, so thun wir doch besser, sie in der gegenwärtigen Abhandlung zu vermeiden. Denn die von Faraday ebenfalls benutzte, von Poynting[1]) entwickelte Vorstellung, als könnten die Kraftlinien eine relative Bewegung gegen das umgebende Medium besitzen, ist zwar höchst bemerkenswerth und mag durchführbar sein; sie ist aber durchaus verschieden von der hier benutzten Anschauung, derzufolge die Kraftlinien lediglich ein Symbol für besondere Zustände der Materie darstellen. Es hat keinen Sinn, von einer selbstständigen Bewegung solcher Zustände zu reden. Auch ist zu bemerken, dass die controlirbare Ab- und Zunahme der Kraftlinien in allen Theilen des Raumes die unterstellte Bewegung der Kraftlinien noch nicht eindeutig bestimmt. Der eben ausgesprochene Satz würde daher an sich auch nicht in allen Fällen eindeutig die Grösse der Induction liefern, sondern vielmehr als eine Definition zu betrachten sein, durch welche unter den möglichen Bewegungen der Kraftlinien eine bestimmte als die wirkliche bezeichnet wird.

5. Behandlung von Gleitflächen.

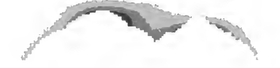
An der Grenze zweier heterogenen Körper können die elektrodynamischen Constanten in unstetiger Weise von einem Werthe

[1]) J. H. Poynting, Phil. Trans. 2. p. 277. 1885. [Siehe auch Anmerkung 36 am Schluss des Buches.]



zu einem anderen übergehen, ohne dass gleichzeitig die Geschwindigkeitscomponenten $\alpha \beta \gamma$ an dieser Grenzfläche unstetige Aenderungen erlitten. Als Unstetigkeitsflächen dieser Art sind zu betrachten die Berührungsflächen zwischen festen Körpern und Flüssigkeiten oder zwischen Flüssigkeiten untereinander; auch steht es uns frei, von dieser Beschaffenheit den Uebergang an der Grenze der Körper gegen den Aether vorauszusetzen. Das Hinzutreten der stetigen Bewegung giebt an solchen Unstetigkeitsflächen zu neuen Betrachtungen keinen Anlass; die Zustände der materiellen Theile auf beiden Seiten der Fläche sind durch dieselben Relationen mit einander verknüpft, welche auch in ruhenden Körpern Gültigkeit haben.

Anders liegt die Sache für Flächen, an welchen auch die Geschwindigkeitscomponenten unstetigen Aenderungen unterliegen. Da nach einer Bemerkung der Einleitung die Unstetigkeit nur die zur Grenzfläche parallelen Componenten der Geschwindigkeit betreffen kann, so bezeichnen wir Flächen dieser Art passend als Gleitflächen. Sie können sich finden zwischen festen Körpern, welche einander berühren; auch ist es bisweilen bequem und bei unserer Unkenntniss des wahren Verhältnisses alsdann auch erlaubt, die Grenzfläche eines Körpers gegen den Aether als eine Gleitfläche anzusehen. Wie wir ebenfalls schon in der Einleitung bemerkten, behandeln wir eine Gleitfläche als den Grenzfall einer Uebergangsschicht, in welcher die Bewegungen und möglicherweise auch die elektrodynamischen Constanten zwar sehr schnell, aber doch stetig von einem Werth auf einen anderen übergehen. Diese Auffassung verbürgt uns, dass die allgemeinen Sätze, welche wir bisher ableiteten, nicht ungültig werden in einem Systeme, in welchem sich Gleitstellen vorfinden, sie findet ihre Berechtigung darin, dass sie zu Widersprüchen mit der Erfahrung nicht führt. Damit sie hinreichend sei, um die Verhältnisse in der Grenzfläche zu bestimmen, muss die Art des Uebergangs gewissen allgemeinen Beschränkungen unterworfen werden. Wir geben diese Beschränkungen in der Gestalt von Voraussetzungen über die Endlichkeit einer Reihe von Grössen auch in der Uebergangsschicht selbst. Von dem Auftreten elektromotorischer Kräfte in der Gleitfläche sehen wir ab. Wir verlegen den Anfangspunkt des Coordinatensystems, auf welches wir uns beziehen, in einen beliebigen Punkt des in



Betracht genommenen Elementes der Uebergangsschicht und lassen ihn diesem Punkte auch bei der Bewegung folgen. Wir geben ferner der z-Axe eine solche Richtung, dass sie auf dem Elemente der Gleitfläche senkrecht steht und auch bei der Bewegung senkrecht bleibt. Die Uebergangsschicht bildet dann stets die unmittelbare Nachbarschaft der xy-Ebene. Wir setzen voraus, dass auch in der Uebergangsschicht selbst die Grössen:

$$\begin{matrix} X & Y & Z & L & M & N \\ \mathfrak{X} & \mathfrak{Y} & \mathfrak{Z} & \mathfrak{L} & \mathfrak{M} & \mathfrak{N} \\ u & v & w & \alpha & \beta & \gamma \end{matrix}$$

endlich bleiben, ebenso die Differentialquotienten dieser Grössen parallel zur Gleitfläche, also nach x und y, ferner die Differentialquotienten der Grössen:

$$\mathfrak{X} \quad \mathfrak{Y} \quad \mathfrak{Z} \quad \mathfrak{L} \quad \mathfrak{M} \quad \mathfrak{N}$$

nach der Zeit t. Dagegen dürfen wir nicht ausschliessen, dass die Differentialquotienten nach z unendlich werden, mit Ausnahme von $d\gamma / dz$, welches zufolge der erwähnten Bemerkung der Einleitung endlich bleiben muss. γ selbst ist demnach überall in der Uebergangsschicht verschwindend klein. Dies vorausgesetzt, multipliciren wir die ersten beiden Gleichungen der Systeme (1_a) und (1_b) mit dz, integriren nach z durch die Uebergangsschicht hindurch zwischen zwei derselben äusserst naheliegenden Punkten und beachten, dass bei der Kürze des Integrationsweges das Integral jeder in der Schicht endlich bleibenden Grösse verschwindet. Wir erhalten so, indem wir den Index 1 auf die eine Seite, den Index 2 auf die andere Seite der Grenzfläche beziehen, die vier Gleichungen:

$$(5_a) \qquad A\int_1^2 \mathfrak{N}\frac{d\alpha}{dz}\,dz = Y_2 - Y_1, \qquad -A\int_1^2 \mathfrak{N}\frac{d\beta}{dz}\,dz = X_2 - X_1,$$

$$(5_b) \qquad -A\int_1^2 \mathfrak{Z}\frac{d\alpha}{dz}\,dz = M_2 - M_1, \qquad A\int_1^2 \mathfrak{Z}\frac{d\beta}{dz}\,dz = L_2 - L_1.$$

Dieselben geben die Verknüpfung der zur Grenzfläche tangentialen Kraftcomponenten auf beiden Seiten derselben miteinander. Die zur Grenzfläche normalen Componenten sind hier wie in ruhenden Körpern verknüpft durch die Bedingung, dass die

Flächendichtigkeit des wahren Magnetismus in der Grenzfläche sich nicht auf andere Weise ändern könne, als durch Convection und die Flächendichtigkeit der wahren Elektricität nicht auf anderem Wege, als entweder durch Convection oder durch einen eigentlichen Strom.

Ist das betrachtete Element der Grenzschicht von einer Belegung mit wahrer Elektricität und wahrem Magnetismus frei, so sind $\mathfrak{Z}$ und $\mathfrak{N}$ im Innern der Uebergangsschicht constant, die Gleichungen (5_a) und (5_b) nehmen dann die einfacheren Formen an:

$$(5_c) \qquad X_2 - X_1 = A\mathfrak{N}\,(\beta_1 - \beta_2), \qquad Y_2 - Y_1 = A\mathfrak{N}\,(\alpha_2 - \alpha_1)$$

$$(5_d) \qquad L_2 - L_1 = A\mathfrak{Z}\,(\beta_2 - \beta_1), \qquad M_2 - M_1 = A\mathfrak{Z}\,(\alpha_1 - \alpha_2).$$

Um ein Beispiel zu geben, in welchem diese Gleichungen zur Anwendung kommen würden, denken wir uns, dass ein fester Rotationskörper um seine Axe sich drehe in einem ihn eng umschliessenden Hohlraum eines anderen festen Körpers. Wird dies System dem Einfluss einer magnetischen Kraftvertheilung unterworfen, welche symmetrisch um die Rotationsaxe ist, so wird nach unserer Auffassung weder im Innern des rotirenden Körpers, noch auch im Innern der ihn umhüllenden Masse ein Anlass zum Auftreten elektrischer Kräfte vorliegen. Solche Kräfte werden in der That ausbleiben, wenn die magnetische Erregung sich ganz auf das Innere des einen oder des anderen Körpers beschränkt. Durchsetzen aber die Kraftlinien die Fläche, in welcher beide Körper an einander gleiten, so werden an dieser Fläche die durch Gleichung (5_c) gegebenen elektromotorischen Kräfte wachgerufen, welche sich in das Innere der Körper verbreiten und dort die elektrischen Spannungen und Ströme erzeugen, über deren thatsächliches Auftreten unter solchen Verhältnissen uns die Versuche nicht im Zweifel lassen. Sind die betrachteten Körper Nichtleiter und unterwerfen wir sie dem Einfluss elektrischer Kräfte, welche zur Rotationsaxe symmetrisch vertheilt sind und an der Gleitfläche nicht verschwinden, so ruft nunmehr die eingeleitete Bewegung zufolge der Gleichungen (5_d) in der Nachbarschaft magnetische Kräfte hervor. Derartige Wirkungen sind allerdings noch nicht mit gleicher Sicherheit wie die zuerst erwähnten beobachtet worden, doch liegt wenig-

stens eine Andeutung derselben in den Versuchen des Herrn Röntgen vor.[1])

In dem allgemeinen Falle, in welchem sich an der Grenzfläche eine Belegung wahrer Elektricität und wahren Magnetismus findet, genügt die Kenntniss der Flächendichtigkeit derselben allein nicht, um die Integrale der Gleichungen (5_a) und (5_b) zu ermitteln; es muss vielmehr weiter bekannt sein, in welchem Maasse in der Uebergangsschicht Elektricität und Magnetismus an der Bewegung des einen und des anderen der sich berührenden Körper theilnehmen. Diese Unbestimmtheit liegt durchaus in der Natur der Sache. Man denke sich in dem Rowland'schen Versuch über die magnetische Wirkung der convectiv bewegten Elektricität die elektrisirte Scheibe rotirend anstatt in Luft in einem eng umschliessenden festen Isolator. Die magnetische Wirkung würde offenbar bis zum Verschwinden herabsinken in dem Maasse, in welchem die Elektricität von der Oberfläche der rotirenden Scheibe auf die berührende Oberfläche des ruhenden Körpers überginge.

6. Erhaltung der Energie. Ponderomotorische Kräfte.

Wir denken uns den Uebergang des Systems aus dem Anfangszustand in den Endzustand während eines jeden Zeitelementes in zwei Stadien zerlegt. Das erste Stadium soll sämmtliche materiellen Theile aus der Anfangslage in die Endlage überführen und dabei die Kraftlinien lediglich der Bewegung der materiellen Theile folgen lassen. In dem zweiten Stadium soll die Wirkung der nunmehr vorhandenen elektrischen und magnetischen Kräfte zur Geltung kommen und auch die elektromagnetischen Zustände in die Endlage überführen. Die Aenderung, welche die elektromagnetische Energie des Systems während des ganzen Ueberganges erfährt, ist die Summe der Aenderungen, welche sie in den beiden Stadien erleidet. Die Vorgänge während des zweiten Stadiums sind Vorgänge in ruhenden Körpern; wir wissen bereits, in welcher Weise bei solchen Vorgängen die Aenderungen der elektromagnetischen Energie durch andere Formen der Energie compensirt werden. Während des ersten Stadiums aber ändert sich die elektro-

[1]) W. C. Röntgen, Wied. Ann. 35. p. 264. 1888.

magnetische Energie eines jeden materiellen Theiles des Systems ebenfalls; es bleibt also übrig, Rechenschaft abzulegen über den Verbleib der so verminderten oder den Ursprung der so vermehrten elektromagnetischen Energie. Für den Umfang der vorhandenen Erfahrung lässt sich ohne Unsicherheit die Richtigkeit der Aussage erweisen, dass in jedem vollständigen elektromagnetischen System die in Rede stehende Energie compensirt wird durch die mechanische Arbeit, welche während des betrachteten Zeitelementes von den elektrischen und magnetischen ponderomotorischen Kräften des Systems geleistet wird. Als allgemeingültig angenommen reicht indessen diese Aussage noch nicht hin, um allgemein und mit Strenge die ponderomotorischen Kräfte aus den berechenbaren Aenderungen der elektromagnetischen Energie abzuleiten. Wir fügen deshalb derselben zwei ihr nicht widersprechende Annahmen hinzu, welche nicht durch die Erfahrung, sondern durch unsere besonderen Anschauungen gefordert werden. Die erste Annahme erklärt die angegebene und für jedes vollständige elektromagnetische System erfahrungsmässig zutreffende Aussage auch für jeden beliebigen materiellen Theil eines solchen Systems für gültig. Die zweite Annahme sagt aus, dass ein beliebiger Theil des Systems auf das übrige System keine anderen ponderomotorischen Kräfte ausüben könne, als Druckkräfte, welche an der gemeinsamen Oberfläche von den Elementen des ersten Theils auf die berührenden Elemente des übrigen Theils ausgeübt werden und welche in jedem Punkte der Berührungsfläche lediglich von den elektromagnetischen Zuständen der unmittelbaren Nachbarschaft abhängig sind. Durch die erste Annahme sind eindeutig die von der zweiten Annahme geforderten Druckkräfte bestimmt; wir wollen die Grösse derselben ableiten und zeigen, dass sie hinreichen, um die Thatsachen der unmittelbaren Wahrnehmung zu erklären. Dass dann auch in bewegten Körpern dem Princip von der Erhaltung der Kraft Genüge geleistet ist, geht aus der Ableitung der Druckkräfte selber hervor.

Fassen wir während des Zeitelementes dt die magnetische Energie eines materiellen Theilchens ins Auge, dessen veränderliches Volumen $d\tau'$ genannt werden möge, während $d\tau$ den Werth von $d\tau'$ im Beginne des Zeitelementes dt bezeichne. Den Anfangspunkt des benutzten Coordinatensystems legen wir zur

Vereinfachung der Betrachtungen dauernd in einen materiellen Punkt des Raumes $d\tau'$. Würde sich $d\tau'$ bewegen wie ein starrer Körper, indem es seine Kraftlinien mit sich fortführt, so würde sich sein Energieinhalt nicht ändern. Allgemein muss also die Aenderung dieser Energie lediglich eine Funktion der Verzerrungen sein, welche $d\tau'$ infolge der Bewegung erleidet; unsere Aufgabe ist zunächst, jene Aenderung in dieser Form darzustellen. Es ändern sich nun aber infolge der Verzerrungen nicht allein die Polarisationen, sondern auch die Eigenschaften des materiellen Trägers derselben, also die magnetischen Constanten. Um diese Aenderung in die Rechnung einführen zu können, müssen wir eine Reihe weiterer Bezeichnungen festsetzen. Wir definiren zunächst neben den Constanten μ eine Reihe von Constanten μ' durch die Bestimmung, dass sein soll:

$$\mathfrak{L}L + \mathfrak{M}M + \mathfrak{N}N$$
$$= \mu_{11} L_2 + 2\mu_{12} LM + \text{etc.}$$
$$= \mu_{11}' \mathfrak{L}_2 + 2\mu_{12}' \mathfrak{L}\mathfrak{M} + \text{etc.}$$

Die μ' sind also die Coëfficienten der $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$ in den linearen Functionen dieser Grössen, durch welche die Kräfte dargestellt werden. Wir nennen ferner für den Augenblick $\xi\,\eta\,\zeta$ die Verschiebungen, welche der Punkt, dessen Geschwindigkeiten $\alpha\,\beta\,\gamma$ sind, aus der im Anfang der Zeit dt innegehabten Lage erleidet. Es sind dann die Grössen:

$$\frac{d\xi}{dx} = x_x, \qquad \frac{d\xi}{dy} + \frac{d\eta}{dx} = x_y, \quad \text{etc.}^{1)},$$

die Componenten der Verzerrungen des Elementes $d\tau'$, in welchem die Verschiebungen $\xi\,\eta\,\zeta$ sich finden. Die Constanten μ' sind Functionen dieser Grössen, sie hängen ausserdem ab von den Drehungen ϱ, σ, τ, welche das Element neben der Verzerrung erleidet. Da während des Zeitelementes dt sowohl die x_x, x_y, etc., als die ϱ, σ, τ verschwindend klein bleiben, so ist die Abhängigkeit eine lineare, sie ist uns bekannt, sobald uns die Differentialquotienten der μ' nach den ϱ, σ, τ, x_x, x_y, etc. gegeben werden. Die Differentialquotienten nach den ϱ, σ, τ sind aus den augenblicklichen Werthen der μ' selbst zu berechnen. Für die Differentialquotienten nach den x_x, x_y, etc. aber ist dies nicht möglich und wir müssen daher annehmen, dass uns anderweitig gegeben werden die Grössen:

[1]) Vgl. G. Kirchhoff, Mechanik p. 123. 1877.

$$\frac{d\mu_{11}'}{dx_x} = \mu_{11}',_{11}, \quad \frac{d\mu_{11}'}{dx_y} = \mu_{11}',_{12}, \quad \text{etc.},$$
$$\frac{d\mu_{12}'}{dx_x} = \mu_{12}',_{11}, \quad \frac{d\mu_{12}'}{dx_y} = \mu_{12}',_{12}, \quad \text{etc.}, \quad \text{etc.}$$

Die so definirten 36 Constanten entsprechen offenbar magnetischen Eigenschaften des besonderen den Raum $d\tau'$ erfüllenden Stoffes in seinem augenblicklichen Zustande der Deformation; keine dieser Constanten können wir zu unserem Vorhaben entbehren, keine können wir auch aus den bisher behandelten magnetischen Eigenschaften des Stoffes a priori ableiten. Durch geeignete Orientirung des benutzten Coordinatensystems lässt sich die Zahl der geforderten Constanten vermindern; eine Verminderung tritt ebenfalls ein, wenn Symmetrieverhältnisse hinsichtlich des gewählten Coordinatensystemes obwalten. In dem einfachsten Falle, in welchem die Substanz sowohl im Anfangszustande isotrop ist, als auch trotz jeder eintretenden Deformation isotrop bleibt, in einer Flüssigkeit also, sinkt die Zahl der neuen Constanten auf eine einzige herab, welche alsdann zusammen mit der einen Magnetisirungsconstanten die magnetischen Eigenschaften in ausreichender Weise definirt. Es erscheint übrigens nicht unwahrscheinlich, dass auch im allgemeinen Falle nothwendige Beziehungen zwischen den Constanten sich nachweisen lassen, welche dieselben auf eine kleinere Anzahl unabhängiger Constanten zu reduciren gestatten.

Diese Bezeichnungen nun vorausgesetzt, erhalten wir für die in der Zeiteinheit erfolgende Aenderung des magnetischen Energieinhaltes des Raumes $d\tau'$ nacheinander die folgenden Ausdrücke:

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} &\frac{d}{dt}\left\{\frac{1}{8\pi}(\mathfrak{L}L + \mathfrak{M}M + \mathfrak{N}N)\, d\tau'\right\} \\ &= \frac{1}{8\pi}\left\{ d\tau \frac{d}{dt}(\mu_{11}'\,\mathfrak{L}^2 + 2\mu_{12}'\,\mathfrak{L}\mathfrak{M} + \text{etc.}) \right. \\ &\qquad \left. + (\mathfrak{L}L + \mathfrak{M}M + \mathfrak{N}N)\frac{d}{dt}d\tau' \right\} \\ &= \frac{1}{8\pi}\, d\tau \left\{ 2\left(L\frac{d\mathfrak{L}}{dt} + M\frac{d\mathfrak{M}}{dt} + N\frac{d\mathfrak{N}}{dt}\right) \right. \\ &\qquad + \left(\frac{d\mu_{11}'}{dt}\mathfrak{L}^2 + 2\frac{d\mu_{12}'}{dt}\mathfrak{L}\mathfrak{M} + \text{etc.}\right) \\ &\qquad \left. + (\mathfrak{L}L + \mathfrak{M}M + \mathfrak{N}N)\left(\frac{d\alpha}{dx} + \frac{d\beta}{dy} + \frac{d\gamma}{dz}\right)\right\}. \end{aligned} \right.$$

Wir entfernen in dem letzten derselben die Differentialquotienten nach t. Für die Grössen $d\mathfrak{L}/dt$, $d\mathfrak{M}/dt$, $d\mathfrak{N}/dt$ geben uns die Gleichungen (1_a), indem wir in denselben nur den Einfluss der Bewegung berücksichtigen und die Geschwindigkeiten α, β, γ in Hinblick auf die besondere Wahl unseres Coordinatensystems gleich Null setzen:

$$\frac{d\mathfrak{L}}{dt} = -\mathfrak{L}\left(\frac{d\beta}{dy} + \frac{d\gamma}{dz}\right) + \mathfrak{M}\frac{d\alpha}{dy} + \mathfrak{N}\frac{d\alpha}{dz},$$

$$\frac{d\mathfrak{M}}{dt} = -\mathfrak{M}\left(\frac{d\gamma}{dz} + \frac{d\alpha}{dx}\right) + \mathfrak{N}\frac{d\beta}{dz} + \mathfrak{L}\frac{d\beta}{dx},$$

$$\frac{d\mathfrak{N}}{dt} = -\mathfrak{N}\left(\frac{d\alpha}{dx} + \frac{d\beta}{dy}\right) + \mathfrak{L}\frac{d\gamma}{dx} + \mathfrak{M}\frac{d\gamma}{dy}.$$

Ferner haben wir für die Grösse $d\mu_{11}'/dt$:

$$\begin{aligned}\frac{d\mu_{11}'}{dt} &= \frac{d\mu_{11}'}{dx_x}\cdot\frac{dx_x}{dt} + \frac{d\mu_{11}'}{dx_y}\cdot\frac{dx_y}{dt} + \text{etc.}\\ &\quad + \frac{d\mu_{11}'}{d\varrho}\cdot\frac{d\varrho}{dt} + \text{etc.}\\ &= \mu_{11}'{}_{,11}\frac{d\alpha}{dx} + \mu_{11}'{}_{,12}\left(\frac{d\alpha}{dy} + \frac{d\beta}{dx}\right) + \text{etc.}\\ &\quad + \frac{1}{2}\frac{d\mu_{11}'}{d\varrho}\left(\frac{d\gamma}{dy} - \frac{d\beta}{dz}\right) + \text{etc.}\end{aligned}$$

Analoge Ausdrücke leiten wir ab für $d\mu_{12}'/dt$, etc. Wir setzen alle diese Ausdrücke in die rechte Seite der Gl. (6) ein, es wird alsdann diese Seite eine homogene lineare Function der neun Differentialquotienten der $\alpha\,\beta\,\gamma$ nach den $x\,y\,z$. Wir können und wollen aber diese Function so ordnen, dass sie uns erscheint als homogene lineare Function der sechs Deformationsgeschwindigkeiten $d\alpha/dx$, $d\alpha/dy + d\beta/dx$, etc. und der drei Rotationsgeschwindigkeiten $\frac{1}{2}(d\alpha/dy - d\beta/dx)$, etc. Wir beachten dabei, dass die Coëfficienten der drei Rotationsgeschwindigkeiten nothwendigerweise identisch verschwinden müssen, da eine Bewegung des Theilchens als starren Körpers eine Aenderung seines Energieinhaltes nicht herbeiführt. Dementsprechend werfen wir die mit diesen Rotationsgeschwindigkeiten behafteten Glieder einfach ab und erhalten nunmehr als Endresultat, indem wir noch durch Division mit $d\tau$ auf die Einheit des Volumens reduciren:

$$
(6_a)\left\{\begin{aligned}
&\frac{1}{d\tau}\frac{d}{dt}\left\{\frac{1}{8\pi}(\mathfrak{L}L+\mathfrak{M}M+\mathfrak{N}N)d\tau'\right\}\\
&=\frac{1}{8\pi}\frac{d\alpha}{dx}(\ \mathfrak{L}L-\mathfrak{M}M-\mathfrak{N}N+\mu_{11}{}',_{11}\mathfrak{L}^2+2\mu_{12}{}',_{11}\mathfrak{L}\mathfrak{M}+\text{etc.})\\
&+\frac{1}{8\pi}\frac{d\beta}{dy}(-\mathfrak{L}L+\mathfrak{M}M-\mathfrak{N}N+\mu_{11}{}',_{22}\mathfrak{L}^2+2\mu_{12}{}',_{22}\mathfrak{L}\mathfrak{M}+\text{etc.})\\
&+\frac{1}{8\pi}\frac{d\gamma}{dz}(-\mathfrak{L}L-\mathfrak{M}M+\mathfrak{N}N+\mu_{11}{}',_{33}\mathfrak{L}^2+2\mu_{12}{}',_{33}\mathfrak{L}\mathfrak{M}+\text{etc.})\\
&+\frac{1}{8\pi}\left(\frac{d\beta}{dz}+\frac{d\gamma}{dy}\right)(\ \mathfrak{N}M+\mathfrak{M}N+\mu_{11}{}',_{23}\mathfrak{L}_2+2\mu_{12}{}',_{23}\mathfrak{L}\mathfrak{M}+\text{etc.})\\
&+\frac{1}{8\pi}\left(\frac{d\gamma}{dx}+\frac{d\alpha}{dz}\right)(\ \mathfrak{L}N+\mathfrak{N}L+\mu_{11}{}',_{13}\mathfrak{L}^2+2\mu_{12}{}',_{13}\mathfrak{L}\mathfrak{M}+\text{etc.})\\
&+\frac{1}{8\pi}\left(\frac{d\alpha}{dy}+\frac{d\beta}{dx}\right)(\ \mathfrak{M}L+\mathfrak{L}M+\mu_{11}{}',_{12}\mathfrak{L}^2+2\mu_{12}{}',_{12}\mathfrak{L}\mathfrak{M}+\text{etc.})
\end{aligned}\right.
$$

In der rechts stehenden linearen Function der Verzerrungsgeschwindigkeiten giebt nun offenbar der negativ genommene Coëfficient einer jeden dieser Geschwindigkeiten diejenige Druckcomponente an, mit welcher die magnetisch gestörte Materie die betreffende Verzerrung zu vergrössern strebt. Nennen wir nämlich in üblicher[1]) Bezeichnungsweise X_x X_y X_z die Componenten des Druckes, welchen die Materie des Elementes $d\tau$ auf eine senkrecht zur x-Axe gelegte Schnittfläche ausübt, und erweitern wir diese Symbolik auch auf die Richtung der andern Axen, so giebt der Ausdruck:

$$
\begin{gathered}
X_x\frac{d\alpha}{dx}+Y_y\frac{d\beta}{dy}+Z_z\frac{d\gamma}{dz}\\
+Y_z\left(\frac{d\beta}{dz}+\frac{d\gamma}{dy}\right)+X_z\left(\frac{d\gamma}{dx}+\frac{d\alpha}{dz}\right)+X_y\left(\frac{d\alpha}{dy}+\frac{d\beta}{dx}\right)
\end{gathered}
$$

die mechanische Arbeit an, welche der materielle Inhalt des Elementes $d\tau$ bei eintretender Verzerrung leistet, berechnet auf die Einheit der Zeit und des Volumens. Nach unserer Annahme ist diese mechanische Arbeit der infolge der Verzerrung verlorenen magnetischen Energie gleich. Da dies gilt für jede mögliche Deformation, so ergiebt sich die Richtigkeit unserer Aussage. Jede der gewonnenen Druckcomponenten ist eine homogene quadratische Function der drei Componenten der herr-

[1]) G. **Kirchhoff**, Mechanik. Elfte Vorlesung.

schenden magnetischen Kraft, mit gleichem Rechte auch der drei Componenten der herrschenden magnetischen Polarisation. Durch vollkommen analoge Betrachtungen lassen sich vollkommen analoge Ausdrücke herleiten für die Druckkräfte, welche infolge der elektrischen Störungen auftreten. Der Gesammtdruck ergiebt sich gleich der Summe des magnetischen und des elektrischen.

An die gefundenen Werthe der ponderomotorischen Druckkräfte knüpfen wir drei Bemerkungen. Die erste Bemerkung betrifft die Unterschiede zwischen unserem System der Drucke und dem System, welches Maxwell für den allgemeinen Fall angegeben hat, in welchem Kräfte und Polarisationen verschiedene Richtung haben.[1]) Maxwell's Formen sind zunächst einfacher, da bei ihrer Ableitung auf die mögliche Deformation des Mediums keine Rücksicht genommen ist. Ein Unterschied von weit grösserer Wichtigkeit besteht darin, dass die Druckcomponenten, welche nach der angewandten Symbolik mit X_y und Y_x zu bezeichnen sind, bei Maxwell verschiedene Werthe haben, bei uns identisch sind. Nach unserem System wird jedes sich selbst überlassene materielle Theilchen lediglich seine Gestalt verändern, zufolge des Maxwell'schen Systems würde es zugleich als Ganzes eine Rotation annehmen. Die Maxwell'schen Drucke können daher inneren Vorgängen des Elements ihr Dasein nicht verdanken, sie finden also keinen Platz in der hier ausgearbeiteten Theorie. Sie sind allerdings zulässig, wenn man von der Annahme ausgeht, dass im Innern der bewegten Körper der Aether dauernd ruht und den nöthigen Stützpunkt für die eintretende Drehung liefert.

Die zweite Bemerkung betrifft die Vereinfachung, welche unsere Formeln annehmen, wenn wir sie anwenden auf Körper, welche isotrop sind und trotz jeder Deformation isotrop bleiben, also auf Flüssigkeiten. Das System der Constanten μ' beschränkt sich hier auf die eine Constante $\mu' = 1 / \mu$. Bezeichnen wir ferner mit σ die Dichtigkeit der Flüssigkeit, so haben wir

---

[1]) Maxwell, Treat. on Electr. and Magnet. 2. p. 254. 1873.

$$\mu_{11}'{}_{,11} = \mu_{22}'{}_{,22} = \mu_{33}'{}_{,33} = -\frac{d\left(\frac{1}{\mu}\right)}{d\log\sigma} = \frac{1}{\mu^2}\frac{d\mu}{d\log\sigma},$$
$$\mu_{12}'{}_{,11} = \text{etc.} \quad = 0.$$

Also werden die Druckcomponenten:

$$(6_b)\begin{cases} X_x = \frac{\mu}{8\pi}(-L^2 + M^2 + N^2) - \frac{d\mu}{8\pi\, d\log\sigma}(L^2 + M^2 + N^2), \\ Y_y = \frac{\mu}{8\pi}(L^2 - M^2 + N^2) - \frac{d\mu}{8\pi\, d\log\sigma}(L^2 + M^2 + N^2), \\ Z_z = \frac{\mu}{8\pi}(L^2 + M^2 - N^2) - \frac{d\mu}{8\pi\, d\log\sigma}(L^2 + M^2 + N^2), \end{cases}$$

$$X_y = -\frac{\mu}{4\pi} L M, \qquad X_z = -\frac{\mu}{4\pi} N L, \qquad Y_z = -\frac{\mu}{4\pi} M N.$$

Zu völlig identischen Formen ist im Verfolg eines ähnlichen Gedankenganges für den gleichen Fall bereits von Helmholtz[1]) gelangt, in dessen Formeln die unseren übergehen, wenn wir die Bezeichnungen in der Weise ändern, dass wir L, M, N, μ durch λ/ϑ, μ/ϑ, ν/ϑ, $1+4\pi\vartheta$ ersetzen und weiter beachten, dass das θ der von Helmholtz'schen Formeln gleich $d\vartheta/d\log\sigma = d\mu/4\pi\, d\log\sigma$ ist.[2])

Die dritte Bemerkung betrifft die Frage, inwieweit die Resultanten der aus unsern Hypothesen abgeleiteten Drucke übereinstimmen mit den mechanischen Kräften und Kräftepaaren, welche wir an den elektromagnetisch erregten Körpern thatsächlich beobachten. Wir beachten zunächst, dass sich unsere wirklichen Beobachtungen beschränken auf Systeme, welche dem statischen oder stationären Zustand unendlich nahe sind. Für solche Systeme aber ist das Princip von der Erhaltung der Energie allein schon ausreichend, um aus dem Verlust an elektromagnetischer Energie bei jeder eintretenden Verschiebung eindeutig die Grösse der widerstrebenden mechanischen Kraftcomponente zu berechnen, und es darf als bereits erwiesen angesehen werden, dass die so berechneten Kraftcomponenten mit

---

[1]) v. Helmholtz, Wied. Ann. 13. p. 400. 1881.

[2]) Die Vorzeichen bleiben entgegengesetzt, weil bei v. Helmholtz ein Zug, bei uns ein Druck als positiv gerechnet ist.

den beobachteten übereinstimmen. Ein System der Kraftcomponenten, welches dem Princip von der Erhaltung der Kraft genügt, wird nun sicherlich angegeben durch die Resultanten der gefundenen Drucke, es muss also dies eine System eben dasjenige sein, welches auch unmittelbar aus jenem Princip berechnet wird und welches sich im Einklang mit der Erfahrung findet. Um auch a posteriori zu dem gleichen Ergebniss zu gelangen, beachten wir, dass unter den Verhältnissen der Wirklichkeit die elektrodynamischen Drucke viel zu schwach sind, um merkliche Deformationen der Volumenelemente fester Körper hervorzurufen. Die äusserst schwachen Verzerrungen, welche sie hier zu Stande bringen, pflegen wir im Gebiet der Elektricität als Erscheinungen der Elektrostriction von denen der eigentlichen Elektrodynamik zu sondern. Sehen wir also von dieser besonderen Klasse von Erscheinungen hier ab, so ist es für den Erfolg gleichgültig, ob wir in festen Körpern die von uns berechneten Drucke annehmen, oder gar keine Drucke, oder beliebige andere von gleicher Grössenordnung. Wir dürfen uns daher allgemein mit den einfacheren Formen (6_b) begnügen, in welchen nunmehr für krystallinische Körper unter μ eine beliebige Constante von der Grössenordnung der μ_{11}, μ_{12}, etc. zu verstehen ist. Aber wir dürfen die Formen (6_b) sogar weiter vereinfachen, indem wir die mit $d\mu/d\log\sigma$ behafteten Glieder unberücksichtigt lassen. Denn diese Glieder, welche einen gleichmässigen Druck darstellen, vermögen in tropfbaren Flüssigkeiten bei der geringen Compressibilität derselben keine endlichen Verschiebungen, sondern nur Erscheinungen der Elektrostriction bez. Magnetostriction hervorzurufen, und in gasförmigen Körpern fallen diese Glieder fort, weil die Constante μ und entsprechend die Dielektricitätsconstante sich hier nicht merklich mit der Dichtigkeit σ ändert. Diejenigen ponderomotorischen Kräfte, welche endliche Verschiebungen der Körper gegen einander hervorrufen, müssen demnach schon dargestellt sein durch die Resultanten des als überall gültig angenommenen Drucksystems:

$$
(6_e) \qquad \left\{
\begin{aligned}
X_x &= \frac{\mu}{8\pi}(-L^2 + M^2 + N^2),\\
Y_y &= \frac{\mu}{8\pi}(L^2 - M^2 + N^2),\\
Z_z &= \frac{\mu}{8\pi}(L^2 + M^2 - N^2).
\end{aligned}
\right.
$$

$$
X_y = -\frac{\mu}{4\pi} LM, \qquad X_z = -\frac{\mu}{4\pi} NL, \qquad Y_z = -\frac{\mu}{4\pi} MN.
$$

Dies vereinfachte System der magnetischen Drucke ist nun aber das Maxwell'sche.[1] Maxwell hat schon gezeigt, dass dasselbe zusammen mit dem entsprechenden elektrischen System die beobachteten ponderomotorischen Kräfte zwischen Magneten, stationären Strömen und elektrisirten Körpern enthält, und wir dürfen uns auf seine einfache Darlegung berufen.

Es scheint übrigens nicht bemerkt worden zu sein, dass dies System von Drucken das Innere eines homogenen Körpers, insbesondere des Aethers, im allgemeinen nur dann in Ruhe lässt, wenn die wirkenden Kräfte ein Potential besitzen, also die herrschenden Zustände statische oder stationäre sind. In dem Falle beliebiger zulässiger elektromagnetischer Erregung müssen die gefundenen Drucke das Innere des von uns als beweglich ausdrücklich vorausgesetzten Aethers in Bewegung setzen mit Geschwindigkeiten, welche wir berechnen könnten, wenn wir für die Masse des Aethers einen Anhalt hätten.[2] Dies Resultat scheint wenig innere Wahrscheinlichkeit zu besitzen. Um seinetwillen die Theorie zurückzuweisen, liegt indessen vom Standpunkt der gegenwärtigen Arbeit aus kein Grund vor, denn weder steht das Resultat im Widerspruch mit unseren Voraussetzungen, noch mit der uns zugänglichen Erfahrung. Die geringe Masse der Luft, welche in den bestevacuirten Räumen zurückbleibt, reicht nämlich schon vollständig aus, um alle im Inneren dieser Räume mit vorhandenen Mitteln zu erregenden Strömungen auf einer unmerklichen Grösse zu halten.

---

[1] Maxwell, Treat. on Electr. and Magnet. 1873. 2. p. 256. Die Vorzeichen sind dort umgekehrt, weil bei Maxwell ein Zug, bei uns ein Druck als positiv gerechnet ist.

[2] [Siehe Anmerkung 37 am Schluss des Buches.]

Zum Schluss wünsche ich nochmals hervorzuheben, dass ich der hier vorgetragenen Theorie der elektromagnetischen Kräfte in bewegten Körpern einen Werth nur vom Standpunkt der systematischen Ordnung aus beilege. Die Theorie zeigt, wie wir die elektromagnetischen Erscheinungen in bewegten Körpern vollständig behandeln können unter gewissen Beschränkungen, welche wir übrigens willkürlich uns selbst auferlegten. Dass diese Beschränkungen dem Falle der Natur entsprechen, ist wenig wahrscheinlich. Die richtige Theorie dürfte vielmehr eine solche sein, welche in jedem Punkte die Zustände des Aethers von denen der eingebetteten Materie unterscheidet. Die Aufstellung einer dieser Anschauung entsprechenden Theorie aber schien mir zur Zeit mehr und willkürlichere Hypothesen zu erfordern, als die der hier vorgetragenen Theorie.

Nachträgliche Anmerkungen.

(1891.)

---

1) Zu No. 2. Seite 32.

v. Helmholtz ist es, der zuerst in seiner Abhandlung „Ueber die Erhaltung der Kraft“ im Jahre 1847 die Behauptung aufstellt, dass die Entladung der Leydener Flasche oscillirend sei. Er schliesst dies aus der abwechselnd entgegengesetzt magnetisirenden Wirkung derselben und aus der Erscheinung, dass bei dem Versuch, Wasser durch elektrische Schläge zu zersetzen, sich beide Gasarten an beiden Elektroden entwickeln. Sir William Thomson begründet die gleiche, von ihm selbstständig gefundene Behauptung durch die Theorie und giebt die noch heute gültige Berechnung der mathematischen Verhältnisse derselben im Jahre 1853, Phil. Mag. (4) 5. p. 393. Im Uebrigen seien von der älteren grundlegenden Litteratur genannt die Arbeiten:

für die Flaschenentladung:

Feddersen, Pogg. Ann. 103, p. 69, 1858; 108, p. 497, 1859; 112, p. 452, 1861; 113, p. 437, 1861; 115, p. 336, 1862; 116, p. 132, 1862.

Paalzow, Pogg. Ann. 112, p. 567, 1861; 118, p. 178, 357, 1863.

v. Oettingen, Pogg. Ann. 115, p. 513, 1862; Jubelbd. p. 269, 1874.

G. Kirchhoff, Pogg. Ann. 121, p. 551, 1864; Ges. Abhandl. p. 168.

L. Lorenz, Wied. Ann. 7, p. 161, 1879.

Für die Oscillationen geöffneter Inductionsapparate:

Helmholtz, Pogg. Ann. 83, p. 505, 1851; Ges. Abh. I, 429.

In dieser Arbeit ist bereits die Theorie implicite enthalten, obwohl explicite nicht auf den besonderen Fall von Oscillationen angewandt.

v. Helmholtz, Ges. Abh. I. p. 531, (1869).

Bernstein, Pogg. Ann. 142, p. 54, 1871.

Schiller, Pogg. Ann. 152, p. 535, 1872.

2) Zu No. 2. Seite 37.

Anfangs isolierte ich sorgfältig mit Siegellack etc. Ich machte aber immer mehr die Erfahrung, dass für alle hier in Betracht kommenden Versuche trockenes Holz eine vollkommen genügende Isolation gewährt. In den späteren Arbeiten ist kein anderes Isolationsmittel mehr angewandt worden.



3) Zu No. 2. Seite 42.

Ich vermuthe, dass die Wirksamkeit des Inductionsapparats zum Theil auch darauf beruht, dass er das Potential unmittelbar vor der Entladung sehr schnell anwachsen lässt. Aus verschiedenen Nebenerscheinungen möchte ich schliessen, dass bei diesem schnellen Anwachsen die Spannung über dasjenige Maass hinausgetrieben wird, bei welchem der Funke schon entsteht, wenn die Spannung langsam wächst, und dass hierdurch die Entladung noch plötzlicher und energischer eintritt, als wenn sich eine statische Ladung entlädt.

4) Zu No. 2. Seite 49.

Man vergleiche mit diesen Curven die verwandten Resonanzcurven, welche Herr V. Bjerknes durch genauere messende Versuche erhalten hat. Wied. Ann. 44, p. 74, 1891.

5) Zu No. 2. Seite 54.

Diese Bemerkung meiner ersten Arbeit zeigt klar, dass ich mir die Schwingungen meines primären Leiters niemals als völlig regelmässige langandauernde Sinusschwingungen vorgestellt habe. Der Werth der Dämpfung ist neuerdings von Herrn V. Bjerknes sehr sorgfältig bestimmt worden. (Wied. Ann. 44. p. 74, p. 513, 1891.) Die Fig. 40 giebt uns eine Vorstellung

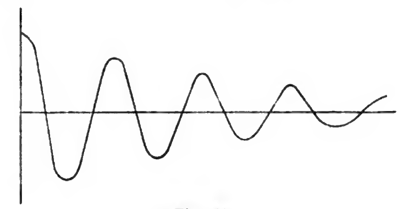


Fig. 40.

von der Schwingung, welche ein unserem primären Leiter ähnlicher Leiter nach den Ergebnissen seiner Versuche ausführte.

6) Zu No. 2. Seite 55.

An dieser Stelle hat sich ein verhängnissvoller Fehler in die Rechnung eingeschlichen, welcher seine störenden Wirkungen noch auf spätere Arbeiten hinauserstreckt.

Die Capacität C in der Formel $T = \pi \sqrt{PC/A}$ bedeutet die Menge der Elektricität, welche sich an dem einen Ende des schwingenden Leiters findet, wenn die Potentialdifferenz der beiden Enden gleich Eins ist. Bestehen nun diese Enden aus zwei weit von einander entfernten Kugeln und ist ihre Potentialdifferenz gleich 1, so ist die Potentialdifferenz einer jeden von ihnen gegen den umgebenden Raum gleich $\pm 1/2$, auf jeder von ihnen befindet sich also eine Elektricitätsmenge, deren Menge in absoluten Einheiten wir erhalten, wenn wir den in Centimetern gemessenen Radius, die Capacität der Kugel, durch 2 dividiren. Wir haben also hier nicht zu setzen $C = 15$ cm

sondern $C = \frac{15}{2}$ cm. Die Schwingungsdauer T ergiebt sich jetzt im Verhältniss von $1 : \sqrt{2}$ kleiner, also jetzt $T = 1{,}26$ Hundertmilliontel Secunden.

Wie schon in der Einleitung bemerkt, hat zuerst Herr H. Poincaré auf diesen Fehler hingewiesen. C. R. 111. p. 322. 1891.

7) Zu No. 2. Seite 57.

Das Resultat dürfte etwa richtig sein, aber die Ableitung ist ohne Werth. Abgesehen davon, dass in der Rechnung der eben erwähnte Fehler zu corrigiren wäre, ist auf die Dämpfung durch Strahlung keine Rücksicht genommen, an welche ich bei Abfassung dieser Abhandlung noch nicht dachte.

8) Zu No. 4. Seite 74.

Unter der Complication, von welcher die Rede ist, und unter der Auslösung langer Funken durch andere sehr viel kürzere waren die folgenden Erscheinungen verstanden. Schaltet man in denselben Kreis die primären Spulen zweier Inductionsapparate und stellt die Funkenstrecke beider so ein, dass sie an der Grenze der Leistungsfähigkeit stehen, so lässt jede Ursache, welche den einen Funken hervorruft, auch den andern zugleich hervortreten; ganz unabhängig von der Wirkung des Lichtes der Funken auf einander, welche ja leicht auszuschliessen ist. Es gehen entweder beide Funken über, oder keiner von beiden. Lässt man ferner eine Töpler-Holtz'sche Influenzmaschine von 40 cm Scheibendurchmesser schnell laufen, so dass sie im Maximum etwa Funken von 15 cm Länge giebt, und zieht nun die Polkugeln auf 20—25 cm auseinander, bis die Funken vollständig versagen, so erhält man auf's Neue mit Regelmässigkeit einen langen knallenden Funken, so oft man aus dem negativen Conductor einen kleinen Funken zieht, entweder mit dem Knöchel der Hand, oder mit dem Knopf einer Leydener Flasche. Man kann auch den negativen Pol mit einem längeren Leitersystem verbinden, und aus diesem die Funken ziehen, mit gleichem Erfolg. Der auslösende Funke kann ganz kurz und schwach sein; wird er mit dem Knopf einer Leydener Flasche gezogen, so erscheint die Flasche nur wenig geladen. Durch Ziehen der Funken aus dem positiven Pol lässt sich die gleiche Wirkung nicht erzielen. Die Erscheinung muss wohl schon oft beobachtet sein, in der Literatur habe ich sie nicht erwähnt gefunden.

Eine Erklärung dieser Erscheinungen vermag ich nicht zu geben, sie haben offenbar den gleichen Ursprung, wie die Erscheinungen, welche Herr G. Jaumann beschrieben hat in seiner Abhandlung „Einfluss rascher Potentialveränderungen auf den Entladungsvorgang“, Sitzungsberichte d. Akad. d. Wissensch. zu Wien, Bd. XCVII. Abth. IIa. Juli 1888. Herr Jaumann führt die Erscheinungen zurück auf den Satz, dass „nicht allein Form, Zustand und Potentialdifferenz des Entladungsfeldes“, sondern auch „die Art der Aenderung der Potentialdifferenz, und zwar wahrscheinlich deren Aenderungsgeschwindigkeit, eine wesentliche Entladungsbedingung sei“. Es ist zu hoffen, dass diese Erscheinungen noch weiter aufgeklärt werden.

9) Zu No. 4. Seite 80.

Die Herren E. Wiedemann und H. Ebert haben bald darauf nachgewiesen, dass es allein der negative Pol und zwar allein die Oberfläche

desselben ist, welche der Wirkung des Lichtes unterliegt. Wied. Ann. 33 p. 241. 1888.

10) Zu No. 4. Seite 83.

Etwas später gelang mir dies dennoch. Ich hatte gehofft, einen Einfluss des Polarisationszustandes des Lichtes auf die Wirkung zu beobachten, einen solchen konnte ich jedoch nicht bemerken.

11) Zu No. 4. Seite 86.

Ich habe hiermit nicht sagen wollen, dass es mir nicht gelungen wäre, die Wirkung des Lichtes auf andere Entladungen als die des Inductoriums zu beobachten, sondern nur, dass es mir nicht gelang, Bedingungen zu finden, bei welchen der so wenig verstandene Vorgang der Funkenentladung durch eine einfachere Wirkung ersetzt war. Dies ist zuerst Herrn Hallwachs gelungen. Wied. Ann. 33. p. 301. 1888. Die einfachste Wirkung, welche ich erzielte, war die, dass ich die Glimmentladung einer Batterie von 1000 kleinen Planté-Accumulatoren zwischen Messingkugeln in freier Luft durch das Licht zum Ueberschlagen brachte, bei einem Abstand der Kugeln, welchen sie ohne Hülfe des Lichtes nicht zu überspringen vermochte.

12) Zu No. 7. Seite 117.

Die 12 m sind gemeint in der Richtung der Grundlinie gemessen, seitlich war die Grundlinie im Allgemeinen auf 3—4 m frei, mit Ausnahme eines eisernen Ofens, der bis auf 1,5 m an dieselbe herantrat. Ich glaubte damals nicht, dass er in dieser Entfernung noch schädlich wirken könnte.

13) Zu No. 7. Seite 117.

Auch in dieser Berechnung ist als Capacität die Capacität einer Endplatte, diese frei im Raume schwebend gedacht, angenommen, welche Capacität auf experimentellem Wege durch Vergleich mit dem der früher benutzten Kugel gefunden war. Es hätte aus dem in Anmerkung 6 dargelegten Grunde nur die Hälfte dieser Capacität benutzt werden dürfen. Daher ist die richtig berechnete Schwingungsdauer im Verhältniss von $1 : \sqrt{2}$ kleiner als die angegebene. Die richtig berechnete Schwingungsdauer wird also fast genau gleich 1 Hundertmilliontel Secunde.

14) Zu No. 7. Seite 120.

Es ist also hier und daher selbstverständlich auch in allem Folgenden vorausgesetzt, dass um stehende Wellen in Drähten zu erzeugen, man nicht allein den primären und secundären Leiter zur Resonanz bringe, sondern auch den gerade ausgespannten Draht auf beide abstimme. Nur in diesem Falle theilt sich die ganze Länge des Drahtes in deutliche halbe Wellenlängen und nur in diesem Falle gewinnt die Erscheinung ihre volle Entwickelung und Schönheit. Es scheint diese Bedingung einzelnen Beobachtern entgangen zu sein, welche die Versuche mit den Drahtwellen wiederholt haben.

15) Zu No. 7. Seite 121.

Dies hat sich nicht bewahrheitet. In Röhren von etwa 2 cm Durchmesser, welche mit vc dünnter Schwefelsäure gefüllt sind, pflanzen sich die Wellen noch gut fort und zwar mit derselben Geschwindigkeit wie in Drähten.

Herr E. Cohn hat übrigens gezeigt, dass bei einer Schwingungsdauer von der Ordnung der hier benutzten die träge Masse der Elektrolyten noch nicht in's Spiel kommen kann (Wied. Ann. 38. p. 217). Die Durchlässigkeit der Elektrolyten für diese Schwingungen ist zur Bestimmung ihres Widerstandes benutzt worden durch J. J. Thomson (Proc. Roy. Soc. London, 45. p. 269).

16) Zu No. 7. Seite 122.

Die richtig berechnete Schwingungsdauer ist 1 Hundertmilliontel Secunde. Dies ergiebt zusammen mit einer Wellenlänge von 2,8 m eine Geschwindigkeit von 280000 km in der Secunde, also nahezu die Lichtgeschwindigkeit.

Dies ist die Schlussform, welche, allerdings mit weit sorgfältigeren Daten, die Herren E. Lecher (Wied. Ann. 41. p. 850) und Blondlot (C. R. 113. p. 628) benutzt haben, um festzustellen, dass die Geschwindigkeit der Wellen in den Drähten die Lichtgeschwindigkeit sei. In Wahrheit aber zeigt die Schlussform nur, dass Theorie und Beobachtung darin übereinstimmen, dass in einem einfachen geraden Drahte von 2,8 m Länge und in einem Leiter von der Gestalt unseres primären Leiters die Schwingungsdauern gleich gross sind. Aber der absolute Werth der Schwingungsdauer und damit die Geschwindigkeit könnte darum doch in beiden Fällen um den gleichen Betrag abweichen von dem theoretischen Werthe, und er müsste um den gleichen Betrag abweichen, wenn in beiden Leitern dieselbe Ursache der Verzögerung in gleichem Maasse wirkte.

Diese Schlussform kann also nicht angewandt werden, wenn es sich darum handelt, Zweifel an dem Vorhandensein einer solchen Verzögerung zu beseitigen.

Im Text stützt sich die angenommene Geschwindigkeit weit mehr auf die Versuche von Fizeau und Gounelle und Siemens, als auf die Rechnung.

17) Zu No. 7. Seite 127.

Es ist nicht uninteressant, sich zu fragen, wie die Interferenzen hätten ausfallen müssen, wenn aus den Versuchen der Schluss hätte gezogen werden sollen, dass die Geschwindigkeit in den Drähten gleich der Geschwindigkeit in der Luft war. Nach der genauen Theorie, welche in No. 9 dargelegt ist, ergiebt sich dies leicht mit Hülfe der Fig. 31, und man erhält etwa folgendes Resultat:

	0		1		2		3		4		5		6		7		8
100	+	+	O	O	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
250	O	—	—	—	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
400	—	—	O	O	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

Ein Wechsel des Vorzeichens hätte also auch bei gleicher Geschwindigkeit eintreten müssen, aber die folgenden Wechsel, welche die Versuche ergaben, erklären sich nur durch eine verschiedene Geschwindigkeit oder aus

Täuschungen, welche durch die Reflexionen an Unregelmässigkeiten der Umgebung veranlasst waren.

18) Zu No. 8. Seite 140.

Es ist zu beachten, dass die Bestimmung der Lage der magnetischen Kraft hier nur durch die Theorie ermöglicht ist. Aus den Versuchen lässt sich das Vorhandensein einer zweiten Art der Kraft neben der elektrischen Kraft nicht schliessen. Halten wir uns an die Versuche, so dürfen wir den Ausdruck „magnetische Kraft" hier nur als eine kürzere Bezeichnung für eine gewisse Vertheilungsform der elektrischen Kraft auffassen. Dass diese magnetische Kraft Wirkungen hervorbringt, welche sich durch die elektrische Kraft nicht erklären lassen, wird erst in der No. 12 durch Versuche erhärtet werden, allerdings nur an den Wellen in Drähten.

19) Zu No. 8. Seite 142.

Die gemessene Wellenlänge beruht also wesentlich auf der Entfernung von *B* und *C*, also auf der Voraussetzung, dass *C* noch ganz genau gemessen sei. Nehmen wir an, dass die Lage von *C* schon durch die allgemeinen Verhältnisse des Raumes verschoben sei, so dürfen wir den ersten Knotenpunkt näher an die Wand legen und können bedeutend kleinere Werthe für die Wellenlänge erhalten. Freilich bieten die Versuche selbst gar keinen Anlass zu glauben, dass die Lage von *C* schon unsicher sei.

20) Zu No. 8. Seite 145.

Der Lloyd'sche Versuch bildet das optische Analogon zu denjenigen Versuchen, in welchen wir den primären Leiter allmählig von der Wand entfernten. Die Versuche der ersten Art, bei welchen wir den secundären Leiter von einer reflectirenden Wand entfernten, haben inzwischen ebenfalls ihr optisches Analogon gefunden in den schönen Versuchen, welche Herr O. Wiener veröffentlicht hat in der Abhandlung „Stehende Lichtwellen und die Schwingungsrichtung polarisirten Lichtes". Wied. Ann. 40. p. 203.

Was die akustischen Analogien anlangt, so finde ich, dass die Erscheinung, welche die Analogie zu den Versuchen erster Art bildet, schon vor vielen Jahren durch N. Savart entdeckt worden ist. (Siehe Pogg. Ann. 46. p. 458. 1839, auch eine Anzahl von Abhandlungen Seebeck's in den folgenden Bänden.) Stellt man gegenüber einer ebenen Wand in 15—20 m Entfernung eine gleichmässig tönende Schallquelle auf, und horcht nun die Nähe der Wand ab, am besten mit Hülfe eines Resonators, so findet man den Ton anschwellend in gewissen Punkten, — den Bäuchen —, leise werdend in anderen Punkten — den Knoten. Für die Versuche zweiter Art, bei welchen der primäre Leiter verschoben wurde, ist eine richtige Analogie schon im Text gegeben. Eine andere Analogie bietet der folgende, an sich nicht uninteressante Versuch. Man nehme eine Glasröhre von etwa 60 cm Länge und 2 cm Durchmesser und senke sie langsam über eine nicht allzu gross brennende Bunsenflamme. Bei einer gewissen Tiefe wird die Bunsenflamme gerade eben, aber noch mit Mühe beginnen, das Rohr zum kräftigen Tönen zu bringen. In dieser empfindlichen Lage verbinde man den Brenner und das Rohr fest miteinander. Nähert man nun das System einer festen Wand, so wird in unmittelbarer Nachbarschaft der Wand der Ton erlöschen, er wird

wieder ansprechen in $^1/_4$ Wellenlänge Abstand, und in $^1/_2$ Wellenlänge Abstand wieder erlöschen. Bei sehr empfindlicher Einstellung, welche ich aber nicht jederzeit nach Willkür hervorbringen konnte, habe ich noch zweimaliges weiteres Ansprechen und Wiedererlöschen in je einer halben Wellenlänge Abstand beobachten können. Eine vollständige Erklärung der Erscheinung besitze ich nicht, offenbar hängt sie zusammen mit der anderen Erscheinung, dass eine derartige Röhre verstummt, wenn man einem ihrer Ende einen Resonator nähert, welcher auf den gleichen Ton abgestimmt ist. Dieser letztere Versuch rührt — soviel ich weiss — von Prof. A. Christiani her. (Verhandl. d. phys. Gesellsch. zu Berlin, 15. Dec. 1882, am Schluss der Fortschritte der Physik, Bd. 36.)

21) Zu No. 8. Seite 146.

Diese Bemerkung bezieht sich auf die Versuche in Drähten, welche ich in der Zeit anstellte, als ich diese Arbeit niederschrieb. Es ist schon in der Einleitung bemerkt, dass sich die ausgesprochene Hoffnung nicht verwirklicht hat.

22) Zu No. 9. Seite 151.

Hier ist ein Vorzeichenfehler des Originals corrigirt, auf welchen Herr L. de la Rive mich aufmerksam machte.

23) Zu No. 9. Seite 160.

Diese Rechnung stützt sich auf die beobachtete Wellenlänge von 480 cm Ist dieselbe unrichtig, so ist die Rechnung entsprechend abzuändern. Wegen des wahren Werthes der Dämpfung siehe Anmerkung 5.

24) Zu No. 10. Seite 172.

Durch die Versuche der folgenden Arbeit wird ziemlich deutlich erwiesen, dass bei schnellen Stromschwankungen die Veränderung von aussen her in den Draht eintritt. Dadurch ist wahrscheinlich gemacht, dass auch beim constanten Strom nicht, wie man bisher annahm, der Vorgang im Drahte die Ursache der Erscheinungen in seiner Nachbarschaft sei, sondern dass umgekehrt die Vorgänge in der Nachbarschaft des Drahtes die Ursachen für die Erscheinungen im Innern desselben abgeben.

Dass die Vorgänge im Drahte mit einem continuirlichen Kreislauf materieller Theilchen oder eines ad hoc angenommenen Fluidums verbunden seien, ist eine Hypothese, welche durch unsere Versuche weder bewiesen, noch ausgeschlossen wird, sondern auf welche sich unsere Versuche gar nicht beziehen. Wir haben weder ein Recht, noch ist es unsere Absicht, diese Hypothese auf Grund der vorliegenden Versuche zu bekämpfen.

25) Zu No. 11. Seite 189.

Zu diesen Erscheinungen rechnet auch die Beobachtung, welche die Herren Hagenbach und Zehnder als Einwand gegen meine Deutung der Versuche anführen (Wied. Ann. 43. p. 611). Ich meine, dass das Licht sich gerade so verhalten wird, wie hier die elektrischen Wellen, man muss nur alle Dimensionen des Versuches sich in entsprechendem Maassstabe reducirt denken, nicht etwa nur die Länge der Wellen.

26) Zu No. 11. Seite 194.

Herr W. König hat zuerst darauf hingewiesen, dass zwischen der Reflexion der elektrischen Wellen von unserem Gitter und der Reflexion einfarbigen Lichtes von der Oberfläche der dichroitischen Krystalle die Analogie eine weit vollständigere ist, als die im Text angezogene Analogie. Herr W. König hat auch aufmerksam gemacht auf den Zusammenhang zwischen der Wirkung unseres Gitters und gewissen polarisirenden Wirkungen optischer Gitter (Wied. Ann. 37. p. 651, am Schluss).

27) Zu No. 11. Seite 195.

Den Herren Oliver Lodge und Howard ist es sogar gelungen, die Brechung und Concentration der elektrischen Strahlen durch grosse Linsen zu erweisen (Phil. Mag. 27. p. 48. 1889).

28) Zu No. 11. Seite 198.

Seither ist es auf mannigfache Weise geglückt, die Versuche auch objectiv darzustellen. Die Benutzung des Froschschenkels glückte Herrn R. Ritter (Wied. Ann. 40. p. 53). Geissler'sche Rohre wandte an Herr Dragoumis (Nature 39. p. 548). Herr Boltzmann gab eine sehr bequeme Methode an unter Benutzung des Goldblattelektroscops (Wied. Ann. 40. p. 399). Herr Klemenčič wandte ein Thermoelement an (Wied. Ann. 42. p. 416). Die deutlichste und schönste, freilich auch eine recht umständliche Methode, ist die mittelst des Bolometers, welche die Herren H. Rubens und R. Ritter zur Darstellung der Versuche und zu weiteren fruchtbringenden Untersuchungen angewandt haben (Wied. Ann. 40. p. 55 und die folg. Bände).

29) Zu No. 13. Seite 211.

Und zwar durch mehr als eine unabhängige Variabele. Die „Kraft“ und „Polarisation“ der vorliegenden Arbeit sind nicht in diesem Sinne als zwei Variabeln anzusehen, da sie durch eine feste lineare Relation verbunden sind. Lässt man diese Relation fallen, indem man sie als besonderen Fall einer allgemeiner gültigen Beziehung ansieht, so können „Kraft“ und „Polarisation“ als zwei Variabele dienen. Zweckmässiger dürfte es sein, die Polarisation des Aethers als die eine, die Polarisation der ponderabeln Materie als zweite Variabele einzuführen.

30) Zu No. 13. Seite 227.

Nach jeder üblichen Bezeichnungsweise ist es unzweifelhaft richtig, dass die Menge der auf einer isolirten Kugel angehäuften „Elektricität“ unverändert bleibt, wenn wir die Kugel in eine isolirende Flüssigkeit tauchen, oder allgemeiner gesprochen in beliebiger Weise durch isolirende Medien hindurch bewegen. Die Grösse also, welche bei solcher Bewegung unverändert bleibt, haben wir als „wahre“ Elektricität bezeichnet. Die Fernwirkung der Kugel und damit die „freie“ Elektricität ändert sich bei der Bewegung.

31) Zu No. 13. Seite 234.

Wenn eine Dampfmaschine mittelst eines hin- und zurücklaufenden Riemens eine Dynamomaschine treibt und diese wiederum mittelst eines hin- und zurücklaufenden Drahtes eine Bogenlampe speist, so ist es allerdings eine allgemein übliche und einwurfsfreie Ausdrucksweise zu sagen, dass die Energie von der Dampfmaschine durch den Riemen auf die Dynamomaschine übertragen werde und von dieser wiederum mittelst des Drahtes auf die

Lampe. Aber hat es einen deutlichen physikalischen Sinn zu behaupten, die Energie bewege sich längs des gespannten Riemens entgegen der Richtung der Bewegung desselben von Punkt zu Punkt fort? Und wenn nicht, kann es dann einen deutlicheren Sinn haben zu sagen, die Energie bewege sich in den Drähten, oder — nach Poynting — in dem Zwischenraum zwischen den beiden Drähten von Punkt zu Punkt fort? Die hier auftretenden begrifflichen Dunkelheiten bedürfen noch sehr der Aufhellung.

32) Zu No. 13. Seite 235.

Um aus den Aenderungen der Energie auf die mechanischen Kräfte zu schliessen, müssen wir den Körpern virtuelle Verschiebungen ertheilen. Wir müssten also die Gleichungen für bewegte Körper und nicht die für ruhende Körper benutzen, welche erstere uns hier noch nicht zur Verfügung stehen. Die hier zu Hülfe genommene Erfahrungsthatsache füllt diese Lücke für statische und stationäre Zustände in genügender Weise aus.

33) Zu No. 14. Seite 259.

Dieser Beweis, dass die aufgestellten Behauptungen die beobachteten Thatsachen enthalten, soll zugleich den Beweis der Behauptungen selbst darstellen. Logisch werden dieselben also hingestellt als Erfahrungsthatsachen nicht als Ergebnisse irgend einer besonderen, sondern als Ergebniss der allgemeinen Erfahrung, welche wir auf diesem Gebiete besitzen.

34) Zu No. 14. Seite 261.

Der Sinn der Gleichungen ist ein äusserst einfacher, ihre äussere Form eine ziemlich verwickelte. Dies liess mich vermuthen, dass es geschickten Mathematikern möglich sein würde, elegantere Formen an die Stelle der hier benutzten zu setzen. Es ist in der That Herrn Vito Volterra gelungen, durch ein einziges System von Gleichungen zugleich die Erscheinungen in ruhenden und in bewegten Körpern darzustellen (Il nuovo Cimento (3) 29. p. 53, siehe auch ebenda p. 147).

35) Zu No. 14. Seite 262.

Diese Behauptung ist nicht zutreffend. Allerdings für das Maxwell'sche Werk, an welches ich sie knüpfte, mag sie gelten, aber in der Abhandlung „On Physical Lines of Force", Phil. Mag. April 1861 hat Maxwell selbst die Erscheinungen in bewegten Körpern in vollständig consequenter Weise in sein System eingereiht. Ich hatte dies leider bei Abfassung der Arbeit übersehen.

36) Zu No. 14. Seite 271.

Eine ähnliche Theorie ist neuerdings auch von J. J. Thomson entwickelt worden (Phil. Mag. (5) 31. p. 149). Insoweit diese Theorie und diejenige von Poynting zu den Maxwell'schen Gleichungen führen, würde ich dieselben als besondere Formen der „Maxwell'schen Theorie" betrachten, obwohl die Vorstellungen derselben unzweifelhaft nicht die Maxwell'schen sind.

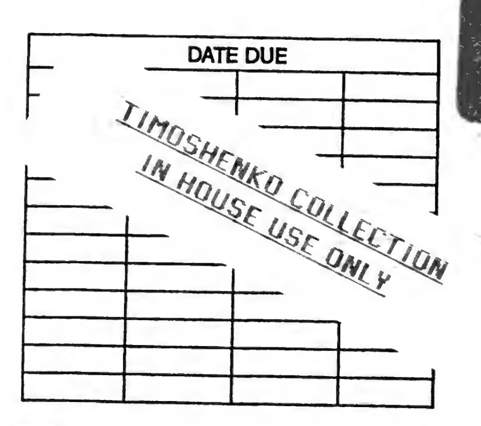
37) Zu No. 14. Seite 284.

Dieser Umstand bedingt nicht nothwendig einen Fehler der Theorie, aber er bedingt nothwendig eine Unvollständigkeit derselben. Uebrigens scheint die Schwierigkeit tief in den Wurzeln unserer Anschauung begründet, denn sie lässt sich verstehen auch ohne Benutzung der Gleichungen. Denken wir uns eine magnetisirte Stahlkugel im freien Raume rotirend um eine Axe,

welche nicht mit der Richtung der Magnetisirung zusammenfällt, so sendet sie beständig elektromagnetische Wellen aus, giebt also Energie ab, wird also allmählich zur Ruhe kommen. Erzeugen wir das identische System magnetischer Wellen dadurch, dass wir in einer ruhenden Eisenkugel durch wechselnde elektrische Kräfte einen umlaufenden Magnetismus erregen, so sieht man leicht, dass umgekehrt die Eisenkugel im freien Raume beginnen muss zu rotiren. Derartige Folgerungen scheinen wenig wahrscheinlich, allein wir haben kaum ein Recht, in diesem Gebiete auch nur von Wahrscheinlichkeiten zu reden, so vollständig ist unsere Unkenntniss über etwaige Bewegungen des Aethers.

Namenverzeichniss.

Druck von Otto Dürr in Leipzig.


DATE DUE
TIMOSHENKO COLLECTION
IN HOUSE USE ONLY

